


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ  
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
естественнонаучных и  
общеобразовательных дисциплин

 С.Е. Зюзин

01.09.2018 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ  
Б1.В.07 Дифференциальные уравнения**

**1. Шифр и наименование направления подготовки:**

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

**2. Профили подготовки:**

Математика. Информатика и информационные технологии в образовании.

**3. Квалификация выпускника: бакалавр**

**4. Форма обучения: очная, заочная**

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: естественнонаучных и общеобразовательных дисциплин**

**6. Составитель программы: Б.У. Шарипов, доктор технических наук, доцент**

**7. Рекомендована: научно-методическим советом Филиала (протокол № 1 от 31.08.2018 г.)**

**8. Семестр: 6**

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

**Целью учебной дисциплины** «Дифференциальные уравнения» является формирование систематизированных знаний в области математического моделирования практических задач и их решение на основе классических методов и приемов решения дифференциальных уравнений.

### Задачи учебной дисциплины:

- сформировать представление об основных понятиях теории обыкновенных дифференциальных уравнений, о математическом аппарате, применяемом при решении дифференциальных уравнений;
- показать сферу применения дифференциальных уравнений;
- выработать способности использования математической и методы для понимания естественнонаучной картины мира.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре образовательной программы:

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» входит в блок Б1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной дисциплиной вариативной части образовательной программы. Для изучения дисциплины требуется освоение курсов «Математика» или «Элементы дифференциального исчисления» и «Введение в математический анализ» или «Элементы интегрального исчисления», «Элементарная математика», «Математический анализ», «Линейная алгебра». Дисциплина является предшествующей для курсов «Основы теоретической физики», «Электротехника и радиотехника» и др. Условия реализации дисциплины для лиц с ОВЗ определяются особенностями восприятия учебной информации и с учетом индивидуальных психофизических особенностей.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ПК-1	готовность реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов	<p><b>знает (имеет представление):</b> связь теоретических основ и технологических приёмов дифференциального исчисления с содержанием преподаваемых учебных предметов (<i>понятия дифференциального уравнения первого порядка, дифференциального уравнения второго порядка, однородные уравнения, линейные уравнения, уравнения Бернулли; методы решения дифференциальных уравнений и т.д.</i>).</p> <p><b>умеет:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>– ставить познавательные цели учебной деятельности;</li><li>– осуществлять самоконтроль и самооценку своих учебных достижений;</li><li>– применять навыки владения ИКТ, проектной и исследовательской деятельностью в процессе изучения дифференциальных уравнений;</li></ul> <p><b>владеет (имеет навыки):</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>– исследовательской и проектной деятельности;</li><li>– общепользовательской ИКТ-компетентности;</li><li>– общепедагогической ИКТ-компетентности;</li><li>– предметно-педагогической ИКТ-компетентности.</li></ul>
ПК-4	способность использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов	<p><b>знает:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>– технологические приемы дифференциального исчисления, лежащие в основе построения различных моделей в экономике, социологии, эконометрике и т.д. (<i>различные приемы решения дифференциальных уравнений</i>);</li></ul>

	<p>обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов</p>	<p><b>умеет:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– использовать знание основ дифференциальных уравнений для перевода информации с естественного языка на язык математики и обратно;</li> <li>– применять теоретические знания по дифференциальным уравнениям в описании процессов и явлений в различных областях знания;</li> <li>– использовать преимущества технологических приемов дифференциальных уравнений при решении задач образовательной области «Математика и информатика»;</li> <li>– осуществлять поиск и отбор информации, необходимой для решения конкретной задачи;</li> </ul> <p><b>владеет:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– конструктивными умениями как одним из главных аспектов профессиональной культуры будущего учителя-предметника;</li> <li>– материалом дифференциальных уравнений на уровне, позволяющем формулировать и решать задачи, возникающие в ходе учебной деятельности по преподаваемым предметам, а также в практической деятельности, требующие углубленных профессиональных знаний;</li> <li>– навыками формализации теоретических и прикладных практических задач.</li> </ul>
--	---	--

## 12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 3/108.

**Форма промежуточной аттестации** зачет с оценкой.

## 13. Виды учебной работы

Очная форма обучения

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)	
	Всего	По семестрам
		6 сем.
Контактная работа, в том числе:	40	40
лекции	20	20
практические занятия	20	20
лабораторные работы	0	0
Самостоятельная работа	68	68
Форма промежуточной аттестации (зачет с оценкой – 0 час.)	0	0
Итого:	108	108

