

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ  
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**  
**Избранные вопросы механики и молекулярной физики**

## Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Приступая к изучению учебной дисциплины, прежде всего обучающиеся должны ознакомиться с учебной программой дисциплины. Электронный вариант рабочей программы размещён на сайте БФ ВГУ.

Знание основных положений, отраженных в рабочей программе дисциплины, поможет обучающимся ориентироваться в изучаемом курсе, осознавать место и роль изучаемой дисциплины в подготовке будущего педагога, строить свою работу в соответствии с требованиями, заложенными в программе.

Основными формами контактной работы по дисциплине являются лекции, практические занятия и лабораторные, посещение которых обязательно для всех студентов.

В ходе лекционных занятий необходимо критически осмысливать предлагаемый материал, задавать вопросы как уточняющего характера, помогающие уяснить отдельные излагаемые положения, так и вопросы продуктивного типа, направленные на расширение и углубление сведений по изучаемой теме, на выявление недостаточно освещенных вопросов, слабых мест в аргументации и т.п.

На практических занятиях необходимо активно участвовать в решении предлагаемых задач, начиная уже с этапа анализа условия и поиска путей решения. Студенту, вызванному для решения задачи к доске, следует подробно комментировать ход решения задачи, а стальным студентам — выполнять основные этапы решения предложенной задачи самостоятельно, но при этом контролируя ход решения на доске.

В ходе подготовки к практическим занятиям необходимо изучить в соответствии с вопросами для повторения конспекты лекций, основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой. Кроме того, следует повторить материал лекций, ответить на контрольные вопросы, изучить образцы решения задач, выполнить упражнения (если такие предусмотрены).

При подготовке к промежуточной аттестации необходимо повторить пройденный материал в соответствии с учебной программой, примерным перечнем вопросов, выносящихся на экзамен. Рекомендуется использовать конспекты лекций и источники, перечисленные в списке литературы в рабочей программе дисциплины, а также ресурсы электронно-библиотечных систем. Необходимо обратить особое внимание на темы учебных занятий, пропущенных по разным причинам. При необходимости можно обратиться за консультацией и методической помощью к преподавателю.

## Методические материалы для обучающихся по освоению теоретических вопросов дисциплины

№	Тема	Рассматриваемые вопросы
1	Введение.	Методы изучения физических явлений. Происхождение и эволюция вселенной. Материальность и единство мира. Связь физики с другими науками и техникой. Погрешности физических измерений.
2	Кинематика.	Представления Ньютона о свойствах пространства и времени. Системы отсчета. Принцип независимости движений. Кинематические характеристики: радиус-вектор, перемещение, скорость, ускорение. Тангенциальное и нормальное ускорение. Поступательное и вращательное движения тела. Плоское

		движение. Угловые характеристики движения: перемещение, скорость и ускорение. Связь линейных и угловых характеристик.
3	Динамика материальной точки, механической системы.	Инерциальные системы отсчета (ИСО). Законы Ньютона. Принцип относительности Галилея. Принцип причинности в механике. Работа силы и потенциальная энергия. Энергия механического движения. Закон сохранения и превращения энергии. Система материальных точек. Понятие о внешних и внутренних силах. Центр масс. Уравнение движения центра масс. Закон сохранения импульса. Реактивное движение, Уравнение Мещерского, формула Циолковского. Теория удара.
4	Динамика твердого тела.	Кинетическая энергия плоского движения. Момент инерции. Моменты инерции однородных симметричных тел относительно оси, проходящей через центр масс. Теорема Штейнера-Гюйгенса. Момент импульса твердого тела. Закон сохранения момента импульса твердого тела. Основной закон динамики вращательного движения. Гироскоп и гироскопические силы.
5	Механика сплошной изменяемой среды.	Давление в жидкостях и газах. Стационарное движение идеальной жидкости. Уравнение неразрывности струи. Уравнение Бернулли и его следствия. Реакция вытекающей струи. Движение вязкой жидкости, формулы Ньютона, Пуазейля, Стокса. Ламинарное и турбулентное течение жидкости. Число Рейнольдса. Лобовое сопротивление и подъемная сила. Упругие свойства твердых тел. Виды деформаций. Закон Гука. Модули упругости, коэффициент Пуассона. Потенциальная энергия упруго деформированного тела, плотность энергии.
6	Основы СТО Эйнштейна. Движение в неинерциальных системах отсчета.	Скорость света. Постулаты Эйнштейна. Преобразования Лоренца и их следствия. Релятивистский импульс, релятивистская форма 2-го закона Ньютона. Взаимосвязь массы и энергии. Связь напряженности и потенциала. Движение в неинерциальных системах отсчета. Силы инерции. Сила Кориолиса. Проявление сил инерции на Земле.
7	Всемирное тяготение	Законы Кеплера. Опыт Кавендиша. Принцип эквивалентности сил инерции и сил тяготения. Космические скорости. Поле тяготения. Напряженность и потенциал гравитационного поля. Силовые линии поля.
8	Механические колебания и волны.	Механические колебания. Скорость и ускорение гармонических колебаний. Маятники. Собственная частота маятников. Энергия колеблющегося тела. Затухающие колебания и их характеристики. Вынужденные колебания. Резонанс. Волновые явления. Уравнение плоской бегущей волны. Энергия волны. Звуковые волны. Источники и приемники звука. Объективные и субъективные характеристики звука. Эффект Доплера.
9	Методы изучения физических свойств веществ.	Статистический и термодинамический методы исследования макроскопических систем. Экспериментальное обоснование МКТ вещества. Основные положения молекулярно-кинетической теории вещества.
10	Физическая модель - идеальный газ.	Экспериментальные законы идеального газа. Уравнение Менделеева - Клапейрона. Газовая постоянная. Основное уравнение МКТ идеального газа. Абсолютная температура. Скорости молекул газа. Распределения молекул идеального газа по скоростям. Барометрическая формула. Распределение Больцмана. Число степеней свободы молекул. Внутренняя энергия идеального газа.

11	Скорости процессов, протекающих в газах	Явления переноса в неравновесных термодинамических системах. Среднее число столкновений и средняя длина свободного пробега молекул. Теплопроводность. Диффузия. Внутреннее трение (вязкость). Технический вакуум. Понятие о плазме.
12	Основы термодинамики.	Работа и теплота как формы обмена энергией между системами. Первое начало термодинамики. Применение первого начала термодинамики к изопроцессам. Теплоемкость. Адиабатический процесс. Обратимые и необратимые процессы. Второе начало термодинамики. Энтропия и ее статистическое толкование. Тепловые машины. Идеальный цикл Карно и его КПД. Третье начало термодинамики.
13	Физическая модель - реальный газ.	Потенциальная энергия межмолекулярного взаимодействия. Уравнение Ван-дер-Ваальса. Внутренняя энергия реального газа. Эффект Джоуля-Томсона. Фазовые переходы. Уравнение Клапейрона - Клаузиуса.
14	Свойства жидкости и твердых тел.	Свойства поверхностного слоя жидкости: поверхностное натяжение, смачивание, давление Лапласа, капиллярные явления. Аморфные и кристаллические тела. Анизотропия кристаллов. Дефекты в кристаллах. Механические свойства кристаллов. Тепловые свойства кристаллов.

