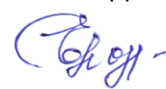


**МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)**

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
прикладной математики, информатики,
физики и методики их преподавания

 — Е. А. Позднова
06.09.2017 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.В.03 Математический анализ**

1. Шифр и наименование направления подготовки:

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

2. Профили подготовки:

Математика. Информатика и информационные технологии в образовании

3. Квалификация выпускника:

Бакалавр

4. Форма обучения:

Очная, заочная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:

Кафедра прикладной математики, информатики, физики и методики их преподавания

6. Составители программы:

Б.У. Шарипов, доктор технических наук, профессор

Е.С. Мещерякова, преподаватель кафедры прикладной математики, информатики, физики и методики их преподавания

7. Рекомендована:

научно-методическим советом факультета физико-математического и естественно-научного образования (протокол № 1 от 31.08.2017)

8. Семестры: 3 (офо) / 4 (зфо)

9. Цели и задачи учебной дисциплины: накопление необходимого запаса сведений по математическому анализу (основные определения, теоремы, правила); освоение математического аппарата, помогающего моделировать, анализировать и решать профессиональные задачи; развитие логического и алгоритмического мышления, способствование формированию умений и навыков самостоятельного анализа исследования профессиональных проблем, развитию стремления к научному поиску путей совершенствования своей работы; воспитание достаточно высокой математической культуры; привитие навыков современных видов математического мышления; использование математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности; привитие навыков использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: дисциплина Математический анализ относится к Блоку 1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной дисциплиной вариативной части ООП.

Для освоения дисциплины «Математический анализ» студенты используют знания, умения, навыки, сформированные в ходе изучения дисциплины по выбору «Математика» или «Элементы дифференциального исчисления» и «Введение в математический анализ» или «Элементы интегрального исчисления».

Изучение данной дисциплины является необходимой основой для последующего изучения дисциплин: «Теория функций действительного переменного», «Методика обучения математике», «Теория функций комплексного переменного», «Дифференциальные уравнения».

11. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:

профессиональные (ПК): ПК-1, ПК-4.

В результате изучения дисциплины студент должен

знать:

- систему математических знаний по общим вопросам математического анализа, дифференциального и интегрального исчисления, по рядам и комплексным числам, необходимых для применения в практической деятельности;
- методику применения основных теоретических положений математического анализа к решению практических задач;
- способы формирования качеств личности, необходимых человеку для полноценной жизни в современном обществе: ясности и точности мысли, критичности мышления, интуиции, логического мышления, элементов алгоритмической культуры, пространственных представлений, способности к преодолению трудностей;
- принципы формирования представлений об идеях и методах математики как универсального языка науки и техники, средства моделирования явлений и процессов;
- подходы к воспитанию: культуры личности, отношения к математике как к части общечеловеческой культуры, понимания значимости математики для научно-технического прогресса.

уметь:

- доказывать математические утверждения, не аналогичных ранее изученным, но тесно примыкающих к ним;
- решать математические задачи, изученных на практических занятиях курса математического анализа, но более высокого уровня сложности;

- формулировать на математическом языке проблемы, поставленные в нематематических терминах;
- представлять математические утверждения и их доказательства, проблемы и их решения ясно и точно в терминах, понятных для профессиональной аудитории, как в письменной, так и устной форме.

владеть:

- умением читать и анализировать учебную и научную математическую литературу;
- глубокими знаниями основных разделов математического анализа;
- глубокими знаниями базовой математической дисциплины, изученной на первом курсе и проявлять высокую степень их понимания.

12. Структура и содержание учебной дисциплины

12.1 Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом: 7 / 252.

12.2 Виды учебной работы (очная форма обучения)

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)		
	Всего	В том числе в интерактивной форме	По семестрам 3
Аудиторные занятия	108	28	108
в том числе: лекции	54	12	54
практические	54	16	54
лабораторные	0		0
Самостоятельная работа	108		108
Контроль	36		36
Итого:	252	28	252
Форма промежуточной аттестации			Экзамен

Виды учебной работы (заочная форма обучения)

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)		
	Всего	В том числе в интерактивной форме	По семестрам 4
Аудиторные занятия	20	10	20
в том числе: лекции	10	4	10
практические	10	6	10
лабораторные	0		0
Самостоятельная работа	223		223
Контроль	9		9
Итого:	252	10	252
Форма промежуточной аттестации			Экзамен

12.3 Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Двойной интеграл.	Двойной интеграл. Основные понятия и определения. Геометрический и физический смысл двойного интеграла. Основные свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла в декартовых и полярных координатах. Приложения двойного интеграла.
2.	Тройной интеграл.	Тройной интеграл. Основные понятия. Свойства. Вычисление тройного интеграла в декартовых, цилиндрических и сферических