Заочная форма обучения

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)	
	Всего	По семестрам
		6 сем.
Контактная работа, в том числе:	8	8
лекции	4	4
практические занятия	4	4
лабораторные работы	0	0
Самостоятельная работа	96	96
Форма промежуточной аттестации (зачет с оценкой – 4 час.)	4	4
Итого:	108	108

### 13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Дифференциальные уравнения 1-го порядка	Задачи, приводящие к понятию дифференциального уравнения. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений 1-го порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделенными и разделяющимися переменными. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Метод Лагранжа. Метод вариации произвольных постоянных. Уравнение Бернулли. Однородные дифференциальные уравнения. Уравнения в полных дифференциалах.
1.2	Дифференциальные уравнения 2-го порядка	Дифференциальные уравнения 2-го порядка. Основные понятия. Задача Коши. Дифференциальные уравнения 2-го порядка, допускающие понижение порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Решение уравнения в случае действительных и комплексных корней характеристического уравнения. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Решение уравнений с правой частью специального вида.
<b>2. Практические занятия</b>		
2.1	Дифференциальные уравнения 1-го порядка	Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделенными и разделяющимися переменными. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Метод Лагранжа. Метод вариации произвольных постоянных. Уравнение Бернулли. Однородные дифференциальные уравнения. Уравнения в полных дифференциалах.
2.2	Дифференциальные уравнения 2-го порядка	Дифференциальные уравнения 2-го порядка. Задача Коши. Дифференциальные уравнения 2-го порядка, допускающие понижение порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Решение уравнения в случае действительных и комплексных корней характеристического уравнения. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Решение уравнений с правой частью специального вида.

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

#### Очная форма обучения

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1.	Дифференциальные уравнения 1-го порядка	10	10	0	32	52
2.	Дифференциальные уравнения 2-го порядка	10	10	0	36	56
3.	Зачет с оценкой					0
	Итого:	20	20	0	68	108

#### Заочная форма обучения

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
4.	Дифференциальные уравнения 1-го порядка	2	2	0	48	52
5.	Дифференциальные уравнения 2-го порядка	2	2	0	48	52
6.	Зачет с оценкой					4

	Итого:	4	4	0	96	108
--	--------	---	---	---	----	-----

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Приступая к изучению учебной дисциплины, целесообразно ознакомиться с учебной программой дисциплины, электронный вариант которой размещён на сайте БФ ВГУ.

Это позволит обучающимся получить четкое представление о:

- перечне и содержании компетенций, на формирование которых направлена дисциплина;
- основных целях и задачах дисциплины;
- планируемых результатах, представленных в виде знаний, умений и навыков, которые должны быть сформированы в процессе изучения дисциплины;
- количестве часов, предусмотренных учебным планом на изучение дисциплины, форму промежуточной аттестации;
- количестве часов, отведенных на контактную и на самостоятельную работу;
- формах контактной и самостоятельной работы;
- структуре дисциплины, основных разделах и темах;
- системе оценивания учебных достижений;
- учебно-методическом и информационном обеспечении дисциплины.

Знание основных положений, отраженных в рабочей программе дисциплины, поможет обучающимся ориентироваться в изучаемом курсе, осознавать место и роль изучаемой дисциплины в подготовке будущего выпускника, строить свою работу в соответствии с требованиями, заложенными в программе.

Основными формами контактной работы по дисциплине являются лекции и практические занятия, посещение которых обязательно для всех студентов (кроме студентов, обучающихся по индивидуальному плану).

Подготовка к практическим занятиям ведется на основе планов практических занятий, которые размещены на сайте филиала. В ходе подготовки к практическим занятиям необходимо изучить в соответствии с вопросами для повторения конспекты лекций, основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой. Кроме того, следует повторить материал лекций, ответить на контрольные вопросы, изучить образцы решения задач, выполнить упражнения (если такие предусмотрены).

При подготовке к промежуточной аттестации необходимо повторить пройденный материал в соответствии с учебной программой, примерным перечнем вопросов, выносящихся на зачет с оценкой. Рекомендуется использовать конспекты лекций и источники, перечисленные в списке литературы в рабочей программе дисциплины, а также ресурсы электронно-библиотечных систем.

Для достижения планируемых результатов обучения используются интерактивные лекции, групповые дискуссии.

