

Программа разработана на основе ФГОС среднего общего образования.

В первом разделе представлены основные математические понятия, факты, формулы и теоремы, которыми должен владеть поступающий для успешного прохождения вступительных испытаний. Во втором разделе указано, какие навыки и умения требуются от поступающего.

Для решения экзаменационных задач достаточно уверенного владения теми понятиями и свойствами, которые перечислены в настоящей программе.

При поступлении на бюджетные места вступительные испытания проводятся в форме письменного экзамена, в случае поступления на места по договорам об оказании платных образовательных услуг – в форме собеседования.

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

1. Основные математические понятия и факты

Арифметика, алгебра и начала анализа

Натуральные числа. Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.

Целые числа. Рациональные числа. Их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел. Свойства арифметических действий с рациональными числами.

Действительные числа, их представление в виде десятичных дробей. Иррациональные числа. Правила округления.

Числовая прямая. Числовые промежутки. Модуль действительного числа, его геометрическая интерпретация.

Числовые выражения, выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.

Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень. Свойства степени с натуральным и рациональным показателем

Логарифмы и их свойства.

Одночлен и многочлен. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена. Многочлен с одной переменной. Формула для вычисления корней квадратного трехчлена.

Уравнение. Корни уравнения. равносильные преобразования уравнений.

Неравенства. Решения неравенств. равносильные преобразования неравенств.

Системы уравнений и неравенств. Решение систем. Понятие о равносильных системах.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формулы n -го члена и суммы n первых членов арифметической прогрессии. Формулы n -го члена и суммы n первых членов геометрической прогрессии. Бесконечная убывающая геометрическая прогрессия.

Понятие функции. Способы задания функции. Область определения. Множество значений. Функция, обратная данной функции. График функции. Возрастающие и убывающие функции. Периодичность, четность, нечетность функции.

Функции $y=ax+b$, $y=k/x$, их свойства и графики.

Функции $y=ax^n$, $y=\sqrt{x}$, их свойства и графики.

Квадратичная функция, ее свойства и график.

Тригонометрические функции, их свойства и графики.

Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики.

Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики.

Основные формулы и теоремы теории вероятности: классическая формула вероятности, теоремы о вероятностях событий

Основные тригонометрические тождества. Формулы суммы и разности синуса и косинуса двух аргументов. Формулы преобразования суммы и разности тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму, формулы понижения степени. Формулы приведения.

Обратные тригонометрические функции.

Определение производной. Ее физический и геометрический смысл. Уравнение касательной. Производные элементарных функций. Правила вычисления производных. Достаточные условия возрастания (убывания) функций на промежутке. Точки экстремума функции. Необходимое и достаточное условия существования экстремума функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.

Понятие определенного интеграла. Применение определенных интегралов к вычислению площадей.

Геометрия

Треугольник. Виды треугольников. Медиана, биссектриса, высота треугольника.

Прямоугольный треугольник. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника. Свойства высоты, опущенной из вершины прямого угла.

Свойства равнобедренного треугольника.

Параллельность прямых. Признаки параллельности прямых.

Сумма углов треугольника и выпуклого многоугольника.

Четырехугольники. Их основные виды и свойства.

Окружность. Круг. Сектор. Касательная к окружности и её свойство. Секущая и ее свойство. Свойства хорд окружности. Теорема о касательной и секущей. Измерение углов в окружностях. Вписанные и описанные окружности в треугольники и правильные многоугольники.

Теорема Фалеса. Средняя линия треугольника.

Теоремы косинусов, синусов, теорема Пифагора.

Векторы. Сложение векторов, умножение вектора на число. Скалярное произведение векторов.

Подобие фигур, признаки подобия треугольников.

Формулы площадей: треугольника, параллелограмма, трапеции, круга.

Параллельность прямых и плоскостей.

Угол между прямой и плоскостью. Перпендикулярность прямых и плоскостей.

Двугранный и трехгранный углы.

Многогранники. Их вершины, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы; пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида.

Параллелепипеды, их виды.

