

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)**

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
прикладной математики, информатики,
физики и методики их преподавания

—  — Е. А. Позднова
06.09.2017 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.В.ДВ.01.02 Элементы дифференциального исчисления**

1. Шифр и наименование направления подготовки:

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

2. Профили подготовки:

Математика. Информатика и информационные технологии в образовании

3. Квалификация выпускника:

Бакалавр

4. Форма обучения:

Очная, заочная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:

Кафедра прикладной математики, информатики, физики и методики их преподавания

6. Составитель программы:

О.Г. Ромадина, кандидат педагогических наук

7. Рекомендована:

научно-методическим советом факультета физико-математического и естественно-научного образования, протокол № 1 от 31.08.2017 г.

8. Семестры: 1 (офо) / 2,3 (зфо)

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целью дисциплины является изучение основ дифференциального исчисления функций одной и нескольких переменных; развитие логического мышления и умения оперировать с абстрактными объектами.

Задачи дисциплины:

- формировать представление о роли математики в системе современного образования;
- формировать умение работать с математической символикой;
- формировать умение применять изученный материал для доказательства теорем и решения практических задач;
- систематизировать и расширить знания обучающихся о функциях, правилах дифференцирования функций одной переменной;
- познакомить с теорией пределов;
- познакомить с дифференцированием функций нескольких переменных.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Элементы дифференциального исчисления» относится к Блоку 1 «Дисциплины (модули)» и является дисциплиной по выбору вариативной части ООП.

Для освоения дисциплины «Основы дифференциального исчисления» студенты используют знания, умения, навыки, сформированные в ходе изучения школьного курса математики.

Изучение данной дисциплины является необходимой основой для последующего изучения дисциплин «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Методика обучения математике», «Элементарная математика», «Численные методы и исследование операций».

11. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:

профессиональные (ПК): ПК-1.

В результате изучения дисциплины студент должен знать:

- понятие функции, способы задания функций;
- основные понятия теории пределов: предел последовательности, бесконечно малые и бесконечно большие величины, предел функции, теоремы о пределах;
- определение непрерывности функции в точке, условие непрерывности монотонной функции, свойства непрерывных функций;
- понятие производной, правила вычисления производных, понятие дифференциала, формулы и правила дифференцирования, теоремы Ферма, Ролля, о конечных приращениях (Лагранжа, Коши), правило Лопиталя, формулу Тейлора;
- схему исследования функции с помощью производных;
- правила дифференцирования функций нескольких переменных;

уметь:

- доказывать основные теоремы дифференциального исчисления;
- выбирать способы и инструменты решения задач дисциплины;
- вычислять пределы функций, в том числе используя правило Лопиталя;
- находить производную и дифференциал функции;
- исследовать функции и строить их графики;
- применять методы дифференциального исчисления для решения задач;

владеть:

- навыками формализации рассуждений;
- умениями выбирать подходящий метод для решения различных математических задач.

12. Структура и содержание учебной дисциплины

12.1 Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом: 8 / 288.

12.2 Виды учебной работы (очная форма обучения)

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)		
	Всего	В том числе в интерактивной форме	По семестрам
			1 сем.
Аудиторные занятия	144	44	144
в том числе: лекции	72	16	72
практические	72	28	72
лабораторные	0	0	0
Самостоятельная работа	108	0	108
Контроль	36	0	36
Итого:	288	44	288
Форма промежуточной аттестации			экзамен

Виды учебной работы (заочная форма обучения)

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)			
	Всего	В том числе в интерактивной форме	По семестрам	
			2 сем.	3 сем.
Аудиторные занятия	32	16	16	16
в том числе: лекции	16	8	8	8
практические	16	8	8	8
лабораторные	0	0	0	0
Самостоятельная работа	247	0	164	83
Часы на контроль	9	0	0	9
Итого:	288	16	180	108
Форма промежуточной аттестации				экзамен

12.3. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1	Вещественные числа	Понятие множества. Множество рациональных чисел. Вещественные числа (определение иррационального числа с помощью сечений Дедекинда, представление вещественного числа бесконечной десятичной дробью). Абсолютная величина числа. Границы числовых множеств. Сегмент, интервал, окрестность.
2	Функции одной переменной	Понятие функции. Способы задания функций (аналитический, табличный, графический). График функции. Четные и нечетные функции. Периодические функции. Понятие обратной функции. Элементарные функции.
3	Теория пределов	Числовая последовательность и ее предел. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Основные теоремы о пределах. Арифметические действия над переменными величинами. Особые случаи пределов и неопреде-

		ленности. Монотонная переменная и ее предел. Число e (неравенство Бернулли, число e как предел последовательности, приближенное вычисление числа e). Теорема о вложенных отрезках. Частичные последовательности. Предел функции. Теоремы о пределах на случай произвольной функции. Монотонная функция и ее предел. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин.
4	Непрерывность и разрывы функции	Определение непрерывности функции. Точки разрыва. Непрерывность элементарных функций. Разрывные функции. Непрерывность сложной функции. Свойства непрерывных функций. Существование и непрерывность обратной функции, корня и степени с рациональным показателем. Существование и непрерывность обратных тригонометрических функций. Определение степени с иррациональным показателем. Показательная, логарифмическая и степенная функции. Использование непрерывности функций при вычислении пределов. Гиперболические функции и их свойства. Равномерная непрерывность функции.
5	Производная и дифференциал	Понятие производной. Геометрический смысл производной. Вычисление производных простейших элементарных функций. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции. Правила вычисления производных. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высшего порядка.
6	Основные теоремы дифференциального исчисления	Основные теоремы дифференциального исчисления (Ферма, Ролля, о конечных приращениях). Раскрытие неопределенности по правилу Лопиталя. Формула Тейлора.
7	Исследование функций с помощью производных	Условия постоянства, возрастания и убывания функций. Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значения. Исследование функций и построение графиков. Направление вогнутости кривой и точки перегиба. Асимптоты кривой. Графическое решение уравнения. Уточнение корней уравнения.
8	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	Предел функции двух переменных. Непрерывность функции двух переменных. Частные производные функции нескольких переменных. Полное приращение функции нескольких переменных. Производные сложных функций нескольких переменных. Полный дифференциал функции нескольких переменных. Дифференциалы высших порядков. Неявные функции и их дифференцирование. Производная по направлению. Градиент. Приложения дифференциального исчисления функций нескольких переменных.

