

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
начального и
среднепрофессионального образования



И.И. Пятибратова
01.09. 2018 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.В.ДВ.13.01 ИЗБРАННЫЕ ВОПРОСЫ МАТЕМАТИКИ**

1. Шифр и наименование направления подготовки:

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

2. Профили подготовки: Математика. Информатика и информационные технологии в образовании

3. Квалификация выпускника: бакалавр

4. Форма обучения: очная, заочная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:
начального и среднепрофессионального образования

6. Составитель программы: Т.П. Быкова, канд. пед.наук, доцент

7. Рекомендована: научно-методическим советом Филиала (протокол № 1 от 31.08.2018 г.)

8. Семестры: 8 (ОФО), 11 (ЗФО)

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Цель учебной дисциплины «Избранные вопросы математики»: ознакомление с важными математическими теориями и методами, не вошедшими в основные математические курсы. В рамках курса студенты получают углубленные знания по комбинаторике, теории групп, теории многомерных пространств и неевклидовым геометриям. Это поможет им в становлении высокой математической культуры, расширит кругозор, в практическом плане вооружит новыми мощными методами решения математических и прикладных задач.

Задачи учебной дисциплины:

–сформировать у студентов знания, умения, компетенции в областях: комбинаторика, теория групп, многомерная геометрия, неевклидовы пространства.

10. Место учебной дисциплины в структуре образовательной программы:

Дисциплина «Избранные вопросы математики» входит в блок Б1 «Дисциплины (модули)» и является дисциплиной по выбору вариативной части образовательной программы.

Для освоения дисциплины студенты используют знания, умения, навыки, сформированные в ходе изучения дисциплин «Математика», «Алгебра и теория чисел», «Геометрия», «Теория вероятностей и математическая статистика».

Изучение данной дисциплины будет способствовать осознанию связей между различными математическими дисциплинами, изучаемыми в педагогическом институте, пониманию структуры математического познания, будет полезно для прохождения педагогической практики, подготовки к итоговой государственной аттестации.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОК-3	способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве	знает: - основные характеристики естественнонаучной картины мира, место и роль человека в природе; основные способы математической обработки информации; умеет: - применять естественнонаучные и математические знания в профессиональной деятельности; - использовать современные информационно-коммуникационные технологии (включая пакеты прикладных программ, локальные и глобальные компьютерные сети) для сбора, обработки и анализа информации; - оценивать программное обеспечение и перспективы его использования с учетом решаемых профессиональных задач; владеет: – основными способами ориентирования в современном информационном пространстве
ПК-4	способность использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов	умеет: - использовать знание основ учебной дисциплины для перевода информации с естественного языка на язык соответствующей предметной области и обратно; - применять теоретические знания по учебной дисциплине в описании процессов и явлений в различных областях знания; - осуществлять поиск и отбор информации, необходимой для решения конкретной задачи; владеет: - содержательной интерпретацией и адаптацией теоретических знаний по преподаваемым предметам для решения образовательных задач; - материалом учебной дисциплины на уровне, позволяющем формулировать и решать задачи, возникающие в ходе учебной деятельности по преподаваемым предметам, а также в

		практической деятельности, требующие углубленных профессиональных знаний; - навыками формализации теоретических и прикладных практических задач.
--	--	---

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час– 3/108

Форма промежуточной аттестации: зачет с оценкой

13. Виды учебной работы

Очная форма обучения

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)	
	Всего	По семестрам
		8
Контактные часы, в том числе:	50	50
лекции	12	12
практические	38	38
лабораторные	-	-
Самостоятельная работа	58	58
Форма промежуточной аттестации (зачёт с оценкой – 0 час.)	0	0
Итого:	108	108

Заочная форма обучения

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)	
	Всего	По семестрам
		11
Контактные часы, в том числе:	12	12
лекции	4	4
практические	8	8
лабораторные	-	-
Самостоятельная работа	92	92
Форма промежуточной аттестации (зачёт с оценкой – 4 час.)	4	4
Итого:	108	108

13.2. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1. Лекции		
1.1	Комбинаторика	Правило суммы и правило произведения для конечных множеств. Принцип Дирихле. Размещения, перестановки. Числа Стирлинга второго рода Числа Белла. Числа Стирлинга первого рода. Полиномиальная теорема.
1.2	Теория групп	Определение и важнейшие виды группы. Гомоморфизмы. Свободные группы и многообразия. Тождества и многообразия. Нильпотентные группы, их общие свойства и примеры. Разрешимые группы
1.3	Многомерные пространства	Многомерные аффинные пространства. k-мерные плоскости. Многомерные евклидовы пространства. Квадратичные формы.
1.4	Неевклидовы геометрии	Гиперболическое пространство. Модель Кэли-Кляйна плоскости Лобачевского.
2. Практические занятия		
2.1	Комбинаторика	Бином Ньютона. Треугольник Паскаля. Разбиение множеств. Методы в комбинаторном анализе. Метод производящих функций.