## Методические материалы для обучающихся по подготовке к практическим/лабораторным занятиям

### Методические материалы к практическим занятиям

#### ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

**Скорость мгновенная** 
$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{ds}{dt} \vec{\tau}$$

где:  $r$ -радиус вектор материальной точки,  
 $t$ -время,  
 $s$ -расстояние вдоль траектории движения,  
 $\tau$  -единичный вектор, касательный к траектории

**Ускорение:**

*Мгновенное*

$$a = \frac{dv}{dt};$$

*Тангенциальное*

$$a_{\tau} = \frac{dv}{dt} \cdot \tau;$$

*Нормальное*

$$\vec{a}_{\tau} = \frac{v^2}{R} \cdot \vec{n};$$

*Полное*

$$a = \sqrt{a_{\tau}^2 + a_n^2},$$

где  $R$  - радиус кривизны траектории  
 $n$  - единичный вектор главной нормали

**Скорость угловая**

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt},$$

где  $\varphi$  - угловое перемещение

**Ускорение угловое**

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}.$$

Связь между линейными и угловыми

величинами

$$s = \varphi \cdot R, v = \omega \cdot R$$

$$a_{\tau} = \varepsilon R, a_n = \omega^2 R$$

### Импульс (количество движения)

материальной точки

$$p = mv,$$

где  $m$ -масса материальной точки

### Основное уравнение динамики

материальной точки (второй закон Ньютона)

$$\vec{F} = \frac{dp}{dt} = m\vec{a}$$

Закон сохранения импульса для изолированной системы  $\sum m_i v_i = const$

Радиус-вектор центра масс  $r_c = \sum m_i r_i / \sum m_i$ .

Скорость частиц после столкновения  $u_1 = -v_1 + 2 \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2},$

упругого центрального  $u_1 = -v_2 + 2 \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2},$

неупругого  $u_1 = u_2 = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2},$

где  $v_1$  и  $v_2$ -скорости частиц до столкновения,

$m_1$  и  $m_2$ -массы частиц

Сила сухого трения  $F_{mp} = fF_n$

где  $f$ -коэффициент трения

$F_n$ -сила нормального давления.

Сила упругости  $F_{ym} = k\Delta l,$

где  $k$ -коэффициент упругости (жесткость),

$\Delta l$ -деформация

Сила гравитационного взаимодействия  $F_{gp} = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$

где  $m_1$  и  $m_2$ -массы частиц,

$G$ -гравитационная постоянная,

$r$ -расстояние между частицами.

Работа силы  $A = \int F ds,$

Мощность  $N = \frac{dA}{dt} = Fv.$

### Потенциальная энергия

Упругодеформированного тела  $\Pi = \frac{k(\Delta l)^2}{2};$

гравитационного взаимодействия двух частиц  $\Pi = -G \frac{m_1 m_2}{r};$

тела в однородном гравитационном поле  $\Pi = mgh,$

где  $g$ -напряженность гравитационного поля

(ускорение свободного падения),

$h$ -расстояние от нулевого уровня.

Напряженность гравитационного поля Земли  $g = \frac{GM_3}{(R_3 + h)^2},$

где  $M_3$ -масса Земли

$R_3$ -радиус Земли

$h$  - расстояние от поверхности Земли

Потенциал гравитационного поля Земли  $\varphi = -\frac{GM_3}{R_3 + h}$ .

**Кинетическая энергия материальной точки**  $T = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$

**Закон сохранения механической энергии**  $E = T + \Pi = const$

**Момент инерции материальной точки**  $J = mr^2$ ,

где  $r$ -расстояние до оси вращения

**Момент инерции тел массой  $m$  относительно**

**оси, проходящей через центр масс**

*тонкостенного цилиндра (кольца)*

*радиуса  $R$ , если ось вращения*

*совпадает с осью цилиндра*

$$J_0 = mR^2;$$

*сплошного цилиндра (диска) радиуса  $R$ , если*

*ось вращения совпадает с осью цилиндра*

$$J_0 = \frac{1}{2}mR^2;$$

*шара радиуса  $R$*

$$J_0 = \frac{2}{5}mR^2;$$

*тонкого стержня длиной  $l$ , если*

*ось вращения перпендикулярна стержню*

$$J_0 = \frac{1}{12}ml^2.$$

**Момент инерции тела массой  $m$  относительно**

**произвольной оси (теорема Штейнера)**

где  $J_0$  - момент инерции относительно параллельной оси, проходящей через центр масс;  $d$  - расстояние между осями

**Момент силы**  $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ ,

где  $r$ -радиус-вектор точки приложения силы

**Момент импульса**  $L = J\omega$ .

**Основное уравнение динамики вращательного движения**  $M = \frac{dL}{dt} = J\varepsilon$ .

**Закон сохранения момента импульса**

**для изолированной системы**  $\sum J_1\omega_1 = const$ .

Работа при вращательном движении  $A = \int M d\varphi$

**Кинетическая энергия вращающегося тела**  $T = \frac{J\omega^2}{2} = \frac{L^2}{2J}$ .

**Количество вещества**  $\nu = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M}$ ,

где  $N$  – число молекул,

$N_A$  - постоянная Авогадро,  $m$ -масса вещества,  $M$ -молярная масса.

**Уравнение Клапейрона-Менделеева**  $pV = \nu RT$ ,

где  $p$ -давление газа;  $V$ -его объем,  $R$ -молярная газовая постоянная,  $T$ -термодинамическая температура.

**Уравнение молекулярно-кинетической теории газов**

$$p = \frac{2}{3}n\langle \varepsilon_{ном} \rangle = \frac{1}{3}nm_0\langle v_{кс} \rangle^2,$$

где  $n$ -концентрация молекул,

$\langle \varepsilon_{\text{пост}} \rangle$  - средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул,  
 $m_0$  - масса молекулы,  
 $\langle v_{\text{кв}} \rangle$  - средняя квадратичная скорость.

**Средняя энергия молекулы**  $\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT$ ,

где  $i$  - число степеней свободы  
 $k$  - постоянная Больцмана

**Внутренняя энергия идеального газа**  $U = \frac{i}{2} \nu RT$ .

**Скорости молекул:**

*средняя квадратичная*  $\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{3kT/m_0} = \sqrt{3RT/M}$  ;

*средняя арифметическая*  $\langle v \rangle = \sqrt{8kT/\pi m_0} = \sqrt{8RT/\pi M}$  .

*наиболее вероятная*  $v_g = \sqrt{2kT/m_0} = \sqrt{2RT/M}$  .

Средняя длина свободного пробега

**молекулы**  $\langle \lambda \rangle = (\sqrt{2} \cdot \pi \cdot d^2 n)^{-1}$ ,

где  $d$  - эффективный диаметр молекулы

**Среднее число столкновений молекул в**

**единицу времени**  $\langle z \rangle = \sqrt{2} \cdot \pi \cdot d^2 n \langle v \rangle$ .

**Распределение молекул в потенциальном поле сил**  $n = n_0 \exp\left(-\frac{\Pi}{kT}\right)$ ,

где  $\Pi$  - потенциальная энергия молекулы.

**Барометрическая формула**  $p = p_0 \exp\left(-\frac{m_0 gh}{kT}\right)$ ,

**Уравнение диффузии**  $dm = -D \frac{d\rho}{dx} dS \cdot dt$ ,

где  $D$  - коэффициент диффузии

$\rho$  - плотность

$dS$  - элементарная площадка, перпендикулярная оси  $Ox$

**Уравнение теплопроводности**  $dQ = -H \frac{dT}{dx} dS \cdot dt$ ,

где  $H$  - теплопроводность

**Сила внутреннего трения**  $dF = -\eta \frac{dv}{dx} dS$ ,

где  $\eta$  - динамическая вязкость

**Коэффициент диффузии**  $D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle \lambda \rangle$ ,

**Вязкость (динамическая)**  $\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle \lambda \rangle = D\rho$ ,

**Теплопроводность**  $H = \frac{1}{3} c_v \rho \langle v \rangle \langle \lambda \rangle = \eta c_v$ ,

где  $c_v$  - удельная изохорная теплоемкость.