12.4 Междисциплинарные связи

№ п/п	Наименование дисциплин учебного плана, с которым организована взаимосвязь дисциплины рабочей программы	№№ разделов дисциплины рабочей программы, связанных с указанными дисциплинами
1	Математический анализ	1-8
2	Дифференциальные уравнения	1-8
3	Элементарная математика	2, 4, 5, 7
4	Численные методы и исследование операций	4, 5
5	Методика обучения математике	2, 3, 4, 5, 7

12.5. Разделы дисциплины и виды занятий (очная форма обучения)

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Понятие множества. Множество рациональных чисел.	2	2	0	2	6
2	Вещественные числа.	4	0	0	2	6

3	Абсолютная величина числа.	2	2	0	2	6
4	Границы числовых множеств. Сегмент, интервал, окрестность.	2	2	0	2	6
5	Понятие функции. Способы задания функций. График функции.	2	1	0	4	7
6	Четные и нечетные функции. Периодические функции. Понятие обратной функции.	2	1	0	2	5
7	Элементарные функции.	2	0	0	2	4
8	Числовая последовательность и ее предел. Бесконечно малые и бесконечно большие величины.	2	2	0	4	8
9	Основные теоремы о пределах.	2	2	0	4	8
10	Арифметические действия над переменными величинами. Особые случаи пределов и неопределенности.	2	2	0	2	6
11	Монотонная переменная и ее предел. Число e . Теорема о вложенных отрезках. Частичные последовательности.	2	2	0	2	6
12	Предел функции. Теоремы о пределах на случай произвольной функции. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин.	2	6	0	6	14
13	Определение непрерывности функции. Точки разрыва.	2	1	0	2	5
14	Непрерывность элементарных функций. Разрывные функции. Непрерывность сложной функции.	2	1	0	2	5
15	Свойства непрерывных функций.	2	1	0	2	5
16	Существование и непрерывность обратной функции, корня и степени с рациональным показателем.	1	1	0	2	4
17	Существование и непрерывность обратных тригонометрических функций.	1	1	0	2	4
18	Определение степени с иррациональным показателем. Показательная, логарифмическая	2	1	0	2	5

	и степенная функции.					
19	Использование непрерывности функций при вычислении пределов. Равномерная непрерывность функции.	2	1	0	2	5
20	Гиперболические функции и их свойства.	0	2	0	2	4
21	Понятие производной. Геометрический смысл производной.	2	0	0	4	6
22	Вычисление производных простейших элементарных функций.	1	2	0	4	7
23	Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции.	1	0	0	2	3
24	Правила вычисления производных.	2	4	0	4	10
25	Дифференцирование функций, заданных параметрически.	2	2	0	2	6
26	Дифференциал функции.	2	2	0	2	6
27	Производные и дифференциалы высшего порядка.	2	2	0	4	8
28	Основные теоремы дифференциального исчисления (Ферма, Ролля, о конечных приращениях).	2	1	0	4	7
29	Раскрытие неопределенности по правилу Лопиталя.	2	4	0	4	10
30	Формула Тейлора.	2	2	0	4	8
31	Условия постоянства, возрастания и убывания функций.	2	2	0	2	6
32	Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значения.	2	2	0	2	6
33	Исследование функций и построение графиков.	0	8	0	4	12
34	Направление вогнутости кривой и точки перегиба. Асимптоты кривой.	2	2	0	2	6
35	Графическое решение уравнения. Уточнение корней уравнения.	0	2	0	2	4
36	Предел функции двух переменных. Непрерывность функции двух переменных. Частные производные функции нескольких переменных.	2	4	0	2	8
37	Полное приращение функции нескольких переменных. Произ-	2	2	0	2	6

	водные сложных функций нескольких переменных.					
38	Дифференциалы высших порядков. Неявные функции и их дифференцирование. Производная по направлению. Градиент.	2	0	0	4	6
39	Приложения дифференциального исчисления функций нескольких переменных.	4	0	0	4	8
40	Экзамен					36
Итого:		72	72	0	108	288

Разделы дисциплины и виды занятий (заочная форма обучения)

№ п/п		Виды занятий (часов)					
Наименование раздела дисциплины		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего	
2 семестр							
1	Вещественные числа	0	0	0	40	40	
2	Функции одной переменной	2	2	0	40	44	
3	Теория пределов	4	4	0	52	60	
4	Непрерывность и разрывы функции	2	2	0	32	36	
	Итого в 2 семестре	8	8	0	164	180	
3 семестр							
5	Производная и дифференциал	2	1	0	20	23	
6	Основные теоремы дифференциального исчисления	2	1	0	22	25	
7	Исследование функций с помощью производных	2	4	0	26	32	
8	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	2	2	0	15	19	
9	Экзамен						9
10	Итого в 3 семестре	8	8	0	83	108	
Итого:		16	16	0	108	288	

13. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

(список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ 7.1–2003, используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Баврин И.И. Математический анализ: учеб. для вузов.- М.: Высшая школа, 2006.
2	Богданов Ю.С. и др. Математический анализ: учеб. пос. для вузов.- М.: Высшая школа, 2006.
3	Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа: учеб. для вузов: в 2-х ч. Ч.1: - 9-е изд., стер.- СПб.: Лань, 2008.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
4	Бохан К.А. Курс математического анализа. Т.1: учеб. пос.- М.: Просвещение, 1972

5	Виноградова И.А. и др. Задачи и упражнения по математическому анализу. Ч.1: Дифференциальное и интегральное исчисление: учеб. пос. для ун-тов, педвузов.- М.: Дрофа, 2001
---	---