2.2	Теория групп	Определение группы. Гомоморфизмы. Подгруппы. Тожества и многообразия. Разрешимые группы
2.3	Многомерные пространства	Квадрики (гиперповерхности второго порядка) в аффинных пространствах. Квадрики в евклидовых пространствах.
2.4	Неевклидовы геометрии	Понятие о сферической геометрии. Понятие об эллиптической геометрии Римана.

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

Очная форма обучения

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Комбинаторика	3	9		14	26
2	Теория групп	3	9		16	28
3	Многомерные пространства	3	11		14	28
4	Неевклидовы геометрии	3	9		14	26
	Зачет с оценкой					0
	Итого:	12	38	-	58	108

Заочная форма обучения

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Комбинаторика	1	2		20	23
2	Теория групп	1	2		30	33
3	Многомерные пространства	1	2		20	23
4	Неевклидовы геометрии	1	2		22	25
	Зачет с оценкой					4
	Итого:	4	8	-	92	108

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Приступая к изучению учебной дисциплины, целесообразно ознакомиться с учебной программой дисциплины, электронный вариант которой размещён на сайте БФ ВГУ.

Это позволит обучающимся получить четкое представление о:

- перечне и содержании компетенций, на формирование которых направлена дисциплина;
- основных целях и задачах дисциплины;
- планируемых результатах, представленных в виде знаний, умений и навыков, которые должны быть сформированы в процессе изучения дисциплины;
- количестве часов, предусмотренных учебным планом на изучение дисциплины, форму промежуточной аттестации;
- количестве часов, отведенных на контактную и на самостоятельную работу;
- формах контактной и самостоятельной работы;
- структуре дисциплины, основных разделах и темах;
- системе оценивания учебных достижений;
- учебно-методическом и информационном обеспечении дисциплины.

Знание основных положений, отраженных в рабочей программе дисциплины, поможет обучающимся ориентироваться в изучаемом курсе, осознавать место и роль изучаемой дисциплины в подготовке будущего выпускника, строить свою работу в соответствии с требованиями, заложенными в программе.

Основными формами контактной работы по дисциплине являются практические работы, посещение которых обязательно для всех студентов (кроме студентов, обучающихся по индивидуальному плану).

Подготовка к практическим работам ведется на основе их планов, которые размещены на сайте филиала. В ходе подготовки к практическим занятиям необходимо изучить в соответствии с вопросами для повторения конспекты лекций, основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой. Кроме того, следует повторить материал лекций, ответить на контрольные вопросы, изучить образцы решения задач, выполнить упражнения (если такие предусмотрены).

При подготовке к промежуточной аттестации необходимо повторить пройденный материал в соответствии с учебной программой, примерным перечнем вопросов, выносящихся на зачет с оценкой. Рекомендуется использовать конспекты лекций и источники, перечисленные в списке литературы в рабочей программе дисциплины, а также ресурсы электронно-библиотечных систем.

Для достижения планируемых результатов обучения используются групповые дискуссии, анализ имитационных моделей.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия, ч.1 - М.: КНОРУС, 2011.
2	Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия, ч.2 - М.: КНОРУС, 2011.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3	Окунев Л.Я. Высшая алгебра: учеб.- СПб: Лань, 2009

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
4	Веретенников, Б.М. Дискретная математика : учебное пособие / Б.М. Веретенников, В.И. Белоусова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина. - Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014. - Ч. 1. - 132 с. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7996-1199-6 978-5-7996-1195-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=276013 (31.08.2017).
5	Катальников, В.В. Теория вероятностей и математическая статистика / В.В. Катальников, Ю.В. Шапарь ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина ; науч. ред. И.А. Шестакова. - 2-е изд., перераб. - Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014. - 72 с. : ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7996-1158-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=276210 (31.08.2017).

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Методические материалы по дисциплине

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение, информационно-справочные системы и профессиональные базы данных

Пакет программ Microsoft Office 2007.

При реализации дисциплины применяется смешанное обучение с использованием

- онлайн-консультаций;
- электронной почты,

- сайта кафедры естественнонаучных и общеобразовательных дисциплин:

<http://pmii.ru/cumk/uchebnyie-materialyi>.

–Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» –
<http://biblioclub.ru/>.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Набор демонстрационного оборудования (компьютер, экран, проектор).