**Молярная теплоемкость идеального газа**

изохорная

$$C_v = \frac{i}{2} R;$$

изобарная

$$C_p = \frac{(i+2)}{2} R.$$

### Первое начало термодинамики

$$dQ = dU + dA,$$

$$dU = \nu C_v dT,$$

$$dA = p dV.$$

### Работа расширения газа при процессе

изобарном

$$A = p(V_2 - V_1) = \nu R(T_2 - T_1);$$

изотермическом

$$A = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \nu RT \ln \frac{p_1}{p_2};$$

адиабатном

$$\begin{aligned} A &= \nu C_v (T_1 - T_2) = \\ &= \frac{\nu RT_1}{(\gamma - 1)} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] =, \\ &= \frac{p_1 V_1}{(\gamma - 1)} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] \end{aligned}$$

где  $\gamma = C_p / C_v$

### Уравнение Пуассона

$$pV^\gamma = const,$$

$$TV^{\gamma-1} = const,$$

$$T^\gamma p^{1-\gamma} = const.$$

### КПД цикла Карно

$$\eta = \frac{Q - Q_0}{Q} = \frac{T - T_0}{T},$$

где  $Q$  и  $T$ -количество теплоты

полученное от нагревателя и его температура;

$Q_0$  и  $T_0$ -количество теплоты переданное

холодильнику и его температура.

## ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ПОСТОЯННЫЕ

**Гравитационная постоянная (G)** - коэффициент пропорциональности, входящей в закон тяготения Ньютона:

$$F = Gm_1 m_2 / r^2,$$

где  $F$ -сила притяжения двух материальных точек массами  $m_1$  и  $m_2$ , находящихся на расстоянии  $r$ .

**Постоянная Авогадро (N<sub>A</sub>)**– определяется число структурных элементов(атомов, молекул, ионов, и других частиц) в единице количества вещества, в одном моле.

**Универсальная газовая постоянная (R)**, входящая в уравнение состояния идеального газа. Физический смысл газовой постоянной - это работа расширения одного моля идеального газа под постоянным давлением при нагревание на 1 K. С другой стороны, газовая постоянная- разность молярных теплоемкостей при постоянном давлении и постоянном объеме  $C_p - C_v = R$



**Постоянная Больцмана (k)** - равна отношению молярной газовой постоянной к постоянной Авогадро:  $k = R/N_A$

Постоянная Больцмана входит в ряд важнейших соотношений физики: в уравнение состояния идеального газа, в выражение для средней энергии теплового движения частиц, связывает энтропию физической системы с ее термодинамической вероятностью.

**Молярный объем идеального газа ( $V_m$ ),** т. е. объем. Приходящийся на количество вещества газа 1 моль при нормальных условиях, ( $p_0=101,325$  кПа,  $T_0=273,12$  К) определяется из соотношения

$$V_m = RT_0/p_0$$

### Примеры решения задач

**Пример 1.** Уравнение движения материальной точки вдоль оси имеет вид  $x = A+B+Ct^3$ . Найти координату  $x$ , скорость  $v$  и ускорение  $a$  точки в момент времени  $t = 2$  с.

**Решение.** Координату  $x$  найдем, подставив в уравнение движения числовые значения коэффициентов  $A$ ,  $B$  и  $C$  и времени  $t$ :

$$x = (2 + 1 \cdot 2 - 0,5 \cdot 2^3) \text{ м} = 0.$$

Мгновенная скорость есть первая производная от координаты по времени:

$$v = \frac{dx}{dt} = B + 3Ct^2.$$

Ускорение точки найдем, взяв первую производную от скорости по времени:

$$a = \frac{dv}{dt} = 6Ct.$$

В момент времени  $t=2$  с:

$$v = (1 - 3 \cdot 0,5 \cdot 2^2) \text{ м/с} = -5 \text{ м/с}$$

$$a = 6(-0,5) \cdot 2 \text{ м/с}^2 = -6 \text{ м/с}^2$$

**Пример 2.** Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону  $\varphi = A+Bt+Ct^2$ , где  $A=10$  рад,  $B=20$  рад/с,  $C=-2$  рад/с<sup>2</sup>. Найти полное ускорение точки, находящейся на расстоянии  $r=0,1$  м от оси вращения, для момента времени  $t=4$  с.

**Решение.** Полное ускорение в точки, движущейся по кривой линии, может быть найдено как геометрическая сумма тангенциального ускорения  $a_\tau$  направленного по касательной к траектории, и нормального ускорения  $a_n$ , направленного к центру кривизны траектории (рис. 1):

$$a = a_\tau + a_n.$$

Так как векторы  $a_\tau$  и  $a_n$  взаимно перпендикулярны, то модуль ускорения:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}. \quad (1)$$

Тангенциальное и нормальное ускорения точки вращающегося тела выражаются формулами:

$$a_\tau = \varepsilon \cdot r, \quad a_n = \omega^2 r \quad (2)$$

где  $\omega$  – угловая скорость тела;  $\varepsilon$  – его угловое ускорение.

Подставляя выражения  $a_\tau$  и  $a_n$  в формулу (1), находим:

$$a = \sqrt{\varepsilon^2 r^2 + \omega^4 r^2} = r \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4} \quad (2)$$

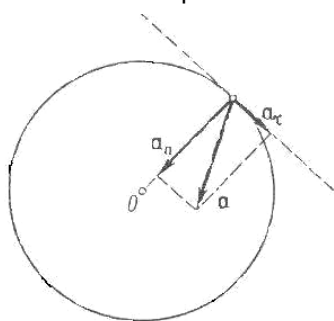


Рис. 1

Угловую скорость  $\omega$  найдем, взяв первую производную угла поворота по

времени:

$$\omega = d\varphi / dt = B + 2Ct.$$

В момент времени  $t=4$  с угловая скорость

$$\omega = [20 + 2(-2)4] \text{ рад/с} = 4 \text{ рад/с}.$$

$$\varepsilon = d\omega / dt = 2C = -4 \text{ рад/с}^2.$$

Подставляя значения  $\omega$ ,  $\varepsilon$  и  $r$  формулу (2), получаем:

$$a = 0,1 \sqrt{(-4)^2 + 4^4} \text{ м/с}^2 = 1,65 \text{ м/с}^2.$$

**Пример 3.** При выстреле из пружинного пистолета вертикально вверх пуля массой  $m=20$  г. Поднялась на высоту  $h=5$  м. Определить жесткость  $k$  пружины пистолета, если она была сжата на  $x=10$  см. Массой пружины пренебречь.

**Решение.** Система пуля – Земля (вместе с пистолетом) является замкнутой системой, в которой действуют консервативные силы – силы упругости и силы тяготения. Поэтому для решения задачи можно применить закон сохранения энергии в механике. Согласно ему полная механическая энергия  $E_1$  системы в начальном состоянии (в данном случае перед выстрелом) равна полной энергии  $E_2$  в конечном состоянии (когда пуля поднялась на высоту  $h$ ), т.е.

$$E_1 = E_2 \quad \text{или} \quad T_1 + \Pi_1 = T_2 + \Pi_2, \quad (1)$$

где  $T_1, T_2, \Pi_1$  и  $\Pi_2$  – кинетические и потенциальные энергии системы в начальном и конечном состояниях.

Так как кинетические энергии пули в начальном и конечном состояниях равны нулю, то (1) примет вид

$$\Pi_1 = \Pi_2.$$

Если потенциальную энергию в поле сил тяготения Земли на ее поверхности принять равной нулю, то энергия системы в начальном состоянии будет равна потенциальной энергии сжатой пружины, т.е.  $\Pi_1 = 1/2 k x^2$ , а в конечном состоянии – потенциальной энергии пули на высоте  $h$ , т.е.

$$\Pi_2 = mgh. \quad (2)$$

Подставив выражения  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  в формулу (2), найдем  $1/2 k x^2 = mgh$ , откуда

$$k = 2mgh / x^2. \quad (3)$$

Проверим, дает ли полученная формула единицу жесткости  $k$ . Для этого в правую часть формулы (3) вместо величин, подставим их единицы:

$$\frac{[m][g][h]}{[x]^2} = \frac{1 \cdot \text{кг} \cdot 1 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2} \cdot 1 \text{ м}}{1 \text{ м}^2} = \frac{1 \text{ кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2}}{1 \text{ м}} = 1 \text{ Н/м}.$$

Убедившись, что полученная единица является единицей жесткости (1 Н/м), подставим в формулу (3) значения величин и произведем вычисления:

$$k = \frac{2 \cdot 0,02 \cdot 9,81 \cdot 5}{(0,1)^2} \text{ Н/м} = 196 \text{ Н/м}.$$

**Пример 4.** Шар массой  $m_1$ , движущийся горизонтально с некоторой скоростью  $u_1$ , столкнулся с неподвижным шаром массой  $m_2$ . Шары абсолютно упругие, удар прямой, центральный. Какую долю  $\varepsilon$  своей кинетической энергии первый шар передал второму?

