


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВПО «ВГУ»)

Ректор

УТВЕРЖДАЮ

Д.А. Ендовицкий

М.П. \_\_\_\_\_ .20\_\_



ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ  
ПРИ ПРИЕМЕ НА ОБУЧЕНИЕ ПО ПРОГРАММАМ БАКАЛАВРИАТА  
И ПРОГРАММАМ СПЕЦИАЛИТЕТА

Программа разработана на основе ФГОС среднего общего образования.

В первом разделе программы перечислены основные математические понятия, которыми должен владеть поступающий.

Во втором разделе указано, какие навыки и умения требуются от поступающего/

Для решения экзаменационных задач достаточно уверенного владения теми понятиями и свойствами, которые перечислены в настоящей программе.

## 1. Основные математические понятия и факты

### Арифметика, алгебра и начала анализа

1. Натуральные числа ( $N$ ). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное.
2. Признаки делимости на 2,3,5,9, 10.
3. Целые числа ( $Z$ ). Рациональные числа ( $Q$ ), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел.
4. Действительные числа ( $R$ ), их представление в виде десятичных дробей.
5. Числовая прямая. Числовые промежутки. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.
6. Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.
7. Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.
8. Логарифмы и их свойства.
9. Одночлен и многочлен.
10. Многочлен с одной переменной. Формула для вычисления корней квадратного трехчлена.
11. Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.
12. Неравенства. Решение неравенств. Понятие о равносильных неравенствах.
13. Системы уравнений и неравенств. Решение систем. Понятие о равносильных системах.
14. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула  $n$ -го члена и суммы первых  $n$  членов арифметической (геометрической) прогрессии.
15. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Сумма членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Формула для вычисления суммы.
16. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения и множество значений функции. Функция, обратная данной функции.
17. График функции. Возрастающие и убывающие функции. Периодичность, четность, нечетность функций.

18. Основные свойства функций:  $y = kx + b$ ;  $y = \frac{k}{x}$ ;  $y = ax^2 + bx + c$ ;  $y = x^n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ;  
 $y = a^x$ ;  $y = \log_a x$ ;  $y = \sin x$ ;  $y = \cos x$ ;  $y = \operatorname{tg} x$ ;  $y = \sqrt{x}$ ;  $y = \sqrt[3]{x}$  (в естественных областях определения).
19. Тригонометрические функции числового аргумента.
20. Основные тригонометрические тождества.
21. Тригонометрические функции суммы и разности аргументов.
22. Формулы преобразования суммы и разности тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму, формулы понижения степени.
23. Формулы приведения.
24. Обратные тригонометрические функции.
25. Определение производной. Ее физический и геометрический смысл. Уравнение касательной.
26. Нахождение производных элементарных функций. Правила вычисления производных.
27. Достаточные условия возрастания (убывания) функций на промежутке. Точки экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции. Достаточные условия существования экстремума функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.
28. Исследование функций с помощью производной.
29. Понятия неопределенного и определенного интегралов. Применение определенных интегралов к вычислению площадей.

### Геометрия

1. Признаки равенства треугольников.
2. Свойства равнобедренного треугольника.
3. Параллельность прямых. Признак параллельности прямых.
4. Сумма углов треугольника и выпуклого многоугольника.
5. Прямоугольный треугольник. Решение прямоугольных треугольников.
6. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор, сегмент.
7. Окружность, описанная вокруг треугольника и вписанная в треугольник.
8. Признаки и свойства параллелограмма.
9. Прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.
  10. Теорема Фалеса.
  11. Средняя линия треугольника.
  12. Теоремы косинусов, синусов; теорема Пифагора.