19. Фонд оценочных средств:

19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС (средства оценивания)
ОК-3 Способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве	знает (имеет представление): - основные характеристики естественнонаучной картины мира, место и роль человека в природе; основные способы математической обработки информации	Комбинаторика Теория групп Многомерные пространства Неевклидовы геометрии	1. Самостоятельная работа №1 «Решение комбинаторных задач» 2. Самостоятельная работа № 2 «Алгебраические структуры». 3. Самостоятельная работа №3 «Многомерные векторные пространства». 4. Самостоятельная работа №4 «Неевклидовы геометрии»
	умеет: - применять естественнонаучные и математические знания в профессиональной деятельности; - использовать современные информационно-коммуникационные технологии (включая пакеты прикладных программ, локальные и глобальные компьютерные сети) для сбора, обработки и анализа информации; - оценивать программное обеспечение и перспективы его использования с учетом решаемых профессиональных задач;	Комбинаторика Теория групп Многомерные пространства Неевклидовы геометрии	1. Самостоятельная работа № 1. «Решение комбинаторных задач». 2. Самостоятельная работа № 2 «Алгебраические структуры». 3. Самостоятельная работа №3 «Многомерные векторные пространства». 4. Самостоятельная работа №4

	владеет: – основными способами ориентирования в современном информационном пространстве		«Неевклидовы геометрии»
ПК-4 Способность использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов	умеет: - использовать знание основ учебной дисциплины для перевода информации с естественного языка на язык соответствующей предметной области и обратно; - применять теоретические знания по учебной дисциплине в описании процессов и явлений в различных областях знания; - осуществлять поиск и отбор информации, необходимой для решения конкретной задачи;	Комбинаторика Теория групп Многомерные пространства Неевклидовы геометрии	1. Самостоятельная работа №1 «Решение комбинаторных задач». 2. Самостоятельная работа №2 «Алгебраические структуры». 3. Самостоятельная работа №3 «Многомерные векторные пространства». 4. Самостоятельная работа №4 «Неевклидовы геометрии»
	владеет: - содержательной интерпретацией и адаптацией теоретических знаний по преподаваемым предметам для решения образовательных задач; - материалом учебной дисциплины на уровне, позволяющем формулировать и решать задачи, возникающие в ходе учебной деятельности по преподаваемым предметам, а также в практической деятельности, требующие углубленных профессиональных знаний; - навыками формализации теоретических и прикладных практических задач.	Комбинаторика Теория групп Многомерные пространства Неевклидовы геометрии	1. Самостоятельная работа №1 «Решение комбинаторных задач». 2. Самостоятельная работа №2 «Алгебраические структуры». 3. Самостоятельная работа №3 «Многомерные векторные пространства». 4. Самостоятельная работа №4 «Неевклидовы геометрии»
Промежуточная аттестация – зачет с оценкой			Выставляется по текущей аттестации

19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на зачете с оценкой используются следующие показатели (ЗУНы из 19.1):

- 1) знание учебного материала и владение понятийным аппаратом основных содержательных разделов программы;
- 2) умение связывать теорию с практикой;
- 3) умение иллюстрировать ответ практическими примерами.
- 4) владение методами доказательства и математического моделирования;
- 5) умение решать практические задачи по основным содержательным разделам программы.

Для оценивания результатов обучения на зачете зачёте с оценкой используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно». Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Обучающийся владеет понятийным аппаратом дисциплины, способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, применять теоретические знания при решении типовых заданий, способен решать практические задания высокого уровня сложности, связанные с избранными вопросами математики.	Повышенный уровень	Отлично
Обучающийся владеет понятийным аппаратом дисциплины, способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, применять теоретические знания при решении типовых заданий, может допускать незначительные ошибки при решении практических заданий более высокого уровня сложности.	Базовый уровень	Хорошо
Обучающийся владеет понятийным аппаратом дисциплины, не всегда способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, может применять теоретические знания при решении типовых заданий.	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки при решении типовых заданий либо не имеет представления о способе их решения.	–	Неудовлетворительно

19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

19.3.1 Перечень вопросов к зачету с оценкой

1. Правило суммы и правило произведения для конечных множеств.
2. Принцип Дирихле.
3. Размещения, перестановки.
4. Бином Ньютона.
5. Треугольник Паскаля.
6. Разбиение множеств.
7. Числа Стирлинга второго рода
8. Числа Белла.
9. Числа Стирлинга первого рода.
10. Полиномиальная теорема.
11. Методы в комбинаторном анализе.
12. Метод производящих функций..
13. Определение и важнейшие части группы.
14. Гомоморфизмы.
15. Свободные группы и многообразия.
16. Подгруппы.
17. Тожества и многообразия.
18. Нильпотентные группы, их общие свойства и примеры.
19. Конечные нильпотентные группы.
20. Разрешимые группы
21. Многомерные аффинные пространства.
22. k-мерные плоскости.
23. Многомерные евклидовы пространства.
24. Квадратичные формы. Квадрики (гиперповерхности второго порядка) в аффинных пространствах. Квадрики в евклидовых пространствах.
25. Гиперболическое пространство.

26. Модель Кэли-Кляйна плоскости Лобачевского.
27. Понятие о сферической геометрии.
28. Понятие об эллиптической геометрии Римана.