**Решение.** Доля энергии, переданной первым шаром второму, выразится соотношением

$$\varepsilon = \frac{T_2}{T_1} = \frac{m_2 u_2^2}{m_1 u_1^2} = \frac{m_2}{m_1} \left( \frac{u_2}{u_1} \right)^2, \quad (1)$$

где  $T_1$  - кинетическая энергия первого шара до удара;  $u_2$  и  $T_2$  - скорость кинетическая энергия второго шара после удара.

Как видно из формулы (1), для определения  $\varepsilon$  надо найти  $u_2$ . При ударе абсолютно упругих тел одновременно выполняются законы сохранения импульса и механической энергии. Пользуясь этими законами, найдем:

$$m_1 u_1 = m_1 u_1' + m_2 u_2 \quad (2)$$

$$\frac{m_1 u_1^2}{2} = \frac{m_1 u_1'^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}. \quad (3)$$

Решим совместно уравнения (2) и (3):

$$u_2 = \frac{2m_1 u_1}{m_1 + m_2}.$$

Подставим это выражение  $u_2$  в формулу (1) и сократив на  $u_1$  и  $m_1$ , получим

$$\varepsilon = \frac{m_2}{m_1} \left[ \frac{2m_1 u_1}{u_1 (m_1 + m_2)} \right]^2 = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}.$$

Из найденного соотношения видно, что доля переданной энергии зависит только от масс сталкивающихся шаров. Доля передаваемой энергии не изменится, если шары поменять местами.

**Пример 5.** Через блок в виде сплошного диска, имеющего массу  $m=80$  г (рис. 2), перекинута тонкая гибкая нить, к концам которой подвешены грузы с массами  $m_1=100$  г и  $m_2=200$  г. Определить ускорение, с которым будут двигаться грузы, если их предоставить самим себе? Трением и массой нити пренебречь.

**Решение.** Воспользуемся основными уравнениями динамики поступательного и вращательного движений. Для этого рассмотрим силы, действующие на каждый груз в отдельности и на блок. На первый груз действуют две силы: сила тяжести  $m_1 g$  и сила упругости (сила натяжения нити)  $T_1$ .

Спроецируем эти силы на ось X,

которую направим вертикально вниз, и напишем уравнение движения (второй закон Ньютона):

$$m_1 g - T_1 = m_1 a.$$

Уравнение движения для второго груза:

$$m_2 g - T_2 = m_2 a.$$

Под действием двух моментов сил  $T_1 r$  и  $T_2 r$  относительно оси, перпендикулярной плоскости чертежа, блок приобретает угловое ускорение  $\varepsilon$ . Согласно основному уравнению динамики вращательного движения

$$T_2 r - T_1 r = J_z \varepsilon \quad (3)$$

где  $\varepsilon = a/r$ ,  $J_z = 1/2 m r^2$  - момент инерции блока (сплошного диска) относительно оси Z.

Согласно третьему закону Ньютона  $T_1' = T_1$ ,  $T_2' = T_2$ . Воспользовавшись этими, подставим в уравнение (3) вместо  $T_1'$  и  $T_2'$  выражения  $T_1$  и  $T_2$ , получив их предварительно из уравнений (1) и (2):

$$(m_2 g - m_1 g) r - (m_1 g + m_2 g) r = m r^2 a / (2r).$$

После сокращения на  $r$  и перегруппировки членов найдем

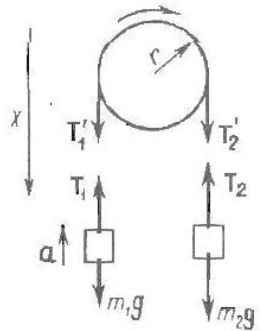


Рис. 2

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1 + m/2} g. \quad (4)$$

Отношение масс в правой части формулы (4) есть величина безразмерная. Поэтому массы  $m_1, m_2$  и  $m$  можно выразить в граммах, как они даны в условии задачи. Ускорение  $g$  надо выразить в единицах СИ. После подстановки получим

$$a = \frac{(200 - 100)g}{(200 + 100 + 80/2)g} \cdot 9,81 \text{ м/с}^2 = 2,88 \text{ м/с}^2.$$

**Пример 6.** Маховик в виде сплошного диска радиусом  $R=0,2$  м и массой  $m=50$  кг раскручен до частоты  $n_1=480$  мин<sup>-1</sup> и предоставлен сам себе. Под действием сил трения маховик остановился через  $t=50$  с. Найти момент  $M$  сил трения.

**Решение.** Для решения задачи воспользуемся основным уравнением динамики вращательного движения в виде

$$dL = M \Delta t, \quad (1)$$

где  $dL_z$  - изменение момента импульса маховика, вращающегося относительно оси  $Z$ , совпадающей с геометрической осью маховика, за интервал времени  $dt$ ;  $M_z$  - момент внешних сил (в данном случае момент сил трения), действующих на маховик относительно той же оси.

Момент сил трения можно считать не изменяющимся с течением времени ( $M_z = \text{const}$ ) поэтому интегрирование уравнения (1) приводит к выражению

$$\Delta L_z = M_z \Delta t. \quad (2)$$

При вращении твердого тела относительно неподвижной оси изменение момента импульса

$$\Delta L_z = J_z \Delta \omega. \quad (3)$$

где  $J_z$  - момент инерции маховика относительно оси  $Z$ ;  $\Delta \omega$  - изменение угловой скорости маховика.

Приравняв правые части равенств (2) и (3), получим  $M_z \Delta t = J_z \Delta \omega$ , откуда

$$M_z = J_z \frac{\Delta \omega}{\Delta t}. \quad (4)$$

Момент инерции маховика в виде сплошного диска определяется по формуле  $J_z = 1/2 m R^2$ .

Изменение угловой скорости  $\Delta \omega = \omega_2 - \omega_1$  выразим через конечную  $n_2$  и начальную  $n_1$  частоты вращения, пользуясь соотношением  $\omega = 2\pi n$ :

$$\Delta \omega = \omega_2 - \omega_1 = 2\pi n_2 - 2\pi n_1 = 2\pi(n_2 - n_1).$$

Подставив в формулу (4) выражения  $J_z$  и  $\Delta \omega$ , получим

$$M_z = \pi m R^2 (n_2 - n_1) / \Delta t. \quad (5)$$

Проверим, дает ли расчетная формула единицу момента силы. Для этого в правую часть формулы вместо символов величин подставим их единицы:

$$\frac{[m][R]^2[n]}{[t]} = \frac{1 \cdot \text{кг} \cdot 1 \text{ м}^2 \cdot 1 \text{ с}^{-2}}{1 \text{ с}} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2} \cdot 1 \text{ м} = 1 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Найденная единица (1 Н·м) является единицей момента силы.

Подставим в (5) числовые значения величин и произведем вычисления, учитывая, что  $n_1 = 480$  мин<sup>-1</sup> = 480/60 с<sup>-1</sup> = 8 с<sup>-1</sup>:

$$M_z = \frac{3,14 \cdot 50 \cdot (0,2)^2 \cdot (0 - 8)}{50} \text{ Н} \cdot \text{м} = -1 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Знак “минус” показывает, что силы трения оказывают на маховик тормозящее действие.

**Пример 7.** Точка совершает гармонические колебания с частотой  $\nu=10$  Гц. В момент, принятый за начальный, точка имела максимальное смещение:  $x_{\max}=1$  мм. Написать уравнение колебаний точки и начертить их график.