		координатах. Приложения тройного интеграла.
3.	Криволинейный интеграл.	Основные понятия и свойства. Вычисление криволинейного интеграла 1 рода. Приложения криволинейного интеграла 1 рода. Криволинейный интеграл 2 рода. Основные понятия и свойства. Вычисление криволинейного интеграла 2 рода.
4.	Поверхностный интеграл	Поверхностные интегралы 1 и 2 рода. Вычисление ПИ 1 и 2 рода. Приложения ПИ 1 и 2 рода. Формулы Остроградского – Гаусса, Стокса.
5.	Числовые ряды.	Основные понятия. Ряд геометрической прогрессии. Необходимый признак сходимости числового ряда. Гармонический ряд. Достаточные признаки сходимости знакопостоянных рядов. Признаки сравнения рядов. Признак Даламбера. Радикальный признак Коши. Интегральный признак Коши. Обобщенный гармонический ряд.
6.	Знакопеременные ряды.	Признак Лейбница. Общий достаточный признак сходимости знакопеременных рядов. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
7.	Функциональные ряды.	Функциональные ряды. Основные понятия. Сходимость степенных рядов. Теорема Н. Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды Тейлора и Маклорена
8.	Элементы теории поля	Скалярное поле. Производная по направлению. Градиент скалярного поля. Векторное поле: поток, дивергенция, циркуляция, ротор поля. Формула Стокса. Соленоидальное, потенциальное и гармоническое поля.

12.4 Междисциплинарные связи

№ п/п	Наименование дисциплин учебного плана, с которым организована взаимосвязь дисциплины рабочей программы	№ разделов дисциплины рабочей программы, связанных с указанными дисциплинами
1	<i>Введение в математический анализ</i>	1-8
2	<i>Алгебра и теория чисел</i>	1-8
3	<i>Геометрия</i>	1-8
4	<i>Методика обучения математике</i>	1-8
5	<i>Элементарная математика</i>	1-8
6	<i>Математика</i>	1-8
7	<i>Практикум по дифференциальному и интегральному исчислению</i>	1-4

12.5. Разделы дисциплины и виды занятий (очная форма обучения)

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1.	Двойной интеграл	8	8	-	16	32
2.	Тройной интеграл	6	6	-	14	26
3.	Криволинейный интеграл	6	6	-	12	24
4.	Поверхностный интеграл	4	6	-	12	22
5.	Числовые ряды	8	8	-	20	36
6.	Знакопеременные ряды	6	6	-	10	22
7.	Функциональные ряды	10	8	-	12	30
8.	Элементы теории поля	6	6	-	12	24
	Экзамен					36
	Итого:	54	54	-	108	252

Разделы дисциплины и виды занятий (заочная форма обучения)

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1.	Двойной интеграл.	2	1	-	20	23
2.	Тройной интеграл.	1	1	-	20	22
3.	Криволинейный интеграл.	1	1	-	20	22
4.	Поверхностный интеграл	1	1	-	20	22
5.	Числовые ряды.	1	2	-	30	33
6.	Знакопеременные ряды	1	1	-	35	37
7.	Функциональные ряды	1	1	-	15	17
8.	Элементы теории поля	2	2	-	63	67
	Экзамен					9
	Итого:	10	10	-	223	252

13. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
01	Протасов, Ю.М. Математический анализ: учебное пособие / Ю.М. Протасов. - М.: Флинта, 2012. - 165 с. - ISBN 9785976512344; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=115118 (16.08.2015)
02	Полькина, Е.А. Сборник заданий по высшей математике с образцами решений (математический анализ): учебно-методическое пособие / Е.А. Полькина, Н.С. Стакун. - М.: МПГУ; Издательство «Прометей», 2013. - 200 с. - ISBN 978-5-7042-2490-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=240475 (16.08.2015)
03	Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа: учеб. для вузов: в 2-х ч. Ч.1: - 9-е изд., стер.- СПб.: Лань, 2008
04	Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа: учеб. для вузов: в 2-х ч. Ч.2: - 9-е изд., стер.- СПб.: Лань, 2008

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
05	Баврин И.И. Математический анализ: учеб. для вузов.- М.: Высшая школа, 2006
06	Задачник по курсу математического анализа: ч.1/под ред. Н.А. Виленкина: учеб. пос.- М.: Просвещение, 1971
07	Задачник по курсу математического анализа: ч.2 /под ред. Н.А. Виленкина: учеб. пос.- М.: Просвещение, 1971
08	Тиняков Г.П. Дополнительные главы математического анализа: учеб. пос. - М.: МГИУ, 2008