19.3.2 Варианты контрольных работ

Тема «Комбинаторика»

1 Вариант

1. Двузначное число составляют из цифр 0,1, 4,7,8.
 - а) Сколько всего чисел можно составить?
 - б) Составить таблицу исходов.
 - в) Сколько можно составить четных чисел?
 - г) Сколько можно составить нечетных чисел?
2. Сколькими способами можно составить пятизначное число из цифр 1, 3, 5, 7, 9?
3. Сколькими способами можно выбрать двух дежурных из 20 человек?
4. Сколькими способами можно из 30 человек назначить председателя и секретаря?
5. Во взводе 5 сержантов и 30 солдат. Сколькими способами можно выбрать наряд из двух сержантов и трёх солдат?
6. В классе 36 учеников, из которых надо выбрать двоих. Сколькими способами это можно сделать, если:
 - а) первый доказывает теорему, а второй решает задачу;
 - б) оба выполняют рисунок.
7. Вычислить: а) A_6^2 ; б) C_{10}^2 .
8. Раскройте скобки в выражении (использовать бином Ньютона): $(4+3x)^5$.
9. Разложить выражение по формуле бинома Ньютона $(2m^2 - n^4)^5$
10. В разложении $(a + 1)^{10}$ найти коэффициент при a^6

Контрольная работа

2 вариант

1. Двузначное число составляют из цифр 0,2, 5,8,9.
 - а) Сколько всего чисел можно составить?
 - б) Составить таблицу исходов.
 - в) Сколько можно составить четных чисел?
 - г) Сколько можно составить нечетных чисел?
2. Сколькими способами можно расставить на полке 6 книг разных авторов?
3. Сколькими способами можно выбрать 3 разные краски из 5 разных красок?
4. Сколькими способами можно из 20 человек назначить двух дежурных, один из которых - старший?
5. Из 11 роз и 6 гербер нужно составить букет, в котором 3 розы и 2 герберы. Сколько разных букетов можно составить?
6. В классе 26 учеников, из которых надо выбрать двоих.
7. Сколькими способами это можно сделать, если:
 - а) первый доказывает теорему, а второй решает задачу;
 - б) оба выполняют рисунок.
8. Вычислить: а) A_7^2 ; б) C_9^2 .
8. Раскройте скобки в выражении (использовать бином Ньютона): $(3+2x)^5$.
9. Разложить выражение по формуле бинома Ньютона $(k^6 - 3d^2)^4$
10. В разложении $(a + 2)^{10}$ найти коэффициент при a^6

Контрольная работа «Комбинаторика»

(номер в заданиях соответствует последней цифре номера в списке группы)

Задачи на применение правило суммы и правило произведения

1. На день благодарения было решено подать жареную индейку. Для маринада можно использовать одну из четырех видов острых приправ или одну из двух видов пряных. Сколькими способами можно приготовить маринад?

2. В цветочный магазин завезли пять сортов роз, четыре сорта хризантем, герберы и два сорта лилий. Сколькими способами можно составить букет из этих цветов (каждый цветок может быть только одного сорта)?

3. В сериале «Зачарованные» Прю обладает двумя, а Пайпер и Фиби тремя волшебными силами, способными уничтожить демона. Сколькими способами они могут сделать это?

4. В магазине есть шесть фасонов кофт, подходящих к четырем фасонам брюк. Сколько можно составить костюмов?

5. Женщина в парикмахерской попросила сделать ей колорирование, соответствующее году огненной собаки. Ей предложили один из трех тонов красной краски и второй цвет на выбор из черного, темно-каштанового или светло-каштанового. Из скольких вариантов она может выбрать?

6. Новая фирма объявила набор сотрудников на конкурсной основе. На должность бухгалтера отобрали четыре человека, программиста – два человека, экономиста и юриста – три человека, секретаря – пять человек. Остальные должности определились однозначно. Сколькими способами можно набрать штат?

7. В торговой лавке продаются четыре вида матрешек, лапти трех размеров, шестнадцать видов брелоков с изображениями достопримечательностей России и стеклянный шар с мини-Кремлем внутри. Сколькими способами иностранный турист может выбрать себе один сувенир?

8. К кухонному гарнитуру можно подобрать семь видов обоев, четыре вида плитки и три цвета пластика. Сколькими способами можно сделать ремонт на кухне: а) используя один из материалов; б) сочетая обои и плитку; в) сочетая плитку и пластик?

9. В ресторане есть три сорта грибов и семь видов сыров. Сколькими способами можно приготовить жульен, если остальные ингредиенты неизменны?

10. К выпускному на те деньги, которые есть у Насти, на прокат можно взять либо один из двух наборов бижутерии, либо одно из трех колец, либо одну из пяти вечерних сумочек. Сколькими способами можно выбрать один аксессуар на Настины деньги?

Задачи с использованием формулы включений и исключений

1. Из 32 школьников 12 занимается волейболом, 15 – баскетболом, 8 – и волейболом, и баскетболом. Сколько учеников не занимается в этих секциях?

2. В классе 20 человек. На физкультуру в спортивный зал ходят 14 человек, а в спортивный зал и бассейн ходят 18 человек. Сколько человек ходят только в бассейн?

3. В аквариуме «Зимнего сада» живут 52 рыбки. 44 из них едят живой корм, 33 – сушеный, а 27 рыбок едят и тот, и другой корм. Остальные питаются свежими растениями. Сколько рыбок поглощают только свежие растения?