**Решение.** Уравнение колебаний точки можно записать в виде

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_1), \quad (1)$$

или

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_2), \quad (2)$$

где  $A$  – амплитуда колебаний;  $\omega$  – циклическая частота;  $t$  – время;  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  – начальные фазы, соответствующие формы записи (1) или (2).

По определению, амплитуда колебаний

$$A = x_{\max}. \quad (3)$$

Циклическая частота  $\omega$  связана с частотой  $\nu$  соотношением

$$\omega = 2\pi\nu. \quad (4)$$

Начальная фаза колебаний зависит от формы записи. В момент времени  $t=0$  формула (1) принимает вид

$$x_{\max} = A \sin \varphi_1,$$

откуда начальная фаза

$$\varphi_1 = \arcsin(x_{\max} / A) = \arcsin 1,$$

или

$$\varphi_1 = (2k + 1)\pi / 2 \quad (k=0, 1, 2, \dots).$$

Изменение фазы на  $2\pi$  не изменяет состояние колебательного движения, поэтому можно принять

$$\varphi_1 = \pi/2. \quad (5)$$

При использовании формулы (2) для записи уравнения колебаний получаем

$$\varphi_2 = \arccos(x_{\max} / A) = \arccos 1,$$

или

$$\varphi_2 = 2\pi k \quad (k=0, 1, 2, 3, \dots).$$

Аналогично находим

$$\varphi_2 = 0. \quad (6)$$

С учетом равенств (3) – (6) уравнения колебаний примут вид

$$x = A \sin(2\pi\nu t + \varphi),$$

или

$$x = A \cos 2\pi\nu t,$$

где  $A=1$  мм= $10^{-3}$  м;  $\nu=10$  Гц;  $\varphi = \pi/2$ .

График соответствующего колебания приведен на рис. 3.

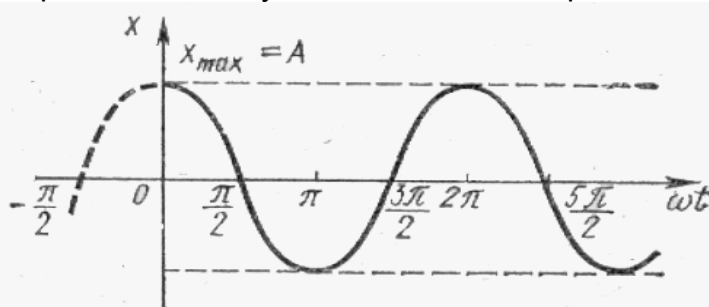


Рис. 3

**Пример 8.** Частица массой  $m=0,01$  кг совершает гармоническое колебания с периодом  $T=2$  с. Полная энергия колеблющейся частицы  $E=0,1$  мДж. Определить амплитуду  $A$  колебаний и наибольшее значение силы  $F_{max}$ , действующей на частицу.

**Решение.** Для определения амплитуды колебаний воспользуемся выражением полной энергии частицы:

$$E=1/2m\omega^2 A^2 ,$$

где  $\omega=2\pi/T$ . Отсюда амплитуда

$$A = \frac{T}{2\pi} \sqrt{\frac{2E}{m}} . \quad (1)$$

Так как частица совершает гармонические колебания, то сила, действующая на нее, является квазиупругой и, следовательно, может быть выражена соотношением  $F=-kx$ , где  $k$  – коэффициент квазиупругой силы;  $x$  – смещение колеблющейся точки. Максимальной сила будет при максимальном смещении  $x_{max}$ , равном амплитуде:

$$F_{max}=kA. \quad (2)$$

Коэффициент  $k$  выразим через период колебаний:

$$k = m\omega^2 = m \cdot 4\pi^2 / T^2 . \quad (3)$$

Подставив выражения  $k$  и  $A$  в (2) и произведя упрощения, получим

$$F_{max}= 2\pi\sqrt{2mE/T} .$$

Произведем вычисления:

$$A = \frac{2}{2 \cdot 3,14} \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-4}}{10^{-2}}} \text{ м} = 0,045 \text{ м} = 45 \text{ мм} ;$$

$$F_{max} = \frac{2 \cdot 3,14}{2} \sqrt{2 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-4}} \text{ Н} = 4,44 \cdot 10^{-3} \text{ Н} = 4,44 \text{ мН} .$$

**Пример 9.** Определить число  $N$  молекул, содержащихся в объеме  $V=1$  мм<sup>3</sup> воды, и массу  $m_1$  молекулы воды. Считая условно, что молекулы воды имеют вид шариков, соприкасающихся друг с другом, найти диаметр  $d$  молекул.

**Решение.** Число  $N$  молекул, содержащихся в некоторой системе массой  $m$ , равно произведению постоянной Авогадро  $N_A$  на количество вещества  $\nu$ :

$$N = \nu N_A .$$

Так как  $\nu=m/M$ , где  $M$  – молярная масса, то  $N=(m/M)N_A$ . Выразим в этой формуле массу как произведение плотности на объем  $V$ , получим

$$N = \rho V N_A / M .$$

Произведем вычисления, учитывая, что  $M=18 \cdot 10^{-3}$  кг/моль (см. прил., табл. 14):

$$N = \frac{10^3 \cdot 10^{-9}}{18 \cdot 10^{-3}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ молекул} = 3,34 \cdot 10^{19} \text{ молекул} .$$

Массу  $m_1$  одной молекулы можно найти по формуле

$$m_1 = M / N_A . \quad (2)$$

Подставив в (2) значения  $M$  и  $N_A$ , найдем массу молекулы воды:

$$m_1 = \frac{18 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23}} \text{ кг} = 2,99 \cdot 10^{-26} \text{ кг} .$$

Если молекулы воды плотно прилегают друг к другу, то можно считать, что на каждую молекулу приходится объем (кубическая ячейка)  $V_1=d^3$ , где  $d$  – диаметр молекулы. Отсюда

$$d = \sqrt[3]{V_1} . \quad (3)$$

Объем  $V_1$  найдем, разделив молярный объем  $V_m$  на число молекул в моле,

т.е. на  $N_A$ :

$$V_1 = V_m / N_A. \quad (4)$$

Подставим выражение (4) в (3):

$$d = \sqrt[3]{V_m / N_A},$$

где  $V_m = M/\rho$ . Тогда

$$d = \sqrt[3]{M / (\rho N_A)}; \quad (5)$$

Проверим, дает ли правая часть выражения (5) единицу длины:

$$\left\{ \frac{[M]}{[\rho][N_A]} \right\}^{1/3} = \left\{ \frac{1 \text{ кг} / \text{моль}}{1 \text{ кг} / \text{м}^3 \cdot 1 \text{ моль}^{-1}} \right\}^{1/3} = 1 \text{ м}.$$

Произведем вычисления:

$$d = \sqrt[3]{\frac{18 \cdot 10^{-3}}{10^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}} \text{ м} = 3,11 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 311 \text{ пм}.$$

**Пример 10.** В баллоне объемом  $V=10$  л находится гелий под давлением  $p_1=1$  МПа и при температуре  $T_1=300$  К. После того как из баллона было взято  $m=10$  г гелия, температура в баллоне понизилась до  $T_2=290$  К. Определить давление  $p_2$  гелия, оставшегося в баллоне.

**Решение.** Для решения задачи воспользуемся уравнением Менделеева - Клапейрона, применив его к конечному состоянию газа:

$$p_2 V = (m_2/M) R T_2, \quad (1)$$

где  $m_2$  – масса гелия в баллоне в конечном состоянии;  $M$  – молярная масса гелия;  $R$  – молярная газовая постоянная.