13. Векторы. Сложение векторов, умножение вектора на число. Скалярное произведение.
14. Подобие фигур, признаки подобия треугольников.
15. Формулы площадей треугольника, параллелограмма, трапеции, круга.
16. Параллельность прямых и плоскостей.
17. Угол между прямой и плоскостью. Перпендикулярность прямых и плоскостей.
18. Двугранный и трехгранный углы.
19. Призма, параллелепипед, пирамида.
20. Цилиндр, конус, шар.
21. Объемы прямоугольного параллелепипеда, призмы, пирамиды, конуса, цилиндра, шара.
22. Площади боковой поверхности прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, конуса, цилиндра. Площадь сферы.
23. Свойства высоты, опущенной из вершины прямого угла треугольника

## **2. Основные умения и навыки**

Экзаменуемый должен уметь:

Производить арифметические действия над числами, заданными в виде обыкновенных и десятичных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений.

Проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.

Строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической, тригонометрической функций, функций, содержащих абсолютные величины и комбинаций указанных функций.

Решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящие к ним; решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящие к ним. Сюда, в частности, относятся простейшие уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.

Решать задачи на составление уравнений и систем уравнений.

Изображать геометрические фигуры на чертеже и производить простейшие построения на плоскости.

Использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии - при решении геометрических задач.

Производить операции над векторами (сложение и вычитание векторов, умножение век-

тора на число) и пользоваться свойствами этих операций.

Пользоваться понятием производной при исследовании интервалов монотонности функций, нахождении экстремумов и при построении графиков функций.

Пользоваться понятием определенного интеграла для нахождения площадей плоских фигур.

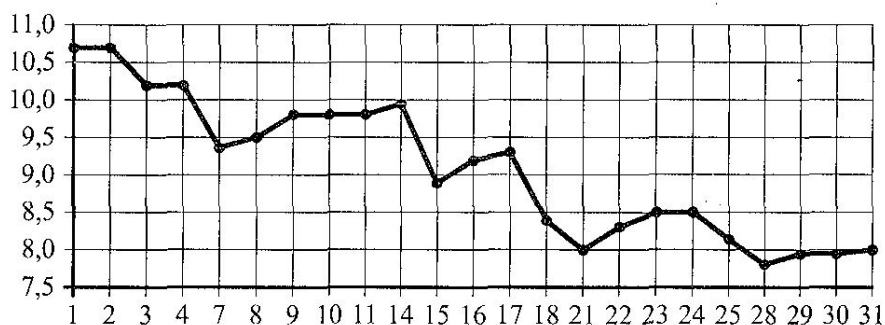
### Примерные варианты заданий по математике

#### Письменный экзамен по математике

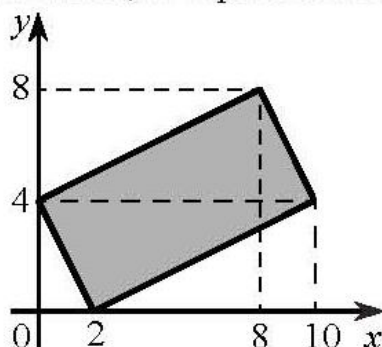
#### Вариант 1

**В1** Павел Иванович купил американский автомобиль, спидометр которого показывает скорость в милях в час. Американская миля равна 1609 м. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 61 милю в час? Ответ округлите до целого числа.

**В2** На рисунке жирными точками показана цена серебра, установленная Центробанком РФ во все рабочие дни в октябре 2008 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена серебра в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена серебра была наименьшей за указанный период.



**В3** Найдите площадь прямоугольника, изображённого на рисунке.



**В4** Независимое агентство каждый месяц определяет рейтинги  $R$  новостных сайтов на основе показателей информативности  $In$ , оперативности  $Op$  и объективности  $Tr$  публикаций. Каждый отдельный показатель оценивается целым числом от  $-2$  до  $2$ . Итоговый рейтинг вычисляется по формуле

$$R = 25 \cdot \left( \frac{2In + Op + 3Tr}{6} + 2 \right).$$

В таблице даны оценки каждого показателя для нескольких новостных сайтов. Определите наивысший рейтинг новостных сайтов, представленных в таблице. Запишите его в ответ, округлив до целого числа.