Формулы площадей поверхностей и объемов многогранников.

Тела вращения. Площади поверхностей и объемы тел вращения.

2. Основные умения и навыки

Экзаменуемый должен уметь:

- производить арифметические действия над числами, заданными в виде обыкновенных и десятичных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений;

- выполнять преобразования числовых и буквенных рациональных и иррациональных выражений, числовых и буквенных логарифмических и тригонометрических выражений, выражений со степенями;
- читать графики и диаграммы, производить вычисления величин по графикам и диаграммам;
- проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции;
- строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической, тригонометрической функций, функций, содержащих абсолютные величины и комбинаций указанных функций;
- решать уравнения и неравенства, решать системы уравнений и неравенств; решать задачи на составление уравнений и систем уравнений; решать задачи на проценты и экономические задачи
- изображать геометрические фигуры на чертеже и проводить простейшие построения на плоскости;
- использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии при решении геометрических задач;
- проводить операции над векторами и пользоваться свойствами этих операций;
- пользоваться понятием производной при исследовании функции;
- пользоваться понятием определенного интеграла при вычислении площадей плоских фигур.

Образец контрольно-измерительного материала по математике (собеседование)

Контрольно-измерительный материал (КИМ)

1. Функции $y=ax^n$, $y=\sqrt{x}$, их свойства и графики
2. Окружность. Круг. Сектор. Касательная к окружности и её свойство. Свойства хорд окружности. Теорема о касательной и секущей. Измерение углов в окружностях.

Критерии оценки устных ответов абитуриентов

74-100 баллов в том случае, если абитуриент:

- полно и доказательно раскрыл содержание материала в объеме, предусмотренном программой, изложил материал грамотным языком в определенной логической последовательности, точно используя математическую терминологию и символику;
- правильно выполнил рисунки, чертежи, графики, сопутствующие ответу;
- показал умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации при выполнении практического задания;
- продемонстрировал усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов, сформированность и устойчивость умений и навыков;
- отвечал самостоятельно без наводящих вопросов. Возможны одна - две неточности при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые абитуриент легко исправил по замечанию экзаменатора.

59-73 балла в том случае, если абитуриент:

- в изложении допустил небольшие пробелы, не искажившие математическое содержание ответа;

- допустил один – два недочета при освещении основного содержания вопроса, исправленные по замечанию экзаменатора;
- допустил ошибку или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, легко исправленные по замечанию экзаменатора.

39-58 баллов в том случае, если абитуриент:

- неполно или непоследовательно раскрыл содержание материала, но показал общее понимание вопроса и продемонстрировал достаточные умения;
- затруднялся или допускал ошибки в определении понятий, использовании математической терминологии, чертежах, выкладках, исправленных после нескольких наводящих вопросов экзаменатора;
- не справился с применением теории в новой ситуации при выполнении практического задания, но выполнил типовое задание;
- при знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность основных умений и навыков.

38 и менее баллов в том случае, если абитуриент:

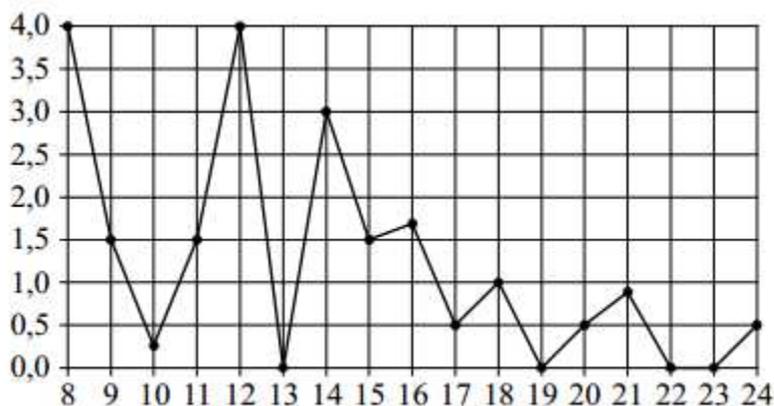
- не раскрыл основное содержание учебного материала;
- обнаружил незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала;
- допустил ошибки в определении понятий, при использовании математической терминологии, в рисунках, чертежах или графиках, в выкладках, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов экзаменатора.