Из уравнения (1) выразим искомое давление:

$$p_2 = m_2 R T_2 / (M V). \quad (2)$$

Массу  $m_2$  гелия выразим через массу  $m_1$ , соответствующую начальному состоянию, и массу  $m$  гелия, взятого из баллона:

$$m_2 = m_1 - m. \quad (3)$$

Массу  $m_1$  гелия найдем также из уравнения Менделеева - Клапейрона, применив его к начальному состоянию:

$$m_1 = M p_1 V / (R T_1). \quad (4)$$

Подставив выражение массы  $m_1$  в (3), а затем выражение  $m_2$  в (2), найдем

$$p_2 = \left( \frac{M p_1 V}{R T_1} - m \right) \frac{R T_2}{M V},$$

или

$$p_2 = \frac{T_2}{T_1} p_1 - \frac{m}{M} \frac{R T_2}{V}, \quad (5)$$

Проверим, дает ли формула (5) единицу давления. Для этого в ее правую часть вместо символов величин подставим их единицы. В правой части формулы два слагаемых. Очевидно, что первое из них дает единицу давления, так как состоит из двух множителей, первый из которых  $(T_2/T_1)$  – безразмерный, а второй – давление. Проверим второе слагаемое:

$$\begin{aligned} \frac{[m][R][T]}{[M][V]} &= \frac{1 \text{ кг}}{1 \text{ кг} / \text{моль}} \frac{1 \text{ Дж} / (\text{моль} \cdot \text{К}) \cdot 1 \text{ К}}{1 \text{ м}^3} = \\ &= \frac{1 \text{ кг} \cdot 1 \text{ моль}}{1 \text{ кг}} \frac{1 \text{ Дж} \cdot 1 \text{ К}}{1 \text{ м}^3 \cdot 1 \text{ моль} \cdot 1 \text{ К}} = \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ м}^3} = \frac{1 \text{ Н} \cdot \text{м}}{1 \text{ м}^3} = \frac{1 \text{ Н}}{1 \text{ м}^2} = 1 \text{ Па}. \end{aligned}$$

Паскаль является единицей давления. Произведем вычисления по формуле (5), учитывая, что  $M=4 \cdot 10^{-3}$  кг/моль (см. прил., табл. 14):

$$p_2 = \left( \frac{290}{300} \cdot 10^6 - \frac{10^{-2}}{4 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{8,31}{10^{-2}} \cdot 290 \right) \text{Па} = 3,64 \cdot 10^5 \text{Па} = 0,364 \text{МПа}.$$

**Пример 11.** Баллон содержит  $m_1=80$  г кислорода и  $m_2=320$  г аргона. Давление смеси  $p=1$  МПа, температура  $T=300$  К. Принимая данные газы за идеальные, определить объем  $V$  баллона.

**Решение.** По закону Дальтона давление смеси равно сумме парциальных давлений газов, входящих в состав смеси.

По уравнению Менделеева – Клапейрона парциальные давления  $p_1$  кислорода и  $p_2$  аргона выражаются формулами:

$$p_1 = m_1 RT / (M_1 V), \quad p_2 = m_2 RT / (M_2 V).$$

Следовательно, по закону Дальтона давление смеси газов

$$p = p_1 + p_2, \text{ или } p = \left( \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) \frac{RT}{V},$$

откуда объем баллона

$$V = \left( \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) \frac{RT}{p}.$$

Произведем вычисления, учитывая, что  $M_1=32 \cdot 10^{-3}$  кг/моль,  $M_2=40 \cdot 10^{-3}$  кг/моль (см. прил., табл. 14):

$$V = \left( \frac{0,08}{32 \cdot 10^{-3}} + \frac{0,32}{40 \cdot 10^{-3}} \right) \frac{8,31 \cdot 300}{10^6} \text{ м}^3 = 0,0262 \text{ м}^3 = 26,2 \text{ л}.$$

**Пример 12.** Найти среднюю кинетическую энергию  $\langle \varepsilon_{\text{вращ}} \rangle$  вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре  $T=350$  К, а также кинетическую энергию  $E_k$  вращательного движения всех молекул кислорода массой  $m=4$  г.

**Решение.** На каждую степень свободы молекулы газа приходится одинаковая средняя энергия  $\langle \varepsilon_1 \rangle = 1/2 kT$ , где  $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – термодинамическая температура газа. Так как вращательному движению двухатомной молекулы (молекула кислорода – двухатомная) соответствуют две степени свободы, то средняя энергия вращательного движения молекулы кислорода

$$\langle \varepsilon_{\text{вращ}} \rangle = 2 \cdot 1/2 kT = kT. \quad (1)$$

Кинетическая энергия вращательного движения всех молекул газа

$$E_k = \langle \varepsilon_{\text{вращ}} \rangle N. \quad (2)$$

Число всех молекул газа

$$N = N_A \nu, \quad (3)$$

где  $N_A$  – постоянная Авогадро;  $\nu$  – количество вещества.

Если учесть, что количество вещества  $\nu = m/M$ , где  $m$  – масса газа;  $M$  – молярная масса газа, то формула (3) примет вид

$$N = N_A m/M.$$

Подставим в выражение  $N$  в формулу (2), получаем

$$E_k = N_A m \langle \varepsilon_{\text{вращ}} \rangle / M. \quad (4)$$

Произведем вычисления, учитывая, что для кислорода  $M=32 \times 10^{-3}$  кг/моль (см. прил., табл. 14):

$$\langle \varepsilon_{\text{вращ}} \rangle = kT = 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 350 \text{ Дж} = 4,83 \cdot 10^{-21} \text{ Дж};$$

$$E_k = 6,03 \cdot 10^{23} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 4,83 \cdot 10^{-21} \text{ Дж} = 364 \text{ Дж}.$$

**Пример 13.** Вычислить удельные теплоемкости при постоянном объеме  $c_v$  и при постоянном давлении  $c_p$  неона и водорода, принимая эти газы за идеальные.



**Решение.** Удельные теплоемкости идеальных газов выражаются формулами:

$$c_v = \frac{i R}{2 M}, \quad (1) \quad c_p = \frac{i+2 R}{2 M}, \quad (2)$$

где  $i$  – число степеней свободы молекулы газа;  $M$  – молярная масса. Для неона (одноатомный газ)  $i=3$  и  $M=20 \cdot 10^{-3}$  кг/моль (см. прил., табл. 14).

Произведем вычисления:

$$c_v = \frac{3}{2} \frac{8,31}{20 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) = 6,24 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К});$$

$$c_p = \frac{3+2}{2} \frac{8,31}{20 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) = 1,04 \cdot 10^4 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Для водорода (двухатомный газ)  $i=5$  и  $M=2 \cdot 10^{-3}$  кг/моль. Тогда

$$c_v = \frac{5}{2} \frac{8,31}{2 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) = 1,04 \cdot 10^4 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К});$$

$$c_p = \frac{5+2}{2} \frac{8,31}{2 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) = 1,46 \cdot 10^4 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

**Пример 14.** Кислород массой  $m=2$  кг занимает объем  $V_1=1$  м<sup>3</sup> и находится под давлением  $p_1=0,2$  МПа. Газ был нагрет сначала при постоянном давлении до объема  $V_2=3$  м<sup>3</sup>, а затем при постоянном объеме до давления  $p_3=0,5$  МПа. Найти изменение  $\Delta U$  внутренней энергии газа, совершенную им работу  $A$  и теплоту  $Q$ , переданную газу. Построить график процесса.

**Решение.** Изменение внутренней энергии газа

$$\Delta U = c_v m \Delta T = \frac{i R}{2 M} m \Delta T, \quad (1)$$

где  $i$  – число степеней свободы молекул газа (для двухатомных молекул кислорода  $i=5$ ),  $\Delta T=T_3-T_1$  разность температур газа в конечном (третьем) и начальном состояниях.