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

##### а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Агафонов С.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учеб. пос. для вузов.- М.: Академия, 2008
2	Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики: учебное пособие для вузов / Б.П. Демидович, В.А. Кудрявцев.— М.: АСТ: Астрель, 2008
3	Дмитриев В.И. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям: учеб. пос. для вузов.- 2-е изд.- М.: Книжный Дом «Университет», 2008
4	Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения: учеб.- 7-е изд.- М.: Издательство ЛКИ, 2008

##### б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
5	Оптимальное управление / Э.М. Галеев, М.И. Зеликин, С.В. Конягин и др.; под ред. Н.П.

Осмоловского, В.М. Тихомирова.— М.: МЦНМО, 2008
---

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
6	Егоров, А.И. Классификация решений обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка / А.И. Егоров. - Москва : Физматлит, 2013. - 108 с. : ил. - Библиогр.: с. 105. - ISBN 978-5-9221-1489-9 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=275303">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=275303</a> (28.06.2018).
7	Ельцов, А.А. Дифференциальные уравнения : учебное пособие / А.А. Ельцов, Т.А. Ельцова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Томский Государственный Университет Систем Управления и Радиоэлектроники (ТУСУР). - Томск: Эль Контент, 2013. - 197 с. : ил. - Библиогр.: с.89-90. - ISBN 978-5-4332-0128-6 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=480606">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=480606</a> (28.06.2018).

**16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы**

№ п/п	Источник
1	Методические материалы по дисциплине
2	Самойленко А.М. Дифференциальные уравнения: учеб. пос. для вузов.- М.: Высшая школа, 2006

**17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение, информационно-справочные системы и профессиональные базы данных**

Microsoft Office 2007 (Word, Excel, PowerPoint)

Сетевые технологии:

- браузеры: Yandex, Google, Opera, Mozilla Firefox, Explorer.
- Научная электронная библиотека – <http://www.scholar.ru/>;
- Федеральный портал Российское образование – <http://www.edu.ru/>;
- Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» <http://window.edu.ru/>;
- Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов – <http://fcior.edu.ru/>;
- Лекции ведущих преподавателей вузов России в свободном доступе – <https://www.lektorium.tv/>;
- Электронно-библиотечная система «Издательства Лань» – <http://e.lanbook.com/>;
- Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» – <http://biblioclub.ru/>.

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

Набор демонстрационного оборудования (компьютер, экран, проектор).

**19. Фонд оценочных средств:**

**19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения**

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)

ПК-1 готовность реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– связь теоретических основ и технологических приёмов дифференциального исчисления с содержанием преподаваемых учебных предметов (<i>понятия дифференциального уравнения первого порядка, дифференциального уравнения второго порядка, однородные уравнения, линейные уравнения, уравнения Бернулли; методы решения дифференциальных уравнений и т.д.</i>).</li> </ul>	<p>1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка 2. Дифференциальные уравнения 2-го порядка</p>	<p>Контрольная работа</p> <p>Тест</p>
	<p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– ставить познавательные цели учебной деятельности;</li> <li>– осуществлять самоконтроль и самооценку своих учебных достижений;</li> <li>– применять навыки владения ИКТ, проектной и исследовательской деятельностью в процессе изучения дифференциальных уравнений;</li> </ul>	<p>1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка 2. Дифференциальные уравнения 2-го порядка</p>	<p>Тест</p> <p>Комплекты индивидуальных заданий</p>
	<p>Иметь навыки:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– исследовательской и проектной деятельности;</li> <li>– общепользовательской ИКТ-компетентности;</li> <li>– общепедагогической ИКТ-компетентности;</li> <li>– предметно-педагогической ИКТ-компетентности.</li> </ul>	<p>1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка 2. Дифференциальные уравнения 2-го порядка</p>	<p>Комплекты индивидуальных заданий</p> <p>Тесты</p>
ПК-4 способность использовать возможности образовательной среды для достижения личностных,	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– технологические приемы дифференциального исчисления, лежащие в основе построения различных моделей в экономике, социологии, эконометрике и т.д. (<i>различные приемы решения дифференциальных уравнений</i>);</li> </ul>	<p>1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка 2. Дифференциальные уравнения 2-го порядка</p>	<p>Тесты</p> <p>Контрольная работа</p>

метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов	Уметь: – использовать знание основ дифференциальных уравнений для перевода информации с естественного языка на язык математики и обратно; – применять теоретические знания по дифференциальным уравнениям в описании процессов и явлений в различных областях знания; – использовать преимущества технологических приемов дифференциальных уравнений при решении задач образовательной области «Математика и информатика»; – осуществлять поиск и отбор информации, необходимой для решения конкретной задачи;	1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка 2. Дифференциальные уравнения 2-го порядка	Комплекты индивидуальных заданий  Тесты
	Владеть: – конструктивными умениями как одним из главных аспектов профессиональной культуры будущего учителя-предметника; – материалом дифференциальных уравнений на уровне, позволяющем формулировать и решать задачи, возникающие в ходе учебной деятельности по преподаваемым предметам, а также в практической деятельности, требующие углубленных профессиональных знаний; – навыками формализации теоретических и прикладных практических задач.	1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка 2. Дифференциальные уравнения 2-го порядка	Комплекты индивидуальных заданий  Тесты
<b>Промежуточная аттестация – зачет с оценкой</b>			Вопросы к зачету

## 19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на зачете с оценкой используются следующие показатели (ЗУНы из 19.1):

- 1) знание учебного материала и владение понятийным аппаратом дифференциальных уравнений;
- 2) умение связывать теорию с практикой;
- 3) умение иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований;
- 4) умение применять теоретические знания для решения практических задач в области дифференциальных уравнений, решать типовые расчётные задачи.

Для оценивания результатов обучения на зачете с оценкой используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».



## Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
<i>Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом дифференциальных уравнений, способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований, применять теоретические знания для решения типовых расчётных задач и практических заданий более высокого уровня сложности в области дифференциальных уравнений.</i>	<i>Повышенный уровень</i>	<i>Отлично</i>
<i>Обучающийся владеет понятийным аппаратом дифференциальных уравнений, способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, применять теоретические знания при решении типовых расчётных задач, допускает незначительные ошибки при решении практических заданий более высокого уровня сложности в области дифференциальных уравнений.</i>	<i>Базовый уровень</i>	<i>Хорошо</i>
<i>Обучающийся владеет частично теоретическими основами дифференциальных уравнений, фрагментарно способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, в ряде случаев затрудняется применять теоретические знания при решении типовых расчётных задач, не всегда способен решить практические задания более высокого уровня сложности в области дифференциальных уравнений.</i>	<i>Пороговый уровень</i>	<i>Удовлетворительно</i>
<i>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трем из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки при решении типовых расчётных задач либо не имеет представления о способе их решения.</i>	<i>–</i>	<i>Неудовлетворительно</i>

### 19.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

#### 19.3.1 Перечень вопросов к зачету с оценкой:

- 1 Задачи, приводящие к понятию дифференциального уравнения.
- 2 Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

Дифференциальные уравнения 1-го порядка.

- 3 Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
- 4 Дифференциальные уравнения с разделенными и разделяющимися переменными.
- 5 Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
- 6 Однородные дифференциальные уравнения первого порядка и уравнения, сводящиеся к однородным.

7 Уравнение Бернулли.

8 Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

9 Уравнения Лагранжа и Клеро.

10 Дифференциальные уравнения высших порядков, основные понятия.

11 Дифференциальные уравнения второго порядка. Общее и частное решения. Задача Коши.

12 Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.

13 Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка.

14 Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка. Определения и общие свойства.

15 Определитель Вронского.

16 Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

17 Структура общего решения при различных значениях дискриминанта характеристического уравнения.

18 Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка. Структура общего решения.

19 Метод вариации произвольных постоянных.

20 Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Структура общего решения.

21 Интегрирование линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида:

### 19.3.2 Перечень практических заданий (примеры)

#### Тема 1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка

Задание 1. Найти общий интеграл уравнения  $x \cdot dx + y \cdot dy = 0$ .

Задание 2. Решить дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним:

1.  $(xy^2 + x)dx + (y - x^2y)dy = 0$ .      2.  $y'tgx = y + a$ .

3.  $xy' + y = y^2, y(1) = 0,5$ .      4.  $e^{-s} \left( 1 + \frac{ds}{dt} \right) = 1$ .

5.  $y' = \frac{1+y^2}{1+x^2}, y(0) = 1$ .

Задание 3. Найти общий интеграл уравнения  $(x^2 - y^2) \cdot dx + 2xy \cdot dy = 0$

Задание 4. Решить однородные дифференциальные уравнения первого порядка и приводящиеся к ним:

1.  $y' = \sqrt{\frac{x}{y}} + \frac{y}{x}$ .      2.  $xy' = y \ln \frac{y}{x}$ .      3.  $xyy' = y^2 + x^2y'$ .      4.  $x dy - y dx = y dy$ .