Примерный вариант КИМ для письменного экзамена по математике

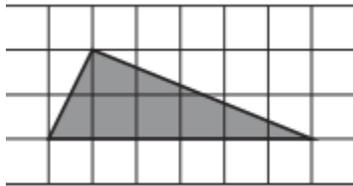
Ответом к заданиям 1 – 12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

ЧАСТЬ 1

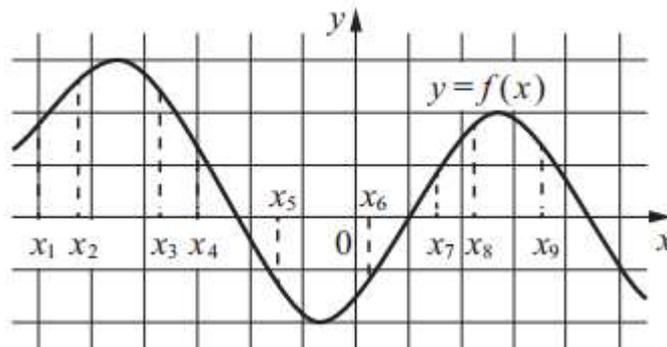
1. Поезд отправился из Санкт-Петербурга в 23 часа 50 мину т(время московское) и прибыл в Москву в 7 часов 50 минут следующих суток. Сколько часов поезд находился в пути?
2. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Томске с 8 по 24 января 2005 г. По горизонтали указаны числа месяца; по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа в Томске впервые выпало ровно 1,5 миллиметра осадков.



3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь.



4. В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов. Только в двух билетах встречается вопрос о грибах. На экзамене выпускнику достаётся один случайно выбранный билет из этого сборника. Найдите вероятность того, что в этом билете будет вопрос о грибах.
5. Найдите корень уравнения $3x - 5 = 81$.
6. Треугольник ABC вписан в окружность с центром O. Угол BAC равен 32° . Найдите угол BOC. Ответ дайте в градусах.
7. На рисунке изображён график дифференцируемой функции $y=f(x)$. На оси абсцисс отмечены девять точек: x_1, x_2, \dots, x_9 .



- Найдите все отмеченные точки, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна. В ответе укажите количество этих точек.
8. В первом цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 16 см. Эту жидкость перелили во второй цилиндрический сосуд, диаметр основания которого в 2 раза больше диаметра основания первого. На какой высоте будет находиться уровень жидкости во втором сосуде? Ответ выразите в см.

ЧАСТЬ 2

9. Найдите $\sin 2\alpha$, если $\cos \alpha = 0,6$ и $\pi < \alpha < 2\pi$.
10. Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковой сигнал частотой 749 МГц. Приёмник регистрирует частоту сигнала, отражённого от дна океана. Скорость погружения батискафа (в м/с) и частоты связаны соотношением

$$v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0},$$

- где $c = 1500$ м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемого сигнала (в МГц), f — частота отражённого сигнала (в МГц). Найдите частоту отражённого сигнала (в МГц), если батискаф погружается со скоростью 2 м/с.
11. Весной катер идёт против течения реки в 2 раза медленнее, чем по течению. Летом течение становится на 1 км/ч медленнее. Поэтому летом катер идёт против течения в 1,5 раза медленнее, чем по течению. Найдите скорость течения весной (в км/ч).
 12. Найдите наименьшее значение функции $y = 9x - 9 \ln(x + 11) + 7$ на отрезке $[10,5; 0]$.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos 2x = \sqrt{3} \cos x + 1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi; \frac{-3\pi}{2}]$

14. Все рёбра правильной треугольной призмы $ABC A_1 B_1 C_1$ имеют длину 6. Точки M и N — середины рёбер AA_1 и $A_1 C_1$ соответственно.