4. В школе плавания учатся 250 человек. Из них 170 человек плавают брасом, 92 человека – кролем, а 70 человек владеют и тем, и другим стилем. Сколько человек еще не умеют плавать?

5. В показе прет-а-порте коллекции «Gucci» участвовали 105 манекенщиц. 61 девушка была в зеленом, 52 – в красном, 55 – в белом; 42 манекенщицы были в зеленом и красном, 45 – в зеленом и белом, 40 – в красном и белом, 39 – в зеленом, красном и белом. Остальные – в синем. Сколько девушек были одеты в синее?

6. Из 120 студентов английский язык изучают 44 человека, немецкий – 50, французский – 49, английский и немецкий – 13 человек, английский и французский – 14, немецкий и французский – 12. Все три языка изучают 5 студентов. Сколько студентов изучают один язык? Сколько студентов не изучают ни одного языка?

7. В лыжной, хоккейной и конькобежной секциях занимаются 38 человек. Известно, что в лыжной секции занимается 21 человек, среди которых 3 человека занимались еще и

в конькобежной секции, 6 человек еще в хоккейной секции и 1 человек занимался одновременно во всех трех. В конькобежной секции занимались 13 человек, среди которых 5 человек занимались одновременно в двух секциях. Сколько человек занималось в хоккейной секции?

8. Из 40 учащихся класса 32 занимаются в математическом кружке, 21 – в кружке «Умелые руки», а 15 – в обоих кружках. Сколько учащихся не занимаются ни в том, ни в другом кружке?

9. На турбазе отдыхало 60 человек. Из них 22 каталось на лыжах, 29 – на коньках, 30 – на санках. На лыжах и коньках – 10 человек, на лыжах и санках – 9 человек, на санках и коньках – 7 человек. Сколько человек не каталось вообще, если три человека каталось и на лыжах, и на санках, и на коньках?

10. Из 100 студентов 85 пересдают математический анализ, 45 – физику. Сколько человек пересдают оба предмета?

Задачи на перестановки без повторений

Задача в общем виде: Дано конечное множество M различных элементов. Необходимо подсчитать число способов упорядочивания элементов данного множества.

1. Группа туристов за пять дней пребывания в Гагре может посетить Сухум, Альпийские луга, Каман, озеро Рица и экскурсию по ночной Гагре. Сколькими способами они могут сделать это?

2. Горзеленхоз закупило семь сортов цветов для озеленения города. Было решено оформлять клумбы в виде семи окружностей, имеющих один центр и разные радиусы. Сколько различных клумб можно сделать?

3. Веселые человечки построились в ряд: Незнайка, Знайка, Тобик, Винтик, Шпунтик, Кнопочка, Сиропчик, Цветик, Гуныка, Ворчун, Пончик. Сколькими способами они могли это сделать?

4. Алфавит племени Мумбо-Юмбо состоит из трех букв А, Б и В. Словом является любая последовательность, состоящая не более, чем из 4 букв. Сколько слов в языке племени Мумбо-Юмбо?

5. Сколько есть перестановок чисел 1, 2, 3, ..., 9, в которых цифры 4 и 8 стоят на своих местах?

6. Двенадцати семиклассникам выданы два варианта контрольной работы. Сколькими способами можно посадить учеников в два ряда по 6 человек, чтобы у сидящих рядом не было одинаковых вариантов, а у сидящих друг за другом был один и тот же вариант?

7. Сколько четных пятизначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4 при условии, что каждая цифра входит в число только один раз?

8. Питер Пен и его друзья нашли сокровища семи морей. Для того, чтобы открыть сундук, им надо разложить в правильном порядке по кругу 7 драгоценных камней. Сколько может оказаться неудачных попыток?

9. Сколько существует способов размещения 5 мужчин и 5 женщин за круглым столом так, чтобы мужчины и женщины чередовались?

10. Сколько шестизначных чисел, не кратных 5, можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6 при условии, что каждая цифра входит в число только один раз?

Задачи на перестановки с повторениями

Задача в общем виде: Дано конечное множество, содержащее m_1 элементов одного типа, m_2 элементов второго типа, ..., m_l элементов l -го типа. Необходимо подсчитать число способов упорядочивания элементов данного множества.

1. Сколько имеется различных шестизначных чисел, у которых три цифры – 3, и три цифры – 6?

2. Для премии на математической олимпиаде выделено 8 экземпляров одной книги, 9 экземпляров второй и 13 экземпляров третьей. Сколькими способами могут быть распределены эти премии между 30 участниками олимпиады, если каждому вручается не более одной книги?

3. Сколько «слов» можно получить, переставляя буквы слова «парабола», слова «метаморфоза»?

4. Сколькими способами можно расставить шахматные фигуры (короля, ферзя, две ладьи, двух слонов и двух коней) на первой горизонтали шахматной доски?

5. Вовочка нарисовал «свою» радугу, составленную из двух обычных (применяя по 2 цвета). Сколькими еще способами он мог это сделать?