5.  $(y^2 - 3x^2)dy + 2xydx = 0, y(0) = 1$ .

Задание 5. Проинтегрировать линейное дифференциальное уравнение

а)  $y' - \frac{2x}{x^2+1}y = x^2 + 1$ . б)  $y' + 2xy = 2x$ .

Задание 6. Найти общие решения или общие интегралы линейных дифференциальных уравнений и приводящихся к ним уравнений Бернулли:

1.  $y' - 2y = e^x$ .      2.  $y' + 2xy = 2xe^{-x^2}$ .      3.  $y' + \frac{y}{x+1} + x^2 = 0$ .      4.  $y' = \frac{y}{3x - y^2}$ .

Задание 7. Проинтегрировать дифференциальное уравнение в полных дифференциалах

$$(2x - 3y)dx + (2y - 3x)dy = 0.$$

Задание 8. Решить уравнение  $(x^2 - y) \cdot dx + (x^2y^2 + x) \cdot dy = 0$ .

Задание 9. Проверить, что данные уравнения являются дифференциальными уравнениями в полных дифференциалах и найти их общие решения или общие интегралы:

1.  $(2x^3 - xy^2)dx + (2y^3 - x^2y)dy = 0$ .      2.  $(1 + x\sqrt{x^2 + y^2})dx + (-1 + \sqrt{x^2 + y^2})ydy = 0$ .

3.  $e^y dx + (xe^y - 2y)dy = 0$ .      4.  $2x^3yy' + 3x^2y^2 + 10 = 0$ .

#### Тема 1. Дифференциальные уравнения 2-го порядка

Задание 1. Проинтегрировать дифференциальное уравнение

$$y'' = \cos x - \sin x.$$

Задание 2. Найти частное решение уравнения  $y'' - (y')^2 + y'(y-1) = 0$ , удовлетворяющее начальным условиям:  $y(0) = 2, y'(0) = 2$ .

Задание 3. Найти решения дифференциальных уравнений, допускающих понижения порядка:

1.  $y'' = x + \sin x$ .      2.  $y'' = \arctg x$ .

3.  $2xy'' = y'$ .                      4.  $yy'' = 2x(y')^2, y(2) = 2, y'(2) = 0,5$ .

Задание 4. Проинтегрировать дифференциальное уравнение  $y'' + 2y' - 3y = 0$ , найти частное решение, удовлетворяющее условиям  $y = 2, y' = 2$  при  $x = 0$ .

Задание 5. Решить уравнение  $y'' - 6y' + 25y = 0$ .

Задание 6. Решить линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами:

1.  $y'' - 10y' + 21y = 0$ .                      2.  $y'' - 16y' + 64y = 0$ .

3.  $y'' - 81y = 0$ .                              4.  $y'' + 10y' + 25y = 0$ .

Задание 7. Проинтегрировать уравнение  $y'' + 4y' + 20y = 34e^{-x}$ .

Задание 8. Найти общее решение уравнения  $y'' - 2y' + y = x - 4$ .

Задание 9. Решить линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами:

1.  $y'' - 3y' = x^2 + x$ .                      2.  $y'' - 3y' = xe^x$ .

3.  $y'' - 3y' = \cos 3x$ .                      4.  $y'' + 4y = e^{2x} \cos 2x$ .

### 19.3.3 Тестовые задания

#### Тесты по дисциплине «Дифференциальные уравнения»

##### Вариант 1

1. Дифференциальное уравнение  $y' = \frac{x+y}{x-y}$  является:

- A. Уравнением в полных дифференциалах,
- B. Уравнением с разделяющимися переменными,
- C. Уравнением Бернулли,
- D. Однородным уравнением 1-го порядка.

2. Общее решение дифференциального уравнения  $y'' - y = 0$  имеет вид:

- A.  $(C_1 + C_2x)e^{2x}$ ,
- B.  $C_1 \sin x + C_2 \cos x$ ,
- C.  $C_1 e^x + C_2 e^{3x}$ ,
- D.  $C_1 e^x + C_2 e^{-x}$ .

3. Общее решение дифференциального уравнения  $y'' - 4y' + 5y = 0$  имеет вид:

- A.  $C_1 e^{2x} + C_2 e^x$ ,
- B.  $e^{2x} (C_1 \sin x + C_2 \cos x)$ ,
- C.  $e^x (C_1 \sin 2x + C_2 \cos 2x)$ ,
- D.  $(C_1 + C_2x)e^{3x}$ .