Сайт	Информативность	Оперативность	Объективность
VoKak.ru	1	-2	0
NashiNovosti.com	-2	1	-2
Bezvrak.ru	1	-2	1
Zhizni.net	-1	-1	-1

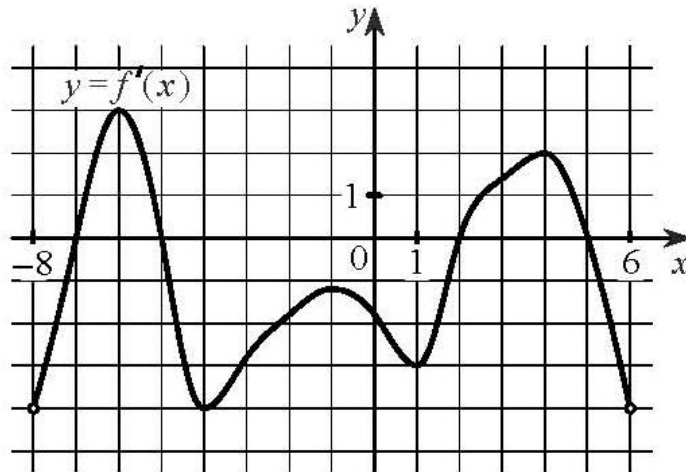
**В5** Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-3} = 32^x$ .

**В6** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\sin A = \frac{\sqrt{7}}{4}$ . Найдите  $\sin B$ .

**В7** Найдите значение выражения  $\log_5 3 \cdot \log_3 125$ .

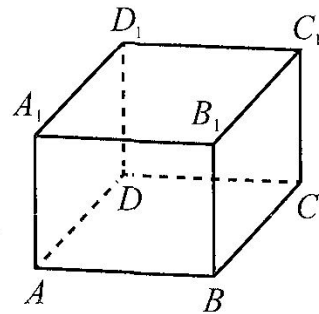
B8

На рисунке изображён график  $y=f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-8; 6)$ . Найдите промежутки возрастания функции  $f(x)$ . В ответе укажите длину наибольшего из них.



B9

В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны длины рёбер:  $AB=21$ ,  $AD=20$ ,  $AA_1=23$ . Найдите площадь сечения, проходящего через вершины  $A$ ,  $A_1$  и  $C$ .

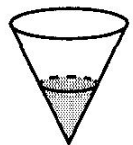


B10

В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что решка выпадет ровно один раз.

B11

В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает  $\frac{1}{4}$  высоты. Объём жидкости равен 1 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?



**B12**

Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре  $C = 4 \cdot 10^{-6}$  Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением  $R = 2 \cdot 10^6$  Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе  $U_0 = 22$  кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения  $U$  (кВ) за время, определяемое выражением  $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$  (с), где  $\alpha = 1,7$  — постоянная. Определите наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 27,2 секунды. Ответ дайте в кВ (киловольтах).

**B13**

Первый сплав содержит 5% меди, второй — 11% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 4 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 10% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

**B14**

Найдите наименьшее значение функции  $y = e^{2x} - 5e^x - 2$  на отрезке  $[-2; 1]$ .

**C1**

а) Решите уравнение  $\sqrt{2} \sin\left(-\frac{\pi}{2} + x\right) \cdot \sin x = \cos x$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$ .

**C2**

Плоскость  $\alpha$  пересекает два шара, имеющих общий центр. Площадь сечения меньшего шара этой плоскостью равна 14. Плоскость  $\beta$ , параллельная плоскости  $\alpha$ , касается меньшего шара, а площадь сечения этой плоскостью большего шара равна 9. Найдите площадь сечения большего шара плоскостью  $\alpha$ .

**C3**

Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 16^x - 21 \cdot 4^x + 68 \leq 0, \\ \frac{2x^3 - 4x^2 + 4x - 6}{x^2 - 2x} \geq 2x + \frac{2}{x-3} + \frac{3}{x} \end{cases}$$



С4

Окружность радиуса  $10\sqrt{2}$  вписана в прямой угол. Вторая окружность также вписана в этот угол и пересекается с первой в точках  $M$  и  $N$ . Известно, что расстояние между центрами окружностей равно 12. Найдите  $MN$ .