Начальную и конечную температуру газа найдем из уравнения Менделеева-Клапейрона  $pV=(m/M)RT$ , откуда

$$T=pVM/(mR).$$

Работа расширения газа при постоянном давлении выражается формулой

$$A_1=m_1/MR\Delta T.$$

Работа газа, нагреваемого при постоянном объеме, равна нулю, т.е.

$$A_2=0.$$

Следовательно, полная работа, совершаемая газом,

$$A=A_1+A_2=A_1.$$

Согласно первому началу термодинамики теплота  $Q$ , переданная газу, равна сумме изменения внутренней энергии  $\Delta U$  и работы  $A$ :

$$Q=\Delta U+A.$$

Произведем вычисления, учтя, что для кислорода  $M=32 \cdot 10^{-3}$  кг/моль (см. прил., табл. 14):

$$T_1 = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31} \text{ К} = 385 \text{ К};$$

$$T_2 = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31} \text{ К} = 1155 \text{ К};$$

$$T_3 = \frac{5 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31} \text{ К} = 2887 \text{ К};$$

$$A_1 = \frac{8,31 \cdot 2 \cdot (1155 - 385)}{32 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж} = 0,400 \cdot 10^6 \text{ Дж} = 0,4 \text{ МДж};$$

$$A = A_1 = 0,4 \text{ МДж};$$

$$\Delta U = \frac{5}{2} \frac{8,31 \cdot 2(2887 - 385) \text{ Дж}}{32 \cdot 10^{-3}} = 3,24 \cdot 10^6 \text{ Дж} = 3,24 \text{ МДж};$$

$$Q = (3,24 + 0,4) \text{ МДж} = 3,64 \text{ МДж}.$$

График процесса приведен на рис. 4.

**Пример 15.** В цилиндре под поршнем находится водород массой  $m=0,02$  кг при температуре  $T_1=300$  К. Водород сначала расширялся адиабатно, увеличив свой объем в  $n_1=5$  раз, а затем был сжат изотермически, причем объем газа уменьшился в  $n_2=5$  раз. Найти температуру в конце адиабатного расширения и работу, совершенную газом при этих процессах. Изобразить процесс графически.

**Решение.** Температуры и объемы газа, совершающего адиабатный процесс, связаны между собой соотношением

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}, \text{ или } \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{n_1^{\gamma-1}},$$

где  $\gamma$  – отношение теплоемкостей газа при постоянном давлении и постоянном объеме,  $n_1=V_2/V_1$ .

Отсюда получаем следующее выражение для конечной температуры:

$$T_2 = T_1 / n_1^{\gamma-1}.$$

Работа  $A_1$  газа при адиабатном расширении может быть определена по формуле

$$A_1 = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2) = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R (T_1 - T_2),$$

где  $C_V$  – молярная теплоемкость газа при постоянном объеме. Работа  $A_2$  газа при изотермическом процессе может быть выражена в виде

$$A_2 = \frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{V_3}{V_2}, \text{ или } A_2 = \frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{1}{n_2},$$

где  $n_2=V_2/V_3$ .

Произведем вычисления, учтя, что для водорода как двухатомного газа  $\gamma=1,4$ ,  $i=5$  и  $M=2 \cdot 10^{-3}$  кг/моль:

$$T_2 = \frac{300}{5^{1,4-1}} \text{ К} = \frac{300}{5^{0,4}} \text{ К}.$$

Так как  $5^{0,4}=1,91$  (находится логарифмированием), то

$$T_2 = \frac{300}{1,91} \text{ К} = 157 \text{ К};$$

$$A_1 = \frac{0,02 \cdot 5 \cdot 8,31}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 2} (300 - 157) \text{ Дж} = 29,8 \text{ кДж}.$$

$$A_2 = \frac{0,02}{2 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,31 \cdot 157 \ln \frac{1}{5} \text{ Дж} = -21 \text{ кДж}.$$

Знак «минус» показывает, что при сжатии работа газа совершается над газом внешними силами. График процесса приведен на рисунке 5.

**Пример 16.** Тепловая машина работает по обратимому циклу Карно. Температура теплодатчика  $T_1=500$  К. определить

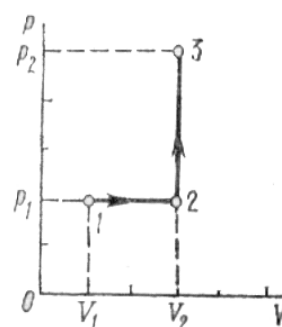


Рис. 4

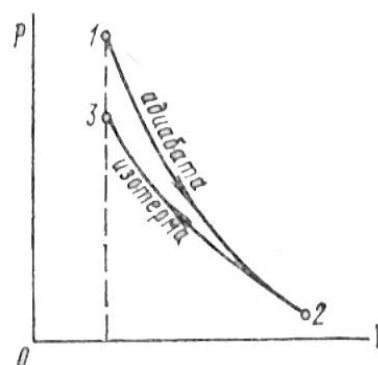


Рис. 5

термический к.п.д.  $\eta$  цикла и температуру  $T_2$  теплоприемника тепловой машины, если за счет каждого килоджоуля теплоты, полученной от теплоотдатчика, машина совершает работу  $A=350$  Дж.

**Решение.** Термический КПД. тепловой машины показывает, какая доля теплоты, полученной от теплоотдатчика, превращается в механическую работу. Термический КПД. выражается формулой

$$\eta = A/Q_1,$$

где  $Q_1$  – теплота, полученная от теплоотдатчика;  $A$  – работа, совершенная рабочим телом тепловой машины.

Зная к.п.д. цикла, можно по формуле  $\eta = (T_1 - T_2)/T_1$  определить температуру охладителя  $T_2$ :

$$T_2 = T_1(1 - \eta).$$

Произведем вычисления:

$$\eta = 350/1000 = 0,35;$$

$$T_2 = 500(1 - 0,35) \text{ К} = 325 \text{ К}.$$

### **Комплекты заданий для лабораторного практикума по дисциплине Избранные вопросы механики и молекулярной физики**

*Лабораторная работа №1.....*

Тема: Элементарное введение в теорию измерений и погрешностей.

*Лабораторная работа №2.....*

Тема: Изучение закона сохранения импульса при центральном ударе.

*Лабораторная работа №3.....*

Тема: Изучение вращательного движения твердого тела.

*Лабораторная работа №4...*

Тема: Изучение плоского движения маятника Максвелла.

*Лабораторная работа №5.....*

Тема: Определение длины бегущей волны, частоты и периода колебаний с помощью монохорда.

*Лабораторная работа №6.....*

Тема: Определение коэффициента внутреннего трения методом Стокса.

*Лабораторная работа №7.....*

Тема: Определение отношения удельных теплоемкостей  $C_p/C_v$  для воздуха методом адиабатического расширения и сжатия.

*Лабораторная работа №8.....*

Тема: Определение абсолютной и относительной влажности воздуха.

*Лабораторная работа №9.....*

Тема: Определение удельной скрытой теплоты испарения жидкости.

*Лабораторная работа №10.....*

Тема: Определение коэффициентов теплового расширения твердых тел.

### **Тематика рефератов/докладов/эссе, методические рекомендации по выполнению контрольных и курсовых работ, иные материалы**

Примеры заданий для контрольных работ по дисциплине Избранные вопросы механики и молекулярной физики

#### **Контрольная работа №1**

#### **Раздел: Механика**

#### **Вариант 1 .....**

Задание 1. Камень, брошенный под углом  $45^\circ$  к горизонту со скоростью

120 м/с, упал на землю на некотором расстоянии от места бросания. С какой высоты надо бросить камень в горизонтальном направлении, чтобы при той же начальной скорости он упал на то же место?

Задание 2. Под действием какой силы при прямолинейном движении тела изменение координаты со временем происходит по закону  $x = 10t - 20t^2$ , где  $x$  – измеряется в метрах,  $t$  – в секундах? Масса тела 5 кг.

Задание 3. Сплошной цилиндр, расположенный горизонтально, может вращаться вокруг оси, совпадающей с осью цилиндра. Масса цилиндра 12 кг. На цилиндр намотан шнур, к концу которого привязали гирию массой 1 кг. С каким ускорением будет опускаться гирия? Какова сила натяжения шнура во время движения гири?

Задание 4. Пуля, вылетевшая из винтовки со скоростью 1000 м/с, упала на землю со скоростью 500 м/с. Какая работа была совершена силой сопротивления воздуха, если масса пули 10 г?