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
09	Туганбаев, А.А. Математический анализ: ряды: учебное пособие / А.А. Туганбаев. - 2-е изд., стереотип. - М.: Флинта, 2011. - 40 с. - ISBN 978-5-9765-1307-5; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=103837 (26.06.2016)
10	Туганбаев, А.А. Математический анализ: Пределы: учебное пособие / А.А. Туганбаев. - Изд. 2-е, стер. - М.: Флинта, 2011. - 54 с. - ISBN 978-5-9765-1219-1 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=93665 (26.06.2016)
11	Туганбаев, А.А. Математический анализ: производные и графики функций: учебное пособие / А.А. Туганбаев. - 2-е изд., стереотип. - М.: Флинта, 2011. - 91 с. - ISBN 978-5-9765-1305-1; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=103836 (26.06.2016)

14. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Набор демонстрационного оборудования (компьютер, экран, проектор, колонки).

15. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю):

Технологии создания и обработки различных видов информации (офисный пакет Microsoft Office: MS Word, MS PowerPoint, MS Excel).

Технологии создания и обработки тестовых заданий (тестовая оболочка MyTestX).

Технологии дистанционного обучения (система поддержки дистанционного обучения Moodle).

Сетевые технологии (федеральный портал «Российское образование» <http://edu.ru>, Академик. Словари и энциклопедии <http://dic.academic.ru>).

16. Формы организации самостоятельной работы:

- изучение учебной, научной и методической литературы, материалов периодических изданий с привлечением электронных средств научной информации;
- выполнение индивидуальных заданий;
- составление опорных конспектов;
- подготовка к тестированию;
- выполнение заданий из фонда оценочных средств для организации текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

17. Перечень учебно-методического обеспечения для организации самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю):

– Рязанова Е.А., Шарипов Б.У. Функции и их графики: учебное пособие, предназначенное студентам специальностей «Математика», «Информатика», «Физика» для самостоятельной работы. – Борисоглебск: ГОУ ВПО «Борисоглебский государственный педагогический институт», 2010

– Рязанова Е.А., Шарипов Б.У. Тестовый контроль знаний по математическому анализу (Часть 1): учебное пособие по организации самостоятельной работы студентов по направлению подготовки «Педагогическое образование», профиль «Математическое образование» - Борисоглебск: ФГБОУ ВПО «Борисоглебский государственный педагогический институт», 2012.

– Рязанова Е.А., Шарипов Б.У. Тестовый контроль знаний по математическому анализу (Часть 2): учебное пособие по организации самостоятельной работы студентов по направлению подготовки – педагогическое образование, профиль – математическое образование. – Борисоглебск: ФГБОУ ВПО «Борисоглебский государственный педагогический институт», 2014.

18. Критерии аттестации по итогам освоения дисциплины:

- **оценка «отлично»** выставляется студенту, если студент свободно ориентируется в теоретическом материале; умеет изложить и корректно оценить различные подходы к излагаемому материалу, способен сформулировать и доказать собственную точку зрения; обнаруживает свободное владение понятийным аппаратом; демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности и полное освоение показателей формируемых компетенций;

- **оценка «хорошо»** выставляется студенту, если студент хорошо ориентируется в теоретическом материале; имеет представление об основных подходах к излагаемому материалу; знает определения основных теоретических

понятий излагаемой темы, в основном демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности и освоение большинства показателей формируемых компетенций;

- **оценка «удовлетворительно»** выставляется студенту, если студент может ориентироваться в теоретическом материале; в целом имеет представление об основных понятиях излагаемой темы, частично демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности и освоение некоторых показателей формируемых компетенций;

- **оценка «неудовлетворительно»** выставляется студенту, если студент не ориентируется в теоретическом материале; не сформировано представление об основных понятиях излагаемой темы, не демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности и освоение показателей формируемых компетенций.

19. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля):

Приступая к изучению учебной дисциплины, прежде всего обучающиеся должны ознакомиться с учебной программой дисциплины. Вводная лекция содержит информацию об основных разделах рабочей программы дисциплины; электронный вариант рабочей программы размещён на сайте БФ ВГУ.

Обучающиеся должны иметь четкое представление о:

- перечне и содержании компетенций, на формирование которых направлена дисциплина;
- основных целях и задачах дисциплины;
- планируемых результатах, представленных в виде знаний, умений и навыков, которые должны быть сформированы в процессе изучения дисциплины;
- количестве часов, предусмотренных учебным планом на изучение дисциплины, форму промежуточной аттестации;
- количестве часов, отведенных на аудиторные занятия и на самостоятельную работу;
- формах аудиторных занятий и самостоятельной работы;
- структуре дисциплины, основных разделах и темах;
- системе оценивания учебных достижений;
- учебно-методическом и информационном обеспечении дисциплины.

В ходе лекционных занятий следует не только слушать излагаемый материал и кратко его конспектировать, но очень важно участвовать в анализе примеров, предлагаемых преподавателем, в рассмотрении и решении проблемных вопросов, выносимых на обсуждение.