6. Сколькими способами можно поселить 7 студентов в три комнаты: одноместную, двухместную и четырехместную?

7. Сколько «слов» можно составить из пяти букв А и не более, чем из трех букв Б?

8. Сколько существует способов расстановки на полке 3-х книг одного вида, 5 – другого и 8 – третьего?

9. У Шалтая-Балтая на завтрак 2 коровы, 3 овцы, 5 кадок масла, 4 жареных цыпленка. Сколькими способами он может изменить последовательность приема пищи?

10. На новогоднем утреннике присутствуют 12 детей. У Снегурочки для конкурса есть 15 конфет «Маска», 12 конфет «Белочка» и 9 конфет «Орешек». Сколькими способами дети могут получить по 3 одинаковые конфеты? по 3 разные конфеты?

Задачи на размещения без повторений

Задача в общем виде: Дано конечное множество. Необходимо найти число способов упорядочивания каждого k -элементного подмножества.

1. Борис Николаевич решил подарить жене, дочери и брату по новому автомобилю. В автосалоне есть 12 марок, удовлетворяющих всем требованиям. Сколькими способами он может сделать подарки?

2. В Небыландию ведут 7 дорог. Сколькими способами можно туда сходить и вернуться, не проходя дважды по одной дороге?

3. Сколькими способами можно составить трехцветный полосатый флаг, если имеются ткани пяти различных цветов? Решите эту задачу при условии, что одна полоса должна быть красной.

4. В цехе работают 8 токарей. Сколькими способами можно поручить трем из них изготовление различных видов деталей (по одному виду на каждого)?

5. Сколькими способами можно опустить 5 писем в 11 почтовых ящиков, если в каждый из них опускают не более одного письма?

6. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5 (без повторений)?

7. Сколько четных трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 (без повторений)?

8. У мамы 2 яблока, 3 груши и 4 апельсина. Каждый день в течение пяти дней подряд она выдает по 1 фрукту. Сколькими способами это может быть сделано?

9. Учащиеся седьмых классов решили высадить около школы три аллеи. На ярмарке были саженцы березы, липы, дуба, клена, рябины, ели, акации, тополя и каштана. Сколькими способами ребята могут закупить саженцы, если они решили в одну аллею высаживать только одинаковые деревья? На сколько увеличится количество способов, если на другой день, когда пришли ребята, на ярмарке появились ещё и саженцы осины?

10. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр числа 564731, если каждую использовать не более одного раза?

Задачи на размещения с повторениями

Задача в общем виде: Дано конечное множество M . Необходимо найти число способов упорядочивания k -элементных «подмножеств», каждое из которых может содержать одинаковые элементы.

1. Монету бросают трижды. Сколько разных последовательностей орлов и решек можно при этом получить?

2. Каждую клетку квадратной таблицы 4×4 можно покрасить в черный или белый цвет. Сколько существует различных раскрасок этой таблицы?
3. Сколько существует 6-значных чисел, в записи которых есть хотя бы одна четная цифра?
4. Пусть на диск сейфа нанесено 12 букв, а секретное слово состоит из 5 букв. Сколько неудачных попыток может быть сделано человеком, не знающим секретного слова?
5. Сколькими способами можно надеть 5 различных колец на пальцы одной руки, исключая большой палец?
6. Сколько существует пятизначных номеров, не содержащих цифр 0 и 8?
7. Имеется набор 16 карточек. На четырех из них написана буква «А», на четырех – буква «Б», на четырех – буква «В», и на четырех – буква «Г». Сколько различных комбинаций можно получить, выбирая из набора 4 карточки и располагая их в некотором порядке?
8. На железнодорожной станции 5 светофоров. Сколько может быть дано различных сигналов, если каждый светофор имеет 3 состояния: красный, желтый, зеленый?
9. Сколько четных четырехзначных чисел можно составить из цифр числа 123153?
10. Сколько существует способов расстановки 20 разных книг по 5 полкам?

Задачи на сочетания без повторений

Задача в общем виде: Дано конечное множество M . Необходимо найти число k -элементных подмножеств.