### Вариант 2 .....

Задание 1. Материальная точка движется прямолинейно. Уравнение движения имеет вид:  $x = 3t + 0,06t^3$  (координата – в метрах, время – в секундах). Найти скорость и ускорение точки в моменты времени  $t_1 = 0$  и  $t_2 = 3$  с. Каковы средние значения скорости и ускорения за первые 3 с движения?

Задание 2. Спортсмен массой 60 кг, прыгая с десятиметровой вышки, входит в воду со скоростью 13 м/с. Определите среднюю силу сопротивления воздуха.

Задание 3. Стержень вращается вокруг оси, проходящей через середину согласно уравнению  $\varphi = At + Bt^3$ , где  $A = 2 \text{ с}^{-1}$ ;  $B = 0,2 \text{ с}^{-3}$ . Определить вращающий момент силы, действующей на стержень в момент времени 2 с, если момент инерции стержня  $0,048 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ .

Задание 4. Шар, двигавшийся горизонтально, столкнулся с неподвижным шаром и передал ему 64% своей кинетической энергии. Шары абсолютно упругие, удар прямой, центральный. Во сколько раз масса второго шара больше массы первого?

### Вариант 3 .....

Задание 1. Конькобежец движется по окружности радиусом 10 м согласно уравнению  $S = 8t + 0,2t^3$  ( $S$  – путь в метрах,  $t$  – время в секундах). Найти скорость, тангенциальное, нормальное и полное ускорения конькобежца на вираже в момент времени 2 с.

Задание 2. Стальная проволока выдерживает груз до 5000 Н. С каким наибольшим ускорением можно поднимать груз в 4500 Н, подвешенный на этой проволоке, чтобы она не разорвалась?

Задание 3. На обод маховика диаметром 60 см намотан шнур, к концу которого привязан груз массой 2 кг. Определить момент инерции маховика, если он, вращаясь равноускоренно под действием силы тяжести груза, за 3 с приобрел угловую скорость  $9 \text{ с}^{-1}$ .

Задание 4. Шар массой 200 г, движущийся со скоростью 10 м/с, сталкивается с неподвижным шаром массой 800 г. Удар считать прямым, центральным, абсолютно упругим. Определить скорость шаров после столкновения.

### Вариант 4 .....

Задание 1. Тело движется согласно уравнениям  $x = 6 + 4t + 5t^2$  и  $y = 3 + 5t$  ( $x$ ,  $y$ ,  $t$  – в единицах СИ). Каковы скорость и ускорение движения тела через время

$t=2c$ ?

Задание 2. С какой линейной скоростью будет обращаться вокруг Земли по круговой орбите искусственный спутник, если его высота над земной поверхностью равна диаметру Земли? Какая будет при этом угловая скорость спутника? Радиус Земли принять равным 6400 км.

Задание 3. Тонкостенный цилиндр с диаметром основания 30 см и массой 12 кг вращается согласно уравнению  $\varphi = A + Bt + Ct^3$ ,  $A = 4$ ;  $B = -2 \text{ с}^{-1}$ ;  $C = 0,2 \text{ с}^{-3}$ . Определить действующий на цилиндр момент сил в момент времени 3 с.

Задание 4. Из ствола автоматического пистолета вылетела пуля массой 10 г со скоростью 300 м/с. Затвор пистолета массой 200 г прижимается к стволу пружиной, жесткость которой 25 кН/м. На какое расстояние отойдет затвор после выстрела? Считать, что пистолет жестко закреплен.

## Контрольная работа №2

### Раздел: Молекулярная физика и термодинамика

#### Вариант 1 .....

Задание 1. На изделие, поверхность которого  $20 \text{ см}^2$ , нанесен слой серебра толщиной 1 мкм. Сколько атомов серебра находится в покрытии?

Задание 2. Газовая смесь, состоящая из кислорода и азота, находится в баллоне под давлением 1 МПа. Считая, что масса кислорода составляет 30% массы смеси, определить парциальное давление отдельных газов.

Задание 3. Водород находится при температуре 300 К. Найти среднюю кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы, а также суммарную кинетическую энергию всех молекул этого газа. Водород взят в количестве 0,5 моль.

Задание 4. Определить количество теплоты, которое необходимо сообщить углекислому газу массой 220 г, чтобы нагреть его на 20 К: а) при постоянном объеме; б) при постоянном давлении.

#### Вариант 2 .....

Задание 1. Сосуд с воздухом откачан до давления  $p = 1,33 \cdot 10^{-4} \text{ Па}$ . Найти плотность  $\rho$  воздуха в сосуде, число молекул  $n$  в единице объема сосуда и среднюю длину свободного пробега  $\lambda$  молекул. Диаметр молекул воздуха  $d = 0,3 \text{ нм}$ . Молярная масса воздуха  $\mu = 0,029 \text{ кг/моль}$ . Температура воздуха  $t = 17^\circ\text{C}$ .

Задание 2. Трехатомный газ под давлением 240 кПа и температуре  $20^\circ\text{C}$  занимает объем 10 л. Определить молярные и удельные теплоемкости этого газа при постоянном давлении и постоянном объеме, если масса газа 22,5 г.

Задание 3. При некотором давлении и температуре  $0^\circ\text{C}$  средняя длина свободного пробега молекул кислорода 95 нм. Найти среднее число столкновений в единицу времени молекул кислорода, если при той же температуре давление кислорода уменьшилось в 100 раз.

Задание 4. Азот массой 2 кг, находящийся при температуре 288 К, сжимают: а) изотермически; б) адиабатически, увеличивая давление в 10 раз. Определить работу, затраченную на сжатие газа, в обоих случаях.

#### Вариант 3 .....

Задание 1. В баллоне емкостью 30 л находится сжатый воздух при  $17^\circ\text{C}$ . После того, как часть воздуха выпустили, давление понизилось на  $2 \cdot 10^5 \text{ Па}$ . Определить массу выпущенного воздуха. Процесс считать изотермическим.

Задание 2. Какое давление  $p$  надо создать внутри сферического сосуда, чтобы молекулы не сталкивались друг с другом, если диаметр сосуда: а)  $D = 1$  см; б)  $D = 10$  см; в)  $D = 100$  см? Диаметр молекулы газа  $d = 0,3$  нм.

Задание 3. Вычислить молярные теплоемкости смеси двух газов – одноатомного и двухатомного. Количество вещества одноатомного и двухатомного газов равны соответственно 0,4 и 0,3 моль.

Задание 4. Идеальная машина, работающая по обратному циклу Карно, совершает за один цикл работу  $A = 37$  кДж. При этом она берет тепло от тела с температурой  $t_2 = -10^\circ\text{C}$  и передает тепло телу с температурой  $t_1 = 17^\circ\text{C}$ . Найти к. п. д. цикла, количество теплоты  $Q_2$ , отнятое у холодного тела за один цикл, и количество теплоты  $Q_1$ , переданное более горячему телу за один цикл.

#### **Вариант 4 .....**

Задание 1. В сосуде емкостью 3 л находится газ под давлением 0,2 МПа, а в сосуде емкостью 4л находится тот же газ при давлении 0,1 МПа. Температуры газа в обоих сосудах одинаковы. Под каким давлением будет находиться газ, если соединить сосуды трубкой?

Задание 2. При некотором давлении и температуре  $0^\circ\text{C}$  средняя длина свободного пробега молекул кислорода 95 нм. Найти среднее число столкновений в единицу времени молекул кислорода, если при той же температуре давление кислорода уменьшилось в 100 раз.

Задание 3. Кислород массой 160 г нагревают при постоянном давлении от 320 до 340 К. Определить количество теплоты, поглощенное газом, изменение внутренней энергии и работу расширения газа.

Задание 4. Железо массой 1 кг при температуре  $100^\circ\text{C}$  находится в тепловом контакте с таким же куском железа при  $0^\circ\text{C}$ . Чему будет равно изменение энтропии при достижении равновесной температуры  $50^\circ\text{C}$ ? Считать, что молярная теплоемкость железа равна 25,14 Дж/моль·К.