Основные определения важнейших понятий, особенно при отсутствии единства в трактовке тех или иных понятий среди ученых, лучше записать. Не следует пренебрегать примерами, зачастую именно записанные примеры помогают наполнить опорный конспект живым содержанием и облегчают его понимание.

В ходе подготовки к практическим занятиям необходимо изучить в соответствии с вопросами для повторения основную литературу, просмотреть и дополнить конспекты лекции, ознакомиться с дополнительной литературой – это поможет усвоить и закрепить полученные знания. Кроме того, к каждой теме в планах практических занятий даются практические задания, которые также необходимо выполнить самостоятельно во время подготовки к занятию.

Обязательно следует познакомиться с критериями оценивания каждой формы контроля (реферата, теста и т.д.) – это поможет избежать недочетов, снижающих оценку за работу.

При подготовке к промежуточной аттестации необходимо повторить пройденный материал в соответствии с учебной программой, примерным перечнем вопросов, выносящихся на экзамен. Рекомендуется использовать конспекты лекций и источники, перечисленные в списке литературы в рабочей программе дисциплины, а также ресурсы электронно-библиотечных систем. Необходимо обратить особое внимание на темы учебных занятий, пропущенных по разным причинам. При необходимости можно обратиться за консультацией и методической помощью к преподавателю.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с
двумя профилями подготовки)

Профили подготовки: Математика. Информатика и информационные
технологии в образовании

Квалификация выпускника: бакалавр

**ПАСПОРТ
ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»**

1. В результате изучения учебной дисциплины «Математический анализ» обучающийся должен:

1.1 Знать:

- систему математических знаний по общим вопросам математического анализа, дифференциального и интегрального исчисления, по рядам и комплексным числам, необходимых для применения в практической деятельности;
- методику применения основных теоретических положений математического анализа к решению практических задач;
- способы формирования качеств личности, необходимых человеку для полноценной жизни в современном обществе: ясности и точности мысли, критичности мышления, интуиции, логического мышления, элементов алгоритмической культуры, пространственных представлений, способности к преодолению трудностей;
- принципы формирования представлений об идеях и методах математики как универсального языка науки и техники, средства моделирования явлений и процессов;
- подходы к воспитанию: культуры личности, отношения к математике как к части общечеловеческой культуры, понимания значимости математики для научно-технического прогресса.

1.2 Уметь:

- доказывать математические утверждения, не аналогичные ранее изученным, но тесно примыкающих к ним;
- решать математические задачи, изученные на практических занятиях курса математического анализа, но более высокого уровня сложности;
- формулировать на математическом языке проблемы, поставленные в нематематических терминах;
- представлять математические утверждения и их доказательства, проблемы и их решения ясно и точно в терминах, понятных для профессиональной аудитории, как в письменной, так и устной форме.

1.3 Владеть:

- умением читать и анализировать учебную и научную математическую литературу;
- глубокими знаниями основных разделов математического анализа;
- глубокими знаниями базовой математической дисциплины, изученной на первом курсе и проявлять высокую степень их понимания.

2. Программа оценивания контролируемой компетенции

Текущая аттестация	Контролируемые модули, разделы, (темы) дисциплины, их наименование	Код контролируемой компетенции (или её части)	Наименование оценочного средства
1.	Двойной интеграл	ПК-1, ПК-4	индивидуальное задание, тест
2.	Тройной интеграл	ПК-1, ПК-4	индивидуальное задание, тест
3.	Криволинейный интеграл	ПК-1, ПК-4	индивидуальное задание, тест
4.	Поверхностный интеграл	ПК-1, ПК-4	индивидуальные задания
5.	Числовые ряды	ПК-1, ПК-4	индивидуальные задания, тест
6.	Знакопеременные ряды.	ПК-1, ПК-4	индивидуальное задание, тест
7.	Функциональные ряды	ПК-1, ПК-4	индивидуальные задания, тест
8.	Элементы теории поля	ПК-1, ПК-4	индивидуальное задание
Промежуточная аттестация – экзамен		ПК-1, ПК-4	КИМ-1

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра прикладной математики,
информатики, физики и
методики их преподавания

Вопросы к экзамену по дисциплине «Математический анализ»