1. На день рождения Лене подарили коробку конфет (в коробке 30 штук). Сколькими способами она может выбрать по одной конфете маме, папе, сестренке и двум братьям?
2. У Малыша есть банка вишневого варенья, банка клубничного, 2 пачки разного печенья, пачка вафель, кукурузных палочек и коробка шоколадных конфет. Он предложил Карлесону выбрать 2 вида сладостей из этого списка. Между сколькими возможностями придется выбирать Карлесону?
3. Дмитрий Сычев из «Локомотива» в целях поддержания интереса к футболу у подростков должен посетить 10 школ Перми для детей с дивиантным поведением. Всего в городе 30 таких школ. Сколькими способами он может сделать выборку?
4. В «Лукойл» требуются 9 охранников. В агентстве «Альфа» есть 15 человек, подходящих на эту должность. Сколькими способами может быть набран отдел охраны «Лукойла»?
5. Заявления на проживание в общежитии написали 146 человек. Свободных лишь 92 места, можно освободить еще 12, переселив некоторых студентов. Сколькими способами может быть отобрана группа студентов для проживания в общежитии?
6. На горнолыжной базе есть 20 разных трамплинов. Группа туристов сняли базу на 3 часа. За это время они могут спуститься с шести трамплинов. Сколькими способами они могут сделать это?
7. В классе 6 учеников, абсолютно не общающихся друг с другом. Учитель, для сплочения коллектива, в течение 20 дней приглашает на консультации троих из них так, чтобы компания ни разу не повторилась. Сколькими способами он может сделать это?
8. Трое юношей и две девушки выбирают место работы. В городе есть 3 завода, где требуются рабочие в литейные цеха (туда берут только мужчин), 2 ткацкие фабрики (туда приглашают женщин) и 2 фабрики, где требуются и мужчины, и женщины. Сколькими способами они могут распределиться между этими предприятиями?
9. На школьном вечере присутствуют 12 девушек и 15 юношей. Сколькими способами можно выбрать из них 4 пары для танцев?
10. У семиклассника Лени есть 7 книг по математике, а у восьмиклассника Бори – 8 книг. Сколькими способами они могут обменять три книги одного на три книги другого?

Задачи на сочетания с повторениями

Задача в общем виде: Дано конечное множество M . Необходимо найти число k -элементных «подмножеств», каждое из которых может содержать одинаковые элементы. K может быть как меньше, так и больше числа элементов множества M .

1. В магазине 10 разных открыток. Ребятам надо поздравить 13 преподавателей с днем учителя. Сколькими способами они могут купить открытки?

2. Сколько можно построить различных прямоугольных параллелепипедов, длины ребер которых выражаются натуральными числами от 1 до 10?

3. На озере водится 4 вида рыб. Петя решил поймать 8 рыб и пойти домой. Сколько различных наборов рыб можно составить?

4. Сколько можно построить треугольников, длины сторон которых принимают одно из следующих значений: 4, 5, 6, 7 см?

5. В зоомагазине продаются рыбки 10 видов. Сколькими способами можно купить в нем 12 рыб?

6. У Остапа Бендера в мешке 100 слонов, из которых k разноцветных, и он раздает их m детям по слону в руки ($k < m < 100$). Сколькими способами может состояться раздача слонов?

7. У старушки есть по клубку красных, зеленых, желтых и синих ниток. Сколько разных шарфов она может связать с использованием не менее трех цветов, если порядок цветов не имеет значения?

8. Саша купил 3 набора елочных шаров разных цветов по 6 в каждом. Елку достаточно украсить 15 шарами. Сколькими способами можно выбрать комплект украшений?

9. Сколькими способами можно выбрать из полной колоды карт, содержащей 52 карты, 6 карт, если карты одной масти считать одинаковыми?

10. Букеты состояются из 3 цветов. Всего имеется 5 видов, гармонирующих как по отдельности, так и в сочетании друг с другом. Сколько различных букетов можно составить?

Тема «Теория групп»

1. Проверить какие из отображений групп $f : \mathbb{C}^* \rightarrow \mathbb{R}^*$ являются гомоморфизмами:

а) $f(z) = |z|$;

б) $f(z) = 2|z|$;

в) $f(z) = \frac{1}{|z|}$;

г) $f(z) = 1 + |z|$;

д) $f(z) = |z|^2$;

е) $f(z) = 1$;

ж) $f(z) = 2$.

2. Проверить какие из отображений являются гомоморфизмами групп:

а) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^*$, где $f(x) = e^x$;

б) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}^*$, где $f(x) = \cos 2\pi x + i \sin 2\pi x$;

в) $f : M_n(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^*$, где $f(A) = a_{11}$;

$$\begin{aligned} \text{г) } f : T_n(\mathbb{R}) \rightarrow D_n(\mathbb{R}), \text{ где } f\left(\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}\right) = \\ = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

3. Доказать, что

- а) группа S_n порождается транспозициями $(1, 2), (1, 3), \dots, (1, n)$;
- б) группа S_n порождается транспозицией $(1, 2)$ и циклом $(1, 2, \dots, n)$;
- с) группа A_n порождается циклами длины 3.