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
6	Грес, П.В. Математика для бакалавров: Универсальный курс для студентов гуманитарных направлений : учебное пособие / П.В. Грес. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : Логос, 2013. - 288 с. - ISBN 978-5-98704-751-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=233778 (12.01.2018)
7	Балдин, К.В. Математика : учебное пособие / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукосуев. - Москва : Юнити-Дана, 2015. - 543 с. - Библиогр. в кн. - ISBN 5-238-00980-1 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=114423 (12.01.2018)
8	Кузнецов, Б.Т. Математика : учебник / Б.Т. Кузнецов. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : Юнити-Дана, 2015. - 719 с. : ил., табл., граф. - (Высшее профессиональное образование: Экономика и управление). - Библиогр. в кн. - ISBN 5-238-00754-X ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=114717 (12.01.2018)
9	Математика : учебно-методическое пособие / сост. В.А. Геллерт. - Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2012. - 148 с. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=232507 (12.01.2018)

14. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Набор демонстрационного оборудования (компьютер, экран настенный, проектор, колонки).

15. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю):

- технологии создания и обработки различных видов информации (офисный пакет Microsoft Office: MS Word, MS PowerPoint; MS Paint; Блокнот);
- технологии создания и обработки тестовых заданий (тестовая оболочка MyTestX);
- сетевые технологии (ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://biblioclub.ru>, <http://window.edu.ru>).

16. Формы организации самостоятельной работы:

- изучение учебной, научной и методической литературы, материалов периодических изданий с привлечением электронных средств;
- подготовка к практическим занятиям, коллоквиумам.
- подготовка докладов и рефератов;
- выполнение заданий из фонда оценочных средств для организации текущего контроля успеваемости обучающихся.

17. Перечень учебно-методического обеспечения для организации самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю):

В фонде оценочных средств данной дисциплины содержатся:

- вопросы к экзамену по дисциплине;
- задания для организации индивидуальной работы;
- тематика сообщений и рефератов.

Для самостоятельной работы студентам рекомендуются ресурсы сети Интернет: единая коллекция цифровых образовательных ресурсов: <http://school-collection.edu.ru>; федеральный центр информационно-образовательных ресурсов: <http://fcior.edu.ru>.

18. Критерии аттестации по итогам освоения дисциплины:

- **оценка «отлично»** выставляется студенту, если студент свободно ориентируется в теоретическом материале; умеет изложить и корректно оценить различные подходы к излагаемому материалу, способен сформулировать и доказать собственную точку зрения; обнаруживает свободное владение понятийным аппаратом; демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности и освоение показателей формируемых компетенций;
- **оценка «хорошо»** выставляется студенту, если студент хорошо ориентируется в теоретическом материале; имеет представление об основных подходах к излагаемому материалу; знает определения основных теоретических понятий излагаемой темы, в основном демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности;
- **оценка «удовлетворительно»** выставляется студенту, если студент может ориентироваться в теоретическом материале; в целом имеет представление об основных понятиях излагаемой темы, частично демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности;
- **оценка «неудовлетворительно»** выставляется студенту, если студент не ориентируется в теоретическом материале; не сформировано представление об основных понятиях излагаемой темы, не демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности и освоение показателей формируемых компетенций.

19. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля):

Приступая к изучению учебной дисциплины, прежде всего обучающиеся должны ознакомиться с учебной программой дисциплины. Электронный вариант рабочей программы размещён на сайте БФ ВГУ.

Знание основных положений, отраженных в рабочей программе дисциплины, поможет обучающимся ориентироваться в изучаемом курсе, осознавать место и роль изучаемой дисциплины в подготовке будущего педагога, строить свою работу в соответствии с требованиями, заложенными в программе.

Основными формами аудиторных занятий по дисциплине являются лекции и практические занятия, посещение которых обязательно для всех студентов (кроме студентов, обучающихся по индивидуальному плану).

В ходе лекционных занятий необходимо критически осмысливать предлагаемый материал, задавать вопросы как уточняющего характера, помогающие уяснить отдельные излагаемые положения, так и вопросы продуктивного типа, направленные на расширение и углубление сведений по изучаемой теме, на выявление недостаточно освещенных вопросов, слабых мест в аргументации и т.п.

На практических занятиях необходимо активно участвовать в решении предлагаемых задач, начиная уже с этапа анализа условия и поиска путей решения. Студенту, вызванному для решения задачи к доске, следует подробно комментировать ход решения задачи, а стальным студентам — выполнять основные этапы решения предложенной задачи самостоятельно, но при этом контролируя ход решения на доске.

Для успешного освоения дисциплины желательно выполнять индивидуальные задания, сдавать коллоквиумы, готовить доклады и рефераты.

При подготовке к промежуточной аттестации необходимо повторить пройденный материал в соответствии с учебной программой, примерным перечнем вопросов, выносящихся на экзамен. Рекомендуются использовать конспекты лек-

ций и источники, перечисленные в списке литературы в рабочей программе дисциплины, а также ресурсы электронно-библиотечных систем. Необходимо обратить особое внимание на темы учебных занятий, пропущенных по разным причинам. При необходимости можно обратиться за консультацией и методической помощью к преподавателю.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

ЭЛЕМЕНТЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с
двумя профилями подготовки)

Профили подготовки: Математика. Информатика и информационные
технологии в образовании

Квалификация выпускника: бакалавр

**Паспорт
фонда оценочных средств
по учебной дисциплине
ЭЛЕМЕНТЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ**

1. В результате изучения дисциплины Элементы дифференциального исчисления обучающийся должен:

1.1. Знать:

- понятие функции, способы задания функций;
- основные понятия теории пределов: предел последовательности, бесконечно малые и бесконечно большие величины, предел функции, теоремы о пределах;
- определение непрерывности функции в точке, условие непрерывности монотонной функции, свойства непрерывных функций;
- понятие производной, правила вычисления производных, понятие дифференциала, формулы и правила дифференцирования, теоремы Ферма, Ролля, о конечных приращениях (Лагранжа, Коши), правило Лопиталя, формулу Тейлора;
- схему исследования функции с помощью производных;
- правила дифференцирования функций нескольких переменных;

1.2. Уметь:

- доказывать основные теоремы дифференциального исчисления;
- выбирать способы и инструменты решения задач дисциплины;
- вычислять пределы функций, в том числе используя правило Лопиталя;
- находить производную и дифференциал функции;
- исследовать функции и строить их графики;
- применять методы дифференциального исчисления для решения задач;

1.3. Владеть:

- навыками формализации рассуждений;
- умениями выбирать подходящий метод для решения различных математических задач.