1. Двойной интеграл. Основные понятия.
2. Геометрический смысл двойного интеграла.
3. Физический смысл двойного интеграла.
4. Основные свойства двойного интеграла.
5. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах.
6. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.
7. Приложение двойного интеграла.
8. Тройной интеграл. Основные понятия.
9. Основные свойства тройного интеграла.
10. Вычисление тройного интеграла.
11. Некоторые приложения тройного интеграла.
12. Криволинейный интеграл. Основные понятия.
13. Свойства криволинейного интеграла.
14. Вычисление криволинейного интеграла первого рода.
15. Криволинейный интеграл второго рода. Свойства криволинейного интеграла второго рода.
16. Формула Остроградского-Гауса.
17. Поверхностный интеграл. Основные понятия.
18. Элементы теории поля. Основные понятия.
19. Скалярное поле. Поверхности и линии уровня.
20. Скалярное поле. Производная по направлению.
21. Градиент скалярного поля и его свойства.
22. Векторное поле. Векторные линии поля.
23. Поток векторного поля.
24. Дивергенция векторного поля.
25. Циркуляция векторного поля.
26. Ротор поля. Формула Стокса.
27. Оператор Гамильтона.
28. Виды векторных полей.
29. Числовые ряды. Основные понятия.
30. Ряд геометрической прогрессии.
31. Необходимый признак сходимости числового ряда. Гармонический ряд.
32. Остаток ряда. Теоремы об остатке ряда.
33. Теоремы об арифметических операциях над сходящимися рядами.

34. Положительные ряды. Необходимый и достаточный признак сходимости положительного ряда.
35. Признаки сравнения рядов. Обобщенный гармонический ряд.
36. Признак Даламбера. Признак Раабе.
37. Признак Коши. Интегральный признак Коши.
38. Знакопередающие ряды. Признак Лейбница.
39. Приближенное вычисление суммы знакопередающегося ряда.
40. Абсолютная и условная сходимости числовых рядов. Общий достаточный признак сходимости знакопеременных рядов.
41. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
42. Необходимый и достаточный признак сходимости ряда.
43. Ряды Фурье.
44. Функциональные ряды. Основные понятия.
45. Равномерная сходимость.
46. Сходимость степенных рядов. Теорема Н. Абеля.
47. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
48. Свойства степенных рядов.
49. Разложение функций в степенные ряды Тейлора и Маклорена

Критерии оценки:

- **оценка «отлично»** выставляется студенту, если студент отлично ориентируется в теоретическом материале; умеет изложить и корректно оценить различные подходы к излагаемому материалу, способен сформулировать и доказать собственную точку зрения; обнаруживает свободное владение понятийным аппаратом, умеет применять теоретические знания к решению задач;

- **оценка «хорошо»** выставляется студенту, если студент хорошо ориентируется в теоретическом материале; имеет представление об основных подходах к излагаемому материалу; знает определения основных теоретических понятий излагаемой темы, умеет применять теоретические знания к решению задач;

- **оценка «удовлетворительно»** выставляется студенту, если студент может ориентироваться в теоретическом материале; в целом имеет представление об основных понятиях излагаемой темы, в целом умеет применять теоретические знания к решению задач;

- **оценка «неудовлетворительно»** выставляется студенту, если студент не ориентируется в теоретическом материале; не сформировано представление об основных понятиях излагаемой темы.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра прикладной математики,
информатики, физики и
методики их преподавания

Тесты по дисциплине «Математический анализ»

взять из пособия Рязанова Е.А., Шарипов Б.У. Тестовый контроль знаний по математическому анализу (Часть 2): учебное пособие по организации самостоятельной работы студентов по направлению подготовки «Педагогическое образование» профиль подготовки «Математическое образование» - Борисоглебск: ФГБОУ ВПО «Борисоглебский государственный педагогический институт», 2014. – 45 с., ил.

Критерии оценки:

- **оценка «отлично»** выставляется студенту, если правильно выполнено более 90% заданий;
- **оценка «хорошо»** выставляется студенту, если правильно выполнено более 70% заданий;
- **оценка «удовлетворительно»** выставляется студенту, если правильно выполнено более 50% заданий;
- **оценка «неудовлетворительно»** выставляется студенту, если правильно выполнено менее 50% заданий.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(БФ ФГБОУ ВПО «ВГУ»)

Кафедра прикладной математики,
информатики, физики и
методики их преподавания

**Типовые задания для организации индивидуальной работы
(индивидуальные задания) по дисциплине «Математический анализ»**

Индивидуальное задание выдается по блокам, номер варианта задания совпадает с номером задачи и порядковым номером студента в списке учебной группы.

1. Функции нескольких переменных.