4. Частное решение дифференциального уравнения  $y' - y = e^x$  имеет вид:

- A.  $xe^x$ ,
- B.  $2xe^x$ ,
- C.  $x^2 e^x$ ,
- D.  $Ce^x$ .

5. Характеристическое уравнение дифференциального уравнения  $y'' - 5y' + 6y = 0$

имеет вид:

- A.  $k^2 + 5k = 0$ ,
- B.  $k^2 - 5k - 6 = 0$ ,
- C.  $k^2 - 5k + 6 = 0$ ,
- D.  $k^2 + 6k = 0$ .

6. Дифференциальное уравнение  $(xy + x)dx - y^2dy = 0$  является:

- A. Уравнением Бернулли,
- B. Уравнением Клеро,
- C. Однородным дифференциальным уравнением 1-го порядка,
- D. Уравнением с разделяющимися переменными.

7. Для системы  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + y \\ \frac{dy}{dt} = x + 2y \end{cases}$  характеристическое уравнение имеет вид:

- A.  $\lambda^2 + 4\lambda + 5 = 0$ ,
- B.  $\lambda^2 - 4\lambda + 3 = 0$ ,
- C.  $4\lambda^2 - 1 = 0$ ,
- D.  $\lambda^2 + 4\lambda + 3 = 0$ .

8. Общее решение дифференциального уравнения  $\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + 4y = 0$  имеет вид:

- A.  $C_1e^{-2x} + C_2xe^{2x}$ ,
- B.  $(C_1 + C_2x)e^{-2x}$ ,
- C.  $(C_1 + C_2x)e^{2x}$ ,
- D.  $C_1e^{-2x} + C_2e^{2x}$ .

9. Дифференциальное уравнение  $(x + 1)tg xdt + (t + 1)tg tdx = 0$  является:

- A. Уравнением с разделенными переменными,
- B. Уравнением Бернулли,
- C. Уравнением с разделяющимися переменными,
- D. Линейным дифференциальным уравнением 1-го порядка.

10. Для дифференциального уравнения  $y'' + 4y' + 4y = e^x$  начальные условия могут

быть:

- A.  $y(0) = 2, y'(0) = -4$ ,
- B.  $y(1) = 1, y'(0) = 2$ ,
- C.  $y(0) = -1, y'(1) = 3$ ,
- D.  $y(-1) = 0, y'(0) = 1$ .

11. Для системы  $\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = -x_1 \end{cases}$  характеристическое уравнение имеет вид:

- A.  $\lambda^2 - 1 = 0$ ,
- B.  $\lambda^2 + 1 = 0$ ,

C.  $(\lambda - 1)^2 = 0$ ,

D.  $\lambda^2 + \lambda = 0$ .

12. Дифференциальное уравнение  $y' + \frac{y}{x} = y^2 \frac{\ln x}{x}$  является:

- A. Уравнением с разделяющимися переменными,
- B. Уравнением Бернулли,
- C. Однородным дифференциальным уравнением 1-го порядка,
- D. Уравнением в полных дифференциалах.

13. Общее решение дифференциального уравнения  $y' = \frac{y+1}{2x-1}$  имеет вид:

- A.  $y = \sqrt{2x-1}$ ,
- B.  $y + 1 = 3\sqrt{2x-1}$ ,
- C.  $y = C\sqrt{2x-1} - 1$ ,
- D.  $y = 4x - 3 + C$ .

14. Общее решение дифференциального уравнения  $y'' - 5y' - 6y = 0$  имеет вид:

- A.  $C_1 e^x + C_2 e^{-6x}$ ,
- B.  $C_1 e^{-x} + C_2 e^{6x}$ ,
- C.  $C_1 e^{-x} + C_2 e^{-6x}$ ,
- D.  $C_1 e^x + C_2 e^{6x}$ .

15. Дифференциальное уравнение  $xy' + x^2 y = 1$  является:

- A. Уравнением в полных дифференциалах,
- B. Уравнением с разделяющимися переменными,
- C. Уравнением Бернулли,
- D. Однородным уравнением 1-го порядка.

### Вариант 2

1. Дифференциальное уравнение  $y' = \frac{y}{x} + \operatorname{tg} \frac{y}{x}$  является:

- A. Уравнением в полных дифференциалах,
- B. Уравнением с разделяющимися переменными,
- C. Уравнением Бернулли,
- D. Однородным уравнением 1-го порядка.