2. Программа оценивания контролируемой компетенции:

Текущая аттестация	Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины и их наименование	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1.	Вещественные числа	ПК-1	Индивидуальные задания, вопросы к коллоквиуму, реферат
2.	Функции одной переменной	ПК-1	Индивидуальные задания, вопросы к коллоквиуму, доклад
3.	Теория пределов	ПК-1	Индивидуальные задания, вопросы к коллоквиуму, доклад, контрольная работа
4.	Непрерывность и разрывы функции	ПК-1	Индивидуальные задания, вопросы к коллоквиуму
	Производная и дифференциал	ПК-1	Индивидуальные задания, вопросы к коллоквиуму, доклад
	Основные теоремы дифференциального исчисления	ПК-1	Индивидуальные задания, вопросы к коллоквиуму
	Исследование функций с помощью производных	ПК-1	Индивидуальные задания, вопросы к коллоквиуму, контрольная работа

	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	ПК-1	Индивидуальные задания, вопросы к коллоквиуму
Промежуточная аттестация – экзамен		ПК-1	Вопросы к экзамену

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра прикладной математики, информатики, физики
и методики их преподавания

**Вопросы к экзамену по дисциплине
«Элементы дифференциального исчисления»**

1. Понятие множества. Множество рациональных чисел.
2. Вещественные числа.
3. Абсолютная величина числа.
4. Границы числовых множеств. Сегмент, интервал, окрестность.
5. Понятие функции. Способы задания функций. График функции.
6. Четные и нечетные функции. Периодические функции. Понятие обратной функции.
7. Элементарные функции.
8. Числовая последовательность и ее предел. Бесконечно малые и бесконечно большие величины.
9. Основные теоремы о пределах.
10. Арифметические действия над переменными величинами. Особые случаи пределов и неопределенности.
11. Монотонная переменная и ее предел. Число e . Теорема о вложенных отрезках. Частичные последовательности.
12. Предел функции. Теоремы о пределах на случай произвольной функции. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин.
13. Определение непрерывности функции. Точки разрыва.
14. Непрерывность элементарных функций. Разрывные функции. Непрерывность сложной функции.
15. Свойства непрерывных функций.
16. Существование и непрерывность обратной функции, корня и степени с рациональным показателем.
17. Существование и непрерывность обратных тригонометрических функций.
18. Определение степени с иррациональным показателем. Показательная, логарифмическая и степенная функции.
19. Использование непрерывности функций при вычислении пределов. Равномерная непрерывность функции.
20. Гиперболические функции и их свойства.
21. Понятие производной. Геометрический смысл производной.
22. Вычисление производных простейших элементарных функций.
23. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции.
24. Правила вычисления производных.
25. Дифференцирование функций, заданных параметрически.
26. Дифференциал функции.
27. Производные и дифференциалы высшего порядка.
28. Основные теоремы дифференциального исчисления (Ферма, Ролля, о конечных приращениях).
29. Раскрытие неопределенности по правилу Лопиталя.

30. Формула Тейлора.
31. Условия постоянства, возрастания и убывания функций.
32. Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значения.
33. Исследование функций и построение графиков.
34. Направление вогнутости кривой и точки перегиба. Асимптоты кривой.
35. Графическое решение уравнения. Уточнение корней уравнения.
36. Предел функции двух переменных. Непрерывность функции двух переменных. Частные производные функции нескольких переменных.
37. Полное приращение функции нескольких переменных. Производные сложных функций нескольких переменных.
38. Дифференциалы высших порядков. Неявные функции и их дифференцирование. Производная по направлению. Градиент.

Оценка «отлично» выставляется студенту, если студент свободно ориентируется в теоретическом материале; умеет изложить и корректно оценить различные подходы к излагаемому материалу, способен сформулировать и доказать собственную точку зрения; обнаруживает свободное владение понятийным аппаратом; демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности и освоение показателей формируемых компетенций;

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если студент хорошо ориентируется в теоретическом материале; имеет представление об основных подходах к излагаемому материалу; знает определения основных теоретических понятий излагаемой темы, в основном демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности;

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если студент может ориентироваться в теоретическом материале; в целом имеет представление об основных понятиях излагаемой темы, частично демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности;

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если студент не ориентируется в теоретическом материале; не сформировано представление об основных понятиях излагаемой темы, не демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности и освоение показателей формируемых компетенций.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра прикладной математики, информатики, физики и методики их преподавания

**Темы рефератов и докладов по дисциплине
«Элементы дифференциального исчисления»**

1. Связь математики с другими науками.
2. Понятие вещественного числа.
3. Построение графиков функций средствами информационных технологий.
4. Вклад Л.Эйлера в развитие математического анализа.
5. Жизнь и деятельность Р. Дедекинда
6. Пьер Ферма: биография, открытия в математике.
7. Мишель Ролль: биография, научная деятельность.
8. Жизнь и деятельность И. Бернулли и Г. Лопиталя.
9. Пределы и производные: сущность, значение, вычисление.
10. Определение экстремумов функций многих переменных.
11. Применение производных при решении задач из различных областей.
12. Современные открытия в области математики.

Оценка «отлично» ставится, если полностью раскрыта тема реферата/доклада, при выступлении с докладом соблюден временной регламент, отсутствуют фактические ошибки.