С5

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\log_{1-x}(3-a-x) = 2$$

имеет хотя бы один корень, принадлежащий промежутку  $[-2; 1)$ .

С6

Даны  $n$  различных натуральных чисел, составляющих арифметическую прогрессию ( $n \geq 3$ ).

а) Может ли сумма всех данных чисел быть равной 18?

б) Каково наибольшее значение  $n$ , если сумма всех данных чисел меньше 800?

в) Найдите все возможные значения  $n$ , если сумма всех данных чисел равна 111.

### Собеседование по математике

#### Вариант № 1

1. Найти наибольший общий делитель чисел 102 и 30.

2. . Вычислить  $\sin(\alpha + \beta)$ , если

$$\sin \alpha = -\frac{1}{3}, \cos \beta = -\frac{2}{3}, \alpha \in (\pi; \frac{3\pi}{2}), \beta \in (\pi; \frac{3\pi}{2}).$$

3. В равнобедренном треугольнике величина угла при вершине равна  $\alpha$ , а площадь треугольника равна  $S$ . Найти длины сторон этого треугольника.

### Критерии оценивания ответов поступающих

Первоначальная оценка работы проводится в технических баллах. Правильное решение каждой из задач раздела В оценивается в один балл. Правильное решение задач С1 и С2 оценивается в 2 балла, задач С3 и С4 – в 3 балла, задач С5 и С6 – в 4 балла.

Итоговая оценка проводится по 100 – балльной шкале. Порядок пересчета технических баллов в итоговые определяется председателем приемной комиссии ВГУ.

### РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Пособие по математике для поступающих в вузы: Учебное пособие/ Кутасов А.Д., Пиголкина Т.С., Чехлов В.И., Яковлев Т.Х.- Под ред. Г.Н. Яковлева.- М.: Наука. 1988.- 720 с.
2. Ткачук В.И. Математика абитуриенту. М.: МЦМНО, 1997, т. 1-2.- 432 с.
3. Шабунин М.И. Математика для поступающих в вузы. Неравенства и системы неравенств.- Учебное пособие.- М.: Аквариум, 1997.- 256 с.
4. Горнштейн П.И., Полонский В.Б., Якир М.С. Задачи с параметрами.- М.: Илекса, 1998.- 336 с.
5. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии. Части 1,2. М.: Наука, 1991.- 240 с.
6. Черкасов О.Ю., Якушев А.Г. Математика: интенсивный курс подготовки к экзаменам. М.: Рольф, 1997.- 384 с.
7. Шарыгин И.Ф. Факультативный курс по математике. Решение задач. 10. М.: Просвещение, 1989.- 252 с.
8. Шарыгин И.Ф., Голубев В.И. Факультативный курс по математике. Решение задач. 11. М.: Просвещение. 1991.- 384 с.
9. Письменный Д.Т. Готовимся к экзамену по математике.- М.:Рольф, 1997.-288 с.
10. Будак А.Б., Щедрин Б.Я. Элементарная математика. Руководство для поступающих в вузы. М.: МГУ, 1997 - 400 с.
11. Белоненко Т.В., Васильев А.Е., Васильева Н.И., Крымская Н.Д. Сборник конкурсных задач по математике. Санкт-Петербург.: «Специальная Литература», 1997.- 560 с.
12. Куланин Е.Д., Норин В.Л., Федин С.Н., Шевченко Ю.А. 3000 конкурсных задач по математике.- Рольф, 1997.- 608 с.
13. Якушева Е.В., Попов А.8., Якушев А.Г. 2000 задач и упражнений по математике. Для школьников и абитуриентов. М.: «1 федеративная книготорговая компания», 1998.- 448 с.
14. Осипов В.Ф. Конкурсные задачи по математике: С решениями и указаниями. Санкт-Петербург.: «Изд-во СПбГУ», 1996.- 372 с.
15. Кочагин В.В., Кочагина М.Н. Математика. Тематические тренировочные задания. Москва. Эскмо 2014.- 157 с.
16. Семенов А.Л., Ященко И.В. Математика. Типовые тестовые задания. Москва. Экзамен. 2014.-215 с.