1.1. Для приведенных уравнений установить, какие поверхности они изображают, и построить эти поверхности

- | | |
|---|---|
| 1. $2x + 3y - 4z - 12 = 0$ | 2. $3x - 4y + 5z - 2 = 0$ |
| 3. $2x + 7y - 6z = 0$ | 4. $2y + 11z = 0$ |
| 5. $x + 4y - 2z - 20 = 0$ | 6. $x^2 + y^2 = 2x$ |
| 7. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y = 0$ | 8. $x^2 + y^2 + z^2 = 2x + 2y + 2z$ |
| 9. $x^2 + y^2 = z$ | 10. $x^2 + y^2 + z^2 = z$ |
| 11. $x^2 + z^2 = 2z$ | 12. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = z$ |
| 13. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{25} = 1$ | 14. $x^2 - y^2 = 2z$ |
| 15. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} + z^2 = 1$ | 16. $\frac{x^2}{4} + y^2 - z^2 = 1$ |
| 17. $x^2 + y^2 - z^2 = 0$ | 18. $x^2 + z^2 = 4y^2$ |
| 19. $x^2 + y^2 - z^2 + 1 = 0$ | 20. $x^2 + z^2 - y^2 = 4$ |
| 21. $\frac{x^2}{9} + \frac{z^2}{4} - \frac{y^2}{25} = -1$ | 22. $x^2 - y^2 - z^2 = 25$ |
| 23. $y^2 - x^2 = 2z$ | 24. $z^2 - x^2 = 2y$ |

25. $x + y + z = 1$

1.2. Найти области определения функций

1. $z = \frac{1}{x^2 + y^2}$

2. $z = \frac{1}{x + y}$

3. $z = \sqrt{x^2 - y^2}$

4. $z = \sqrt{xy}$

5. $z = \sqrt{x} + y$

6. $z = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}$

7. $z = \frac{1}{1 + x^2 + y^2}$

8. $z = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 - a^2}}$

9. $z = \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}$

10. $z = \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}$

11. $x = \arcsin \frac{y}{x^2}$

12. $z = \ln(x + y)$

13. $u = \ln(z^2 - x^2 - y^2 - 1)$

14. $u = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2 - y^2 + z^2}}$

15. $u = \frac{x + y - z}{\sqrt{4 - x^2 - y^2 - z^2}}$

16. $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 1}$

17. $z = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2 - y^2}}$

18. $z = \arcsin(x + y)$

18. $z = \sqrt{\cos(x^2 + y^2)}$

20. $z = \ln(-x + y)$

21. $z = y + \sqrt{x}$

22. $u = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2 - z^2}$

23. $u = \sqrt{x + y + z}$

24. $z = \arcsin\left(\frac{x}{y^2}\right)$

25. $u = \ln(2z^2 - 6x^2 - 3y^2 - 6)$

1.3. Вычислить пределы

1. $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}$

2. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (1 + xy)^{\frac{1}{|x| + |y|}}$

3. $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\operatorname{tg}(2xy)}{x^2 y}$

4. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 3}} \frac{\sin(x^2 y)}{x^2}$

5. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (1 + x^2 + y^2)^{\frac{1}{x^2 + y^2}}$

6. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1} - 1}$

7. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 3}} (1 + xy^2)^{\frac{y}{x^2 y + xy^2}}$

8. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 2}} (1 + xy)^{\frac{2}{x^2 + xy}}$

9. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{xy}{\sqrt{xy + 1} - 1}$

10. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{2 - \sqrt{xy + 4}}{xy}$

11. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin(xy)}{x}$

12. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin(xy)}{xy}$

$$13. \lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ y \rightarrow 2}} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + 2x - xy - 2y}$$

$$15. \lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ y \rightarrow 2}} \frac{x}{y}$$

$$17. \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow 2}} (x^2 + y^2)$$

$$19. \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{xy}{\sqrt{xy+1}-1}$$

$$21. \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 3}} (1 + xy^2)^{\frac{y}{x^2y+xy^2}}$$

$$23. \lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ y \rightarrow 2}} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + 2x - xy - 2y}$$

$$25. \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 3}} \frac{\sin(x^2y)}{x^2}$$

$$14. \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow 2}} \frac{x^2 + 4y}{2xy - 1}$$

$$16. \lim_{\substack{x \rightarrow -2 \\ y \rightarrow 1}} x^2y$$

$$18. \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{2 - \sqrt{xy+4}}{xy}$$

$$20. \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 2}} (1 + xy)^{\frac{2}{x^2+xy}}$$

$$22. \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow 2}} \frac{x^2 + 4y}{2xy - 1}$$

$$24. \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin(xy)}{xy}$$

1.4. Найти частные производные функций нескольких переменных

$$1. \quad z = x^3 + 3x^2y - y^3$$

$$2. \quad z = \frac{y}{x}$$

$$3. \quad z = \frac{xy}{x-y}$$

$$4. \quad z = \arctg \frac{y}{x}$$

$$5. \quad z = \sin(x+y)$$

$$6. \quad z = x^2y$$

$$7. \quad z = x^2y^3 + x^3y$$

$$8. \quad z = \frac{x+y}{x-y}$$

$$9. \quad z = \frac{xy}{x+y}$$

$$10. \quad z = x^2 \sin y$$

$$11. \quad z = e^{xy}$$

$$12. \quad z = xye^{x+2y}$$

$$13. \quad z = e^{-\frac{y}{x}}$$

$$14. \quad z = \ln(x + \ln y)$$

$$15. \quad z = x\sqrt{y} + \frac{y}{\sqrt[3]{x}}$$

$$16. \quad z = xe^{-yx}$$

$$17. \quad z = x^2 - 2xy - y^2$$

$$18. \quad z = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$19. \quad z = \sqrt{\frac{x}{y}}$$