Оценка «хорошо» ставится, если имеются небольшие несоответствия текста реферата/доклада заявленной теме или (и) значительно превышен временной регламент.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если имеется много замечаний по содержанию реферата/доклада.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если реферат/доклад не подготовлен; доклад/реферат подготовлен, но полностью не соответствует заявленной теме.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра прикладной математики, информатики, физики и методики их преподавания

**Вопросы к коллоквиумам по дисциплине
«Элементы дифференциального исчисления»**

Вопросы к коллоквиуму №1

1. Понятие множества. Множество рациональных чисел.
2. Вещественные числа.
3. Абсолютная величина числа.
4. Границы числовых множеств. Сегмент, интервал, окрестность.
5. Понятие функции. Способы задания функций. График функции.
6. Четные и нечетные функции. Периодические функции. Понятие обратной функции.
7. Элементарные функции.

Вопросы к коллоквиуму №2

1. Числовая последовательность и ее предел.
2. Бесконечно малые и бесконечно большие величины.
3. Основные теоремы о пределах. Арифметические действия над переменными величинами.
4. Особые случаи пределов и неопределенности.
5. Монотонная переменная и ее предел. Число e .
6. Теорема о вложенных отрезках. Частичные последовательности.
7. Предел функции. Теоремы о пределах на случай произвольной функции.
8. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин.

Вопросы к коллоквиуму №3

1. Определение непрерывности функции. Точки разрыва.
2. Непрерывность элементарных функций. Разрывные функции. Непрерывность сложной функции.
3. Свойства непрерывных функций.
4. Существование и непрерывность обратной функции, корня и степени с рациональным показателем.
5. Существование и непрерывность обратных тригонометрических функций.
6. Определение степени с иррациональным показателем. Показательная, логарифмическая и степенная функции.
7. Использование непрерывности функций при вычислении пределов. Равномерная непрерывность функции.
8. Гиперболические функции и их свойства.

Вопросы к коллоквиуму №4

1. Понятие производной. Геометрический смысл производной.
2. Вычисление производных простейших элементарных функций.
3. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции.
4. Правила вычисления производных.

5. Дифференцирование функций, заданных параметрически.
6. Дифференциал функции.
7. Производные и дифференциалы высшего порядка.
8. Основные теоремы дифференциального исчисления (Ферма, Ролля, о конечных приращениях).
9. Раскрытие неопределенности по правилу Лопиталя.
10. Формула Тейлора.
11. Условия постоянства, возрастания и убывания функций.
12. Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значения.
13. Исследование функций и построение графиков.
14. Направление вогнутости кривой и точки перегиба. Асимптоты кривой.
15. Графическое решение уравнения. Уточнение корней уравнения.

Оценка «отлично» выставляется студенту, если студент отлично ориентируется в теоретическом материале; умеет изложить и корректно оценить различные подходы к излагаемому материалу, способен сформулировать и доказать собственную точку зрения; обнаруживает свободное владение понятийным аппаратом;

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если студент хорошо ориентируется в теоретическом материале; имеет представление об основных подходах к излагаемому материалу; знает определения основных теоретических понятий излагаемой темы;

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если студент может ориентироваться в теоретическом материале; в целом имеет представление об основных понятиях излагаемой темы;

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если студент не ориентируется в теоретическом материале; не сформировано представление об основных понятиях излагаемой темы.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра прикладной математики, информатики, физики и методики их преподавания

**Индивидуальные задания по дисциплине
«Элементы дифференциального исчисления»**

Тема «Вещественные числа»

1. Дано два множества $A = \{2, 3, 5, 6, 7\}$ и $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Является ли множество A подмножеством множества B ?
2. Какими должны быть два конечных множества, чтобы между ними можно было установить взаимно однозначное соответствие?
3. Даны два множества A – множество, состоящее из десяти стульев, и B – множество, состоящее из 10 студентов. Можно ли сказать, что $A=B$? Можно ли установить между этими множествами взаимно однозначное соответствие?
4. Обладает ли свойством плотности множество целых чисел?
5. Доказать, что число $\sqrt{3}$ не является рациональным.
6. Доказать, что уравнение $x^2 - 2 = 0$ не имеет рациональных корней.
7. Доказать, что среди положительных рациональных чисел, квадрат которых больше двух, нет наименьшего.
8. Доказать, что множество, ограниченное снизу, имеет точную нижнюю грань.
9. Доказать, что число 0 является точной нижней границей множества всех положительных правильных дробей.
10. Определить, какие из нижеследующих бесконечных десятичных дробей выражают рациональные числа, какие – иррациональные, и записать рациональные числа в ряде обыкновенных дробей: а) $2,(32)$; б) $3,52(375)$; в) $1,37(9)$; г) $1,212012001\dots$
11. Указать какие-нибудь два иррациональных числа, сумма которых рациональна.
12. Доказать, что между двумя различными вещественными числами содержатся как рациональные, так и иррациональные числа.
13. Доказать, что множество чисел вида $\frac{n^2}{n^2 + 4}$, где n пробегает все натуральные значения, ограничено. Найти точные нижнюю и верхнюю грани этого множества.
14. Доказать, что множество M чисел вида $a_n = \left\{ \left[1 + (-1)^n \right] \cdot n + \frac{1 - (-1)^n}{n} \right\}$ не ограничено сверху, но ограничено снизу. Найти $\inf M$.

Тема «Функции одной переменной»

1. Найти области определения функций:

- a. $f(x) = x^3 + 5 \cdot x^2 - 5 \cdot x + 1$;
- b. $f(x) = \frac{2 \cdot x + 1}{x^2 - 3 \cdot x + 2}$;
- c. $f(x) = \lg \sin(x - 3) + \sqrt{16 - x^2}$;
- d. $f(x) = 1 + x + \sqrt{x^2 - 9}$;
- e. $f(x) = \arccos \frac{2 \cdot x - 5}{3} + \lg 2^x$;
- f. $f(x) = \frac{|x| + 1}{x}$;
- g. $f(x) = (x - 3) \cdot \sqrt{\frac{x - 2}{x + 1}}$;
- h. $f(x) = \sqrt{E(x) - x} + 2 \cdot x$.