2. Общее решение дифференциального уравнения  $y'' + 2y' = 0$  имеет вид:

- A.  $C_1 e^x + C_2 e^{2x}$ ,
- B.  $C_1 \sin 2x + C_2 \cos 2x$ ,
- C.  $(C_1 + C_2 x) e^{-x}$ ,
- D.  $C_1 + C_2 e^{-2x}$ .

3. Общее решение дифференциального уравнения  $y'' - 6y' + 10y = 0$  имеет вид:

- A.  $C_1 e^{3x} + C_2 e^x$ ,
- B.  $e^{3x} (C_1 \cos x + C_2 \sin x)$ ,
- C.  $e^x (C_1 \sin 3x + C_2 \cos 3x)$ ,

D.  $C_1 e^{-x} + C_2 e^{3x}$ .

4. Частное решение дифференциального уравнения  $y' + y = 2e^{-x}$  имеет вид:

A.  $2xe^{-x}$ ,

B.  $3xe^{-x}$ ,

C.  $x^2 e^{-x}$ ,

D.  $Ce^{-x}$ .

5. Характеристическое уравнение дифференциального уравнения  $y'' + 9y = 0$  имеет вид:

A.  $k^2 + 9k = 0$ ,

B.  $k^2 + 2k + 1 = 0$ ,

C.  $k^2 + 9 = 0$ ,

D.  $k^2 + 9k - 1 = 0$ .

6. Дифференциальное уравнение  $\sin x \cos y dy - \sin^2 y dx = 0$  является:

A. Уравнением Клеро,

B. Уравнением Бернулли,

C. Дифференциальным уравнением 1-го порядка,

D. Уравнением с разделяющимися переменными.

7. Для системы 
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + 2y \\ \frac{dy}{dt} = x - 2y \end{cases}$$
 характеристическое уравнение имеет вид:

A.  $\lambda^2 + 4\lambda - 1 = 0$ ,

B.  $\lambda^2 + \lambda - 4 = 0$ ,

C.  $\lambda^2 - 4 = 0$ ,

D.  $\lambda^2 - \lambda - 4 = 0$ .

8. Общее решение дифференциального уравнения  $\frac{d^2 y}{dx^2} + y = 0$  имеет вид:

A.  $(C_1 + C_2 x) \sin x$ ,

B.  $C_1 \cos x + C_2 \sin x$ ,

C.  $(C_1 + C_2 x) \cos x$ ,

D.  $C_1 e^x + C_2 e^{-x}$

9. Дифференциальное уравнение  $(x^2 + x) dt + (t^2 + t) dx = 0$  является:

A. Уравнением с разделенными переменными,

B. Однородным дифференциальным уравнением 1-го порядка,

C. Уравнением с разделяющимися переменными,

D. Уравнением Бернулли.

10. Для дифференциального уравнения  $y'' + 4y' + 5y = 1$  начальные условия могут

быть:

A.  $y(0) = 3, y'(0) = 1$ ,

B.  $y(0) = 1, y'(1) = 0$ ,

C.  $y(1) = 0, y'(0) = 2$ ,

D.  $y(0) = 1, y''(0) = 4$ .

11. Для системы  $\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = x_1 \end{cases}$  характеристическое уравнение имеет вид:

A.  $\lambda^2 + \lambda = 0$ ,

B.  $\lambda^2 - 1 = 0$ ,

C.  $\lambda^2 - \lambda = 0$ ,

D.  $(\lambda - 1)^2 = 0$ .

12. Дифференциальное уравнение  $y' - \frac{y}{x} = 2x^3 y^4$  является:

A. Уравнением с разделяющимися переменными,

B. Уравнением Бернулли,

C. Однородным дифференциальным уравнением 1-го порядка,

D. Уравнением в полных дифференциалах.

13. Общее решение дифференциального уравнения  $\frac{dy}{dx} = \frac{y-3}{x+4}$  имеет вид:

A.  $y = Cx + 3C$ ,

B.  $y = x + 4 + 3C$ ,

C.  $y = C(x + 4) + 3$ ,

D.  $y - 3 = x + 4$ .

14. Характеристическое уравнение дифференциального уравнения  $y'' + 2y' + y = 0$

имеет вид:

A.  $n^2 + 2n - 1 = 0$ ,

B.  $n^2 + 2n + 1 = 0$ ,

C.  $n^2 - 1 = 0$ ,

D.  $n^2 + 1 = 0$ .

15. Дифференциальное уравнение  $y' = \frac{2x - y}{x + 2y}$  является:

A. Уравнением в полных дифференциалах,

B. Уравнением с разделяющимися переменными,

C. Уравнением Бернулли,

D. Однородным уравнением 1-го порядка.

#### Критерии оценки:

- **оценка «отлично»** выставляется студенту, если правильно выполнено более 90% заданий;
- **оценка «хорошо»** выставляется студенту, если правильно выполнено более 70% заданий;
- **оценка «удовлетворительно»** выставляется студенту, если правильно выполнено более 50% заданий;
- **оценка «неудовлетворительно»** выставляется студенту, если правильно выполнено менее 50% заданий.

#### 19.3.4 Перечень заданий для контрольных работ

##### Вариант 1

1. Найти частные решения дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными:

а)  $(x+3)dy - (y+2)dx = 0$ ,  $y(2) = 3$ ; б)  $y'+2y+4=0$ ,  $y(0) = 5$ ; в)  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2x}$ ,  $y(1) = 2$ .

2. Найти частные решения однородных дифференциальных уравнений второго порядка:

а)  $y''+y'-6y=0$ ,  $y(0) = 3$ ,  $y'(0) = 1$ ; б)  $y''-6y'+9y=0$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 1$ ;

в)  $y''=12x-2$ ,  $y(1) = 4$ ,  $y'(1) = 2$ .

3. Найти частное решение неоднородного дифференциального уравнения второго порядка: а)  $y''-6y'+8y=3x^2+2x+1$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$ ; б)  $y''+y=3\sin x$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ .

### Критерии оценки:

- **оценка «отлично»** выставляется студенту, если правильно выполнено более 90% заданий;
- **оценка «хорошо»** выставляется студенту, если правильно выполнено более 70% заданий;
- **оценка «удовлетворительно»** выставляется студенту, если правильно выполнено более 50% заданий;
- **оценка «неудовлетворительно»** выставляется студенту, если правильно выполнено менее 50% заданий.

### 19.3.5 Темы курсовых работ

Не предусмотрены

### 19.3.6 Темы рефератов и докладов

Не предусмотрены

### 19.3.7 Комплект индивидуальных заданий (примеры)

#### Индивидуальное домашнее задание

#### 1. Дифференциальные уравнения первого порядка

1. Найти частные решения уравнений, удовлетворяющие начальным условиям:

1  $2y'\sqrt{x} = y$   $y_0 = 1$  при  $x_0 = 4$

2  $y' = (2y+1)\operatorname{ctg}x$   $y_0 = 0,5$  при  $x_0 = \pi/4$

3  $x^2y' + y^2 = 0$   $y_0 = 1$  при  $x_0 = -1$

4  $(1+e^x)yy' = e^x$   $y_0 = 1$  при  $x_0 = 0$

найти общее решение:

1  $xy' - y = 0$  2  $xy' + y = 0$

3  $yy' + x = 0$  4  $x^2y' + y = 0$

#### 2. Линейные уравнения.

Найти общее решение уравнений.

1  $y' - y = e^x$  2  $y' = x + y$

3  $y' + x^2y = x^2$  4  $xy' + y = 3$

**В примерах решить уравнения Бернулли.**

1  $y'x + y = -xy^2$  2  $y' - xy = -y^3e^{-x^2}$



3  $y' + y = xy^3$

4  $y' = x^3y^3 - xy$

### 3. Дифференциальные уравнения второго порядка

1  $y'' - 6y' + 8y = e^x + e^{2x}$

2  $y'' - 2y' + y = 3e^x + x + 1$

3  $y'' + y = x + 2e^x$

4  $y'' - 3y' + 2y = e^{3x}(x^2 + x)$

#### Критерии оценки:

- **оценка «отлично»** выставляется студенту, если правильно выполнено более 90% заданий;
- **оценка «хорошо»** выставляется студенту, если правильно выполнено более 70% заданий;
- **оценка «удовлетворительно»** выставляется студенту, если правильно выполнено более 50% заданий;
- **оценка «неудовлетворительно»** выставляется студенту, если правильно выполнено менее 50% заданий.

#### 19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущий контроль успеваемости проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущий контроль успеваемости проводится в формах: *фронтальных опросов, контрольных работ, индивидуальных заданий, тестирование*. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практическое задание, позволяющее оценить степень сформированности умений и навыков.

При оценивании используются количественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.