$$20. \quad z = 2x^3 + 3x^2y + 6xy - y^3$$

$$21. \quad z = \sqrt{x^2 + y^2} - 1$$

$$22. \quad z = \frac{1}{\sqrt{1-x^2-y^2}}$$

$$23. \quad z = \arcsin(x+y)$$

$$24. \quad z = \sqrt{\cos(x^2 + y^2)}$$

$$25. \quad z = \ln(-x+y)$$

1.5. Найти дифференциал функции dz

1. $z = xy^2$;
2. $z = xy$;
3. $z = \sqrt{x^2 - y^2}$;
4. $z = \sin xy^2$;
5. $z = \operatorname{tg} \frac{x}{y}$;
6. $z = \ln(x + 5y^2)$;
7. $z = y^x$;
8. $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{\sqrt{x}}$;
9. $z = xy \cos xy$;
10. $z = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$;
11. $z = \ln \operatorname{tg} \frac{x+y}{x-y}$;
12. $z = \arccos \frac{x-y}{2x+y}$;
13. $z = \ln(x^2 + y^2)$;
14. $z = \ln \operatorname{tg} \left(\frac{y}{x} \right)$;
15. $z = \sin(x^2 + y^2)$;
16. $z = x^y$;
17. $z = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2})$;
18. $z = e^{xy}$;
19. $z = x^2 y^3$;
20. $z = x^2 y$;
21. $z = \sqrt{x^3 - y^3}$;
22. $z = \sin x^2 y^3$;
23. $z = \operatorname{tg} \frac{x^3}{y}$;
24. $z = \ln(x^2 + 2y)$;
25. $z = y^{3x}$;

1.6. Найти частные производные второго порядка

1. $z = \frac{x^2}{1-2y}$;
2. $z = \sin x \cos y$;
3. $z = x + y + \frac{xy}{x+y}$;
4. $z = xe^y$;
5. $z = \operatorname{arctg} \frac{x+y}{x}$;
6. $z = \ln(x + e^{xy})$;
7. $z = \operatorname{arctg} \frac{x+y}{x^2}$;
8. $z = \ln(x + e^{2xy})$;
9. $z = x^{2y}$;
10. $z = e^x (\cos y + x \sin y)$;
11. $z = \frac{x^2}{y^2}$;
12. $z = \ln(x - 2y)$;
13. $z = \frac{x^2}{1-y}$;
14. $z = x^2 \sin \sqrt{y}$;
15. $z = y^{x^2}$;
16. $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$;
17. $z = e^x \cos y$;
18. $z = \sin(x^2 + y^2)$;
19. $z = x \ln \frac{y}{x}$;
20. $z = y \ln x$;
21. $z = x \ln \frac{y}{x}$;
22. $z = \sqrt{x^2 + y^2}$;
23. $z = x + xy$;
24. $z = e^{x+y^2}$;
25. $z = x \sin^2 y$;

1.7. Найти экстремумы функций

1. $z = \sin x + \cos y + \cos(x - y)$ при $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$; $0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}$;
2. $z = \sin x + \sin y + \sin(x + y)$ при $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$; $0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}$;
3. $z = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2$;

4. $z = 2xy - 4x - 2y$;
5. $z = 3x + 6y - x^2 - xy + y^2$;
6. $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1$;
7. $z = x^3 - y^3 - 3xy$;
8. $z = e^{\frac{x}{2}}(x + y^2)$;
9. $z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$;
10. $z = xy(1 - x - y)$;
11. $z = y^2 - x^2 + xy - 2x - 6y$;
12. $z = x^2 + y^2 + xy - 4x - 5y$;
13. $z = x^2 + xy + y^2 - 2x - 3y$;
14. $z = x^2 + y^2, \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$;
15. $z = x^2 - xy + y^2 - 4x, x = 0, y = 0, 2x + 2y - 12 = 0$;
16. $z = xy + x + y$, квадрат $x = 1, x = 2, y = 2, y = 3$;
17. $z = xy$ в круге $x^2 + y^2 \leq 1$;
18. $z = x^2 + 3y^2 + x - y$, в треугольнике $x = 1, y = 1, x + y = 1$;
19. $z = 1 - x^2 - y^2$ в круге $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 \leq 1$;
20. $z = \sin x + \sin y + \sin(x + y)$ в области $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}; 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}$
21. $z = \sin x + \sin y + \cos(x + y)$ в области $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2}; 0 \leq y \leq \frac{3\pi}{2}$;
22. $z = \cos x \cos y \cos(x + y)$ в области $0 \leq x \leq \pi; 0 \leq y \leq \pi$;
23. $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$;
24. $z = 2xy - 4x - 2y$;
25. $z = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2$