2. Установить, какие из данных функций $f(x)$ являются четными, а какие нечетными:

- a. $f(x) = x^3 + 3 \cdot x^4 - 5 \cdot x^6$;
- b. $f(x) = x - x^3$;
- c. $f(x) = a^x + a^{-x}$;
- d. $f(x) = \lg \frac{1 + x}{1 - x}$;
- e. $f(x) = \frac{|x|}{x}$;
- f. $f(x) = 3^x - 1$.

3. Определить, какие из функций являются периодическими, и установить их наименьший положительный период:

- a. $f(x) = \sin x + \operatorname{tg} \frac{x}{2}$;
- b. $f(x) = \cos^2 x$;
- c. $f(x) = \cos x^2$;
- d. $f(x) = \sqrt{\operatorname{tg} x}$;
- e. $f(x) = \sin 2 \cdot x$;
- f. $f(x) = A \cdot \sin \lambda x + B \cos \lambda x (\lambda > 0)$.

4. Для заданных функций найти обратные. Построить графики тех и других функций, используя свойства обратных функций:

- a. $f(x) = 2 \cdot x$;
- b. $f(x) = x^2 - 2$;
- c. $f(x) = \frac{1}{2 - x}$;
- d. $f(x) = \frac{1}{x}$;
- e. $f(x) = 2^x - 1$;

f. $f(x) = \log_5 x$.

Тема «Теория пределов»

1. Вычислить пределы числовых последовательностей:

- a. $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 1})$;
 b. $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n(n-2)} - \sqrt{n^2 - 3})$;
 c. $\lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt[3]{n^3 - 5})n\sqrt{n}$;
 d. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{(n^2 + 1)(n^2 - 4)} - \sqrt{n^4 - 9})$;
 e. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^5 - 8} - n\sqrt{n(n^2 + 5)}}{\sqrt{n}}$;
 f. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 - 6n + 7}{3n^2 + 20n - 1} \right)^{-n+1}$;
 g. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-10}{n+1} \right)^{3n+1}$.

2. Доказать:

- a. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x + 3} = -7$; d. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2 - 14x + 6}{x - 3} = 10$; g. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{x - 2} = 7$;
 b. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x - 1} = 6$; e. $\lim_{x \rightarrow -1/2} \frac{6x^2 - x - 1}{x - 1/2} = -5$; h. $\lim_{x \rightarrow -1/3} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x + 1/3} = -4$;
 c. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 5x - 2}{x + 2} = -7$; f. $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{6x^2 - x - 1}{x - 1/2} = 5$; i. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{7x^2 + 8x + 1}{x + 1} = -6$.

3. Вычислить пределы функций:

- a. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}$; i. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 - x - 2}$; q. $\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x} - 2}{\sqrt{x} - 4}$;
 b. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x + x^2}$; j. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}$; r. $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9 + 2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2}$;
 c. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 + 3x + 2)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$; k. $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1 - x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}$; s. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - 2x + x^2} - (1 + x)}{x}$;
 d. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x^2 - x - 1)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$; l. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1 + 2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$; t. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8 + 3x + x^2} - 2}{x + x^2}$;
 e. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2 + 2x - 3)^2}{x^3 + 4x^2 + 3x}$; m. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x - 1}}{\sqrt[3]{x^2 - 1}}$; u. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27 + x} - \sqrt[3]{27 - x}}{x + 2\sqrt[3]{x^4}}$;
 f. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}$; n. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x + 13} - 2\sqrt{x + 1}}{x^2 - 9}$; v. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin 4(x - \pi)}$;
 g. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + x^3) - (1 + 3x)}{x + x^5}$; o. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x - 6} + 2}{x^3 + 8}$; w. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 10(x + \pi)}{e^{x^2} - 1}$;
 h. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - x - 1}$; p. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\cos 7x - \cos 3x}$; x. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\operatorname{tg}(\pi(2 + x))}$;

y. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\operatorname{tg}(2\pi(x+1/2))};$	hh. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\ln x};$	qq. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} x};$
z. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{\sqrt{2+x} - \sqrt{2}};$	ii. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{\ln x};$	rr. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}{(x - \pi)^4};$
aa. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{4x^2};$	jj. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos 3x}{\sin^2 7x};$	ss. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{\operatorname{tg} \pi x};$
bb. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{x+1} - 2}{\ln(1 + 4x)};$	kk. $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1 - \sin 2x}{(\pi - 4x)^2};$	tt. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{\sin^2 x};$
cc. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{\sin(2\pi(x+10))};$	ll. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \pi x}{\operatorname{tg}^2 \pi x};$	uu. $\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\sin 7x - \sin 3x}{e^{x^2} = e^{4\pi^2}};$
dd. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3x-1}{x+1} \right)^{1/(\sqrt[3]{x}-1)};$	mm. $\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{\sin x}{\sin a} \right)^{1/(x-a)};$	vv. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x-1}{x} \right)^{1/(\sqrt[3]{x}-1)};$
ee. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x-1}{x} \right)^{1/(\sqrt[3]{x}-1)};$	nn. $\lim_{x \rightarrow 8} \left(\frac{2x-7}{x+1} \right)^{1/(\sqrt[3]{x}-2)};$	ww. $\lim_{x \rightarrow a} (2 - x/a)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2a}};$
ff. $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{\cos x}{\cos 2} \right)^{1/(x-2)};$	oo. $\lim_{x \rightarrow \pi/4} (\operatorname{tg} x)^{1/(\cos(3\pi/4-x))};$	xx. $\lim_{x \rightarrow 2\pi} (\cos x)^{\operatorname{ctg} 2x/\sin 3x};$
gg. $\lim_{x \rightarrow 2\pi} (\cos x)^{1/\sin^2 2x};$	pp. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 5x}{\sin 3x};$	

Тема «Непрерывность и разрывы функции»

Доказать, что функция $f(x)$ непрерывна в точке x_0 .