а) Докажите, что прямые BM и MN перпендикулярны.

б) Найдите угол между плоскостями BMN и ABB_1

15. Решите неравенство

$$\log_{11}(8x^2 + 7) - \log_{11}(x^2 + x + 1) \geq \log_{11}\left(\frac{x}{x+5} + 7\right).$$

16. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

17. 15 января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — целое число;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей:

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1,0	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение r , при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей.

18. Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (|x| - 5)^2 + (y - 4)^2 = 9, \\ (x + 2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19. В школах №1 и №2 учащиеся писали тест. Из каждой школы тест писали, по крайней мере, 2 учащихся, а суммарно тест писали 9 учащихся. Каждый учащийся, писавший тест, набрал натуральное количество баллов. Оказалось, что в каждой школе средний балл за тест был целым числом. После этого один из учащихся, писавших тест, перешёл из школы №1 в школу №2, а средние баллы за тест были пересчитаны в обеих школах.

а) Мог ли средний балл в школе №1 уменьшиться в 10 раз?

б) Средний балл в школе №1 уменьшился на 10%, средний балл в школе №2 также уменьшился на 10%. Мог ли первоначальный средний балл в школе №2 равняться 7?

в) Средний балл в школе №1 уменьшился на 10%, средний балл в школе №2 также уменьшился на 10%. Найдите наименьшее значение первоначального среднего балла в школе №2.

Критерии оценивания письменного экзамена

На выполнение работы отводится **240 минут**. При оценивании письменного экзамена применяется 100 – балльная шкала. Каждое из заданий 1-12 считается выполненным верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13-19, зависит от полноты решения и правильности ответа. Общие требования к выполнению заданий с развернутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Экзаменаторы проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают. При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

Таблица 1. Оценивание заданий первичными баллами

№ задания	Первичный балл
1	1
2	1
3	1
4	1
5	1
6	1
7	1
8	1
9	1
10	1
11	1
12	1
13	2
14	2
15	2
16	3
17	3
18	4
19	4
всего	32

Таблица 2. Перевод первичных баллов в тестовые

Первичный балл	Тестовый балл
1	5
2	9
3	14
4	18
5	23
6	27
7	33
8	39
9	45

Первичный балл	Тестовый балл
10	50
11	56
12	62
13	68
14	70
15	72
16	74
17	76
18	78
19	80
20	82
21	84
22	86
23	88
24	90
25	92
26	94
27	96
28	98
29	99
30	100
31	100
32	100

Список рекомендуемой литературы

1. Балаян Э.Н. Математика. Справочник для подготовки к ОГЭ и ЕГЭ – М., 2018.
2. Дорофеев Г. В. Математика: для поступающих в вузы / Г. В. Дорофеев, М. К. Потапов, Н. Х. Розов. - 6-е изд., стереотип. - М.: Дрофа, 2004. - 666 с.
3. Малкова А. Математика. Авторский курс для подготовки к ЕГЭ – Ростов-на-Дону: Феникс, 2019.
4. Математика – теоретический материал для подготовки к ЕГЭ [Электронный ресурс]. – URL: <https://ctege.info/matematika-teoriya-ege/>
5. Крамор В. С. Готовимся к экзамену по математике: Учебное пособие / В. С. Крамор. — М.: ООО «Издательство Оникс»: ООО «Издательство «Мир и Образование», 2008. — 544 с: ил.
6. Теория по математике (профильной) [Электронный ресурс]. – URL: https://examer.ru/ege_po_matematike/teoriya
7. Удалов Н.Н. Математика. Наглядный справочник для подготовки к ЕГЭ и ОГЭ – М., 2020-10-29
8. Яценко И.В., Шестаков С.А. Подготовка к ЕГЭ по математике в 2020 г. Профильный уровень. – М: Издательство МЦНМО, 2020

Составитель программы вступительных испытаний по математике:
кандидат педагогических наук,
доцент кафедры начального
и среднепрофессионального образования



Т.П. Быкова