2.1. Вычислить двойные интегралы по указанным прямоугольникам D

1. $\iint_D \frac{dxdy}{(x-y)^2}; 1 \leq x \leq 2; 3 \leq y \leq 4;$
2. $\iint_D xe^{xy} dydx; 0 \leq x \leq 1; -1 \leq y \leq 0;$
3. $\iint_D \sin(x+y) dxdy; 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}; 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2};$
4. $\iint_D (3yx^2 - 2x^3) dxdy; 0 \leq x \leq 1; 1 \leq y \leq 2;$
5. $\iint_D \frac{3y^2 dxdy}{1+x^2}; 0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1;$
6. $\iint_D (x^2 + y^2) dxdy; 0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1;$
7. $\iint_D (x^2 + y) dxdy; 1 \leq x \leq 2; 0 \leq y \leq 1;$
8. $\iint_D (x + y^2) dxdy; 2 \leq x \leq 3; 1 \leq y \leq 2;$
9. $\iint_D (x + y) dxdy; 3 \leq x \leq 5; 0 \leq y \leq 2;$
10. $\iint_D (x - y) dxdy; 1 \leq x \leq 4; 1 \leq y \leq 3;$
11. $\iint_D \frac{y}{x} dxdy; 1 \leq x \leq 3; 4 \leq y \leq 6;$
12. $\iint_D x^2 y dxdy; 3 \leq x \leq 6; 0 \leq y \leq 2;$
13. $\iint_D xy^2 dxdy; 2 \leq x \leq 4; 0 \leq y \leq 1;$
14. $\iint_D xy dxdy; 3 \leq x \leq 5; 0 \leq y \leq 1;$
15. $\iint_D (x^2 - y) dxdy; 1 \leq x \leq 4; 1 \leq y \leq 3;$
16. $\iint_D (x^2 + y) dxdy; 2 \leq x \leq 3; 2 \leq y \leq 4;$
17. $\iint_D (x + y^2) dxdy; 1 \leq x \leq 3; 0 \leq y \leq 3;$
18. $\iint_D (x + y) dxdy; 1 \leq x \leq 4; 1 \leq y \leq 4;$
19. $\iint_D (x - y) dxdy; 0 \leq x \leq 3; 0 \leq y \leq 2;$
20. $\iint_D \frac{y}{x} dxdy; 1 \leq x \leq 3; 2 \leq y \leq 3;$
21. $\iint_D x^2 y dxdy; 1 \leq x \leq 3; 1 \leq y \leq 2;$
22. $\iint_D xy^2 dxdy; 2 \leq x \leq 3; 1 \leq y \leq 3;$
23. $\iint_D xy dxdy; 1 \leq x \leq 3; 2 \leq y \leq 4;$
24. $\iint_D \frac{dxdy}{(x-y)^2}; 0 \leq x \leq 2; 1 \leq y \leq 2;$
25. $\iint_D xe^{xy} dxdy; 1 \leq x \leq 2; 2 \leq y \leq 4$

2.2. Вычислить объемы тел, ограниченных поверхностями

1. $x=0, y=0, z=0, x+y+z=1;$
2. $x=0, y=0, z=0, x+y=1, z=x^2+y^2;$
3. $z=x+y+a, y^2=ax, x=a, z=0, y=0$
(при $y>0$)
4. $z^2=xy, x=a, x=0, y=a, y=0;$
5. $z=x^2+y^2, y=x^2, y=1, z=0;$
6. $az=x^2-y^2, z=0, x=a;$
7. $z^2=xy, x+y=a;$
8. $z=xy, x+y=a, z=0;$

Перейти к полярным координатам

$$9. \quad z = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad x^2 + y^2 = a^2, \quad z = 0;$$

$$10. \quad z = x^2 + y^2, \quad x^2 + y^2 = a^2, \quad z = 0;$$

$$11. \quad z = x, \quad x^2 + y^2 = a^2, \quad z = 0;$$

$$12. \quad z = x^2 + y^2, \quad x = x^2 + y^2, \quad 2x = x^2 + y^2, \quad z = 0;$$

$$13. \quad x^2 + y^2 + z^2 = 2z, \quad x^2 + y^2 = z.$$

Вычислить площадь области, ограниченной линиями

$$14. \quad y^2 = x + 1, \quad x + y = 1;$$

$$15. \quad xy = 4, \