- | | | |
|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| a. $f(x) = 5x^2 - 1, x_0 = 6.$ | i. $f(x) = -5x^2 - 8, x_0 = 2.$ | q. $f(x) = 3x^2 - 2, x_0 = 5.$ |
| b. $f(x) = 4x^2 - 2, x_0 = 5.$ | j. $f(x) = -5x^2 - 9, x_0 = 3.$ | r. $f(x) = 2x^2 - 3, x_0 = 4.$ |
| c. $f(x) = 3x^2 - 3, x_0 = 4.$ | k. $f(x) = -4x^2 + 9, x_0 = 4.$ | s. $f(x) = -2x^2 - 4, x_0 = 3.$ |
| d. $f(x) = 2x^2 - 4, x_0 = 3.$ | l. $f(x) = -3x^2 + 8, x_0 = 5.$ | t. $f(x) = 5x^2 + 3, x_0 = 8.$ |
| e. $f(x) = -2x^2 - 5, x_0 = 2.$ | m. $f(x) = -2x^2 + 7, x_0 = 6.$ | u. $f(x) = -3x^2 - 5, x_0 = 2.$ |
| f. $f(x) = -3x^2 - 6, x_0 = 1.$ | n. $f(x) = 2x^2 + 6, x_0 = 7.$ | v. $f(x) = -4x^2 - 6, x_0 = 1.$ |
| g. $f(x) = -4x^2 - 7, x_0 = 1.$ | o. $f(x) = 3x^2 + 5, x_0 = 8.$ | w. $f(x) = -5x^2 - 7, x_0 = 1.$ |
| h. $f(x) = 5x^2 + 1, x_0 = 7.$ | p. $f(x) = 4x^2 + 4, x_0 = 9.$ | x. $f(x) = -4x^2 - 8, x_0 = 2.$ |
| | | y. $f(x) = 4x^2 - 1, x_0 = 6.$ |

**Темы «Производная и дифференциал»,
«Основные теоремы дифференциального исчисления»**

1. Найти производную:

a. $y = \frac{(2x^2 - 1)\sqrt{1+x^2}}{3x^3}$;

b. $y = \frac{2x^2 - x - 1}{3\sqrt{2+4x}}$;

c. $y = \frac{(1+x^8)\sqrt{1+x^8}}{12x^{12}}$;

d. $y = \frac{x^2}{2\sqrt{1-3x^4}}$;

e. $y = \frac{(x^2 - 6)\sqrt{(4+x^2)^3}}{120x^5}$;

f. $y = \frac{x^4 - 8x^2}{2(x^2 - 4)}$;

g. $y = \lg \ln(\operatorname{ctg} x)$;

t. $y = x + \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \frac{x - \sqrt{2}}{x + \sqrt{2}} + a^{\pi\sqrt{2}}$;

u. $y = x(\cos \ln x + \sin \ln x)/2$;

v. $y = \frac{2\sqrt{1-x} \arcsin \sqrt{x}}{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}$;

w. $y = \frac{2x-5}{4} \sqrt{5x-4-x^2} + \frac{9}{4} \arcsin \sqrt{\frac{x-1}{3}}$;

x. $y = \sqrt{1-x^2} - x \arcsin \sqrt{1-x^2}$;

y. $y = \sqrt{x} + \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \sqrt{x} + \frac{8}{3} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{x}}{2}$.

h. $y = \frac{(x^2 - 8)\sqrt{x^2 - 8}}{6x^3}$;

i. $y = \sqrt[3]{\frac{(1+x^{3/4})^2}{x^{3/2}}}$;

j. $y = \frac{4+3x^3}{x^3 \sqrt{(2+x^3)^2}}$;

k. $y = \ln \sqrt[4]{\frac{1+2x}{1-2x}}$;

l. $y = \ln \sin \frac{2x+4}{x+1}$;

m. $y = \log_{16} \log_5 \operatorname{tg} x$;

n. $y = \log_4 \log_2 \operatorname{tg} x$;

o. $y = \frac{(1+x) \operatorname{arctg} \sqrt{x} - \sqrt{x}}{x}$;

p. $y = \ln \cos \frac{2x+3}{x+1}$;

q. $y = \operatorname{arctg} x + \frac{5}{6} \ln \frac{x^2+1}{x^2+4}$;

r. $y = \arcsin \frac{x-2}{(x-1)\sqrt{2}}$;

s. $y = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1-x}}{1-\sqrt{x}}$;

2. Найти стационарные точки функции с помощью производной первого порядка:

a. Найдите количество точек экстремума функции $y = \frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{8x^3}$;

b. Найдите точку минимума функции $y = (x-1)2^{\sqrt{x}}$;

c. Найдите количество точек экстремумов функции $y = \frac{7x^3 - 3x^2 + 9}{5x^3}$;

d. Найдите количество точек экстремума функции $y = \frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{8x^3}$;

e. 13. Найдите количество точек экстремумов функции $y = \frac{7x^3 - 3x^2 + 9}{5x^3}$;

3. Найти дифференциал dy :

a. $y = x \arcsin(1/x) + \ln|x + \sqrt{x^2 - 1}|$, $x > 0$;

b. $y = \operatorname{tg}(2 \arccos \sqrt{1 - 2x^2})$, $x > 0$;

c. $y = \sqrt{1 + 2x} - \ln|x + \sqrt{1 + 2x}|$;

d. $y = x^2 \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x^2 - 1}$;

e. $y = \arccos(1/\sqrt{1 + 2x^2})$, $x > 0$;

f. $y = x \ln|x + \sqrt{x^2 + 3}| - \sqrt{x^2 + 3}$;

g. $y = \operatorname{arctg}(\operatorname{sh} x) + (\operatorname{sh} x) \operatorname{lnch} x$;

h. $y = \arccos((x^2 - 1)/(x^2 \sqrt{2}))$;

i. $y = \ln(\cos^2 x + \sqrt{1 + \cos^4 x})$;

j. $y = \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) - \sqrt{1 + x^2} \operatorname{arctg} x$;

k. $y = \frac{\ln|x|}{1 + x^2} - \frac{1}{2} \ln \frac{x^2}{1 + x^2}$;