Тема «Многомерные пространства»

1. В пространстве A^2 приведите к нормальному виду уравнения следующих квадрик, установите вид квадрики и напишите формулы преобразования координат:
 - а) $x^{1^2} + 5x^{2^2} + 4x^1x^2 - 2x^1 - 2x^2 - 2 = 0$;
 - б) $-x^{1^2} + 7x^{2^2} + 6x^1x^2 + 12x^1 + 28x^2 + 28 = 0$;
 - в) $x^{1^2} + 5x^{2^2} - 2x^1x^2 - 4x^1 + 12x^2 + 8 = 0$;
 - г) $x^{1^2} + x^{2^2} - 2x^1x^2 + 6x^1 - 10x^2 + 25 = 0$;
 - д) $x^{1^2} + 5x^{2^2} + 6x^1x^2 + 6x^1 + 2x^2 - 7 = 0$;
 - е) $2x^{1^2} + 5x^{2^2} + 2x^1x^2 - 4x^1 - 2x^2 - 16 = 0$;
 - ж) $x^{1^2} + x^{2^2} + 2x^1x^2 + 8x^1 - 8 = 0$;
 - з) $3x^{1^2} + 4x^1x^2 + 8x^2 + 36 = 0$;
 - и) $x^{1^2} + 4x^{2^2} + 4x^1x^2 + 8x^1 + 24x^2 + 8 = 0$;
 - к) $3x^{1^2} + 3x^{2^2} + 10x^1x^2 + 2x^1 + 14x^2 - 53 = 0$.
2. В пространстве E^3 приведите к каноническому виду уравнения следующих квадрик и напишите формулы преобразования координат:
 - а) $3x^{1^2} + 2x^{2^2} + 3x^{3^2} - 4x^1x^2 - 2x^1x^3 + 4x^2x^3 - 6 = 0$;
 - б) $2x^{2^2} - x^{3^2} + 4x^1x^2 + 4x^2x^3 - 6x^1 - 12x^2 + 18 = 0$;
 - в) $5x^{1^2} + 5x^{2^2} - 3x^{3^2} + 8x^1x^2 - 9 = 0$;
 - г) $2x^1x^2 - x^{2^2} + 2x^2x^3 + 12x^2 - 4 = 0$;
 - д) $x^{1^2} + 4x^{2^2} - 3x^{3^2} - 4x^1x^2 + 2x^1 - 4x^2 + 1 = 0$;
 - е) $9x^{1^2} + 3x^{2^2} - 4x^2x^3 - 24x^2 - 8x^3 - 24 = 0$;
 - ж) $6x^{1^2} - 2x^{2^2} + 6x^{3^2} + 4x^1x^3 + 8x^1 - 4x^2 - 8x^3 + 1 = 0$;
 - з) $4x^{1^2} + x^{2^2} + 5x^{3^2} + 4x^1x^2 + 50x^2 - 10x^3 - 70 = 0$;
 - и) $2x^{1^2} - 3x^{2^2} + 2x^{3^2} - 8x^1x^3 + 4x^1 - 6x^2 + 8x^3 - \frac{35}{3} = 0$;
 - к) $2x^{1^2} + 2x^{2^2} - 5x^{3^2} + 2x^1x^2 - 2x^1 - 4x^2 + 4x^3 + 2 = 0$.
3. На расширенной плоскости задан проективный репер R . Постройте точку M по ее координатам в этом репере:
 - а) $R = \{A_1, A_2, A_3, E\}$, $M(3, -1, 2)$;
 - б) $R = \{A_1, A_2, A_3, E\}$, $M(2, 3, -1)$;
 - в) $R = \{A_1, A_2, A_3, E\}$, $M(1, 2, 1)$;
 - г) $R = \{A_1, A_2, A_3, E\}$, $M(-2, -1, 1)$;
 - д) $R = \{A_1, A_2, A_3, E\}$, $M(-2, 1, -2)$;

- е) $R = \{A_{1\infty}, A_2, A_3, E\}, M(1, 2, 2);$
- ж) $R = \{A_1, A_{2\infty}, A_3, E\}, M(2, 1, -1);$
- з) $R = \{A_1, A_{2\infty}, A_3, E\}, M(1, 2, 1);$
- и) $R = \{A_1, A_2, A_{3\infty}, E\}, M(3, -2, 1);$
- к) $R = \{A_1, A_2, A_{3\infty}, E\}, M(2, -1, 1).$

Тема «Неевклидовы геометрии»

1. Получить евклидову теорему Пифагора как предельный случай соответствующей гиперболической теоремы при $k \rightarrow \infty$.
2. В эллиптической плоскости геометрическое место точек $B(a, b)$ при $a \neq b$ состоит из двух прямых.
3. Две параллельные кривые имеют общий центр. Найти площадь, ограниченную двумя диаметрами и дугами, высекаемыми ими на предельных кривых.

19.3.3 Темы рефератов

1. Правило суммы и правило произведения для конечных множеств.
2. Суть принципа Дирихле.
3. Размещения с повторениями и без повторений.
4. Перестановки с повторениями и без повторений.
5. Бином Ньютона. Биномиальное разложение.
6. Чудесный треугольник Блеза Паскаля.
7. Разбиение множеств.
8. Числа Стирлинга второго рода
9. Числа Белла.
10. Числа Стирлинга первого рода.
11. Полиномиальная теорема.
12. Методы в комбинаторном анализе.
13. Метод производящих функций.
14. Элементарные производящие функции.

19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций
Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущий контроль успеваемости проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущий контроль успеваемости проводится в формах: *рефератов, контрольных работ*. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практическое задание, позволяющее оценить степень сформированности умений и навыков.

При оценивании используются количественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.