Тема «Исследование функций с помощью производных»

1. Найти асимптоты функций.

a. $y = \frac{17 - x^2}{4x - 5}$;

e. $y = \frac{4x^3 + 3x^2 - 8x - 2}{2 - 3x^2}$;

h. $y = \frac{x^3 - 5x}{5 - 3x^2}$;

b. $y = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{4x^2 - 3}}$;

f. $y = \frac{x^2 - 3}{\sqrt{3x^2 - 2}}$;

i. $y = \frac{2x^3 + 2x^2 - 3x - 1}{2 - 4x^2}$;

c. $y = \frac{x^3 - 4x}{3x^2 - 4}$;

g. $y = \frac{2x^2 - 6}{x - 2}$;

j. $y = \frac{x^2 - 6x + 4}{3x - 2}$.

d. $y = \frac{4x^2 + 9}{4x + 8}$;

2. Провести полное исследование функций и построить их график.

a. $y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$;

d. $y = \frac{4x^2}{3 + x^2}$;

g. $y = \frac{4 - x^3}{x^2}$;

b. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$;

e. $y = \frac{12x}{9 + x^2}$;

h. $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 4}$;

$$c. \quad y = \frac{2}{x^2 + 2x};$$

$$f. \quad y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1};$$

$$i. \quad y = \frac{(x-4)^2}{x^2};$$

$$k. \quad y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2;$$

$$m. \quad y = \frac{x^2}{(x-4)^2};$$

$$j. \quad y = \frac{12 - 3x^2}{x^2 + 12};$$

$$l. \quad y = \frac{-8x}{x^2 + 4};$$

$$n. \quad y = \frac{9 + 6x - 3x^2}{x^2 - 2x + 13}.$$

Тема «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»

1. Найти производные по x и y функции $z = \phi(x, y)$, неявно заданной в окрестности точки $(2; 4)$ уравнением $x^2 \cdot y + y^4 \cdot z^2 + x \cdot z^3 = 16$.

2. Найти дифференциал функции $\phi(x, y, z) = \sin(x y z^2)^3$.

3. Найти дифференциал функции $\phi(x, y, z) = x \cdot y^2 \cdot z + y^3 \cdot z^2$.

4. Найти частные производные функции $\phi(x, y) = \frac{x^2 + 3 \cdot y^2}{xy}$ по переменным x и y .

5. Найти область определения функции двух переменных $\phi(x, y) = \ln(x y^2 + 4)$.

6. Найти частные производные первого порядка функции:

$$a. \quad z = \sin \sqrt{\frac{y}{x^3}};$$

$$b. \quad z = \arctg(x \cdot \sqrt{y});$$

$$c. \quad z = e^{(\cos y - x \sin y)};$$

$$d. \quad z = \frac{y \cdot \sin 2y}{\sqrt[3]{x^2}}.$$

7. Найти $y'(x)$, если $x \cdot \sin y - \cos y + \cos^2 y - x = 0$;

8. Найти приближенное представление неявно заданной функции уравнением $x^2 - 3 \cdot x \cdot y + y^2 = 1$ в окрестности точки $(3; 1)$ до второго порядка включительно.

9. Для функции $z = \phi(x, y)$, заданной неявно уравнением $x^2 + y^2 - z^2 - x \cdot y + 3 \cdot z - 2 = 0$ в окрестности точки $M_0(1; 0; 1)$, найти $d^2 \phi(1; 0)$.

10. Разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $(0; 1; 0)$ до членов первого порядка включительно функцию $z = \phi(x, y, t)$, заданную неявно уравнением $\sin z + (x^2 y - e^z) \cdot \ln(y - x - t) = 0$ в окрестности точки $M_0(0; 1; 0; 0)$.

Оценка «отлично» ставится, если задание полностью выполнено, правильно и аккуратно оформлено, правильно отобран теоретический материал, грамотно сформулированы необходимые аргументы и сделаны соответствующие выводы.

Оценка «хорошо» ставится, если имеются небольшие несоответствия, недочеты в оформлении, выполненное задание соответствует не всем предъявляемым к ней требованиям.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если имеется много замечаний по содержанию выполненного задания, оформление задания соответствует не всем предъявляемым к нему требованиям.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если задание не выполнено; задание выполнено, но полностью не соответствует предъявляемым требованиям.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра прикладной математики, ин-
форматики, физики и
методики их преподавания

Контрольная работа №1
по дисциплине «Элементы дифференциального исчисления»

Вариант №1

1. Найти указанные пределы:

- a. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{3x^2 + 10x + 3}$;
- b. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x - 1}{3x^2 + x - 5}$;
- c. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7x + 4}{3x^3 - 5x + 1}$;
- d. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4 - 2x}{1 - 2x} \right)^{x+1}$;
- e. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{5x^2}$.

Вариант №2

1. Найти указанные пределы:

- a. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 64}{7x^2 - 27x - 4}$;
- b. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 + 3x - 4}{2x^2 - 5x + 1}$;
- c. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - 3}{x^3 - 8}$;
- d. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{4x+5}{4x-2} \right)^{3x}$;
- e. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{3^{2x} - 1}$.

Контрольная работа №2
по дисциплине «Элементы дифференциального исчисления»
Вариант №1

1. Провести полное исследование функций и построить их график:

a. $y = \frac{17 - x^2}{4x - 5};$

b. $y = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{4x^2 - 3}};$

c. $y = \frac{2x^3 + 2x^2 - 3x - 1}{2 - 4x^2}.$

Вариант №2

1. Провести полное исследование функций и построить их график:

a. $y = \frac{x^3 - 4x}{3x^2 - 4};$

b. $y = \frac{x^2 - 3}{\sqrt{3x^2 - 2}}$

c. $y = \frac{4x^3 + 3x^2 - 8x - 2}{2 - 3x^2}.$

Оценка «отлично» выставляется студенту, если правильно выполнено более 90% заданий;

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если правильно выполнено более 70% заданий;

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если правильно выполнено более 50% заданий;

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если правильно выполнено менее 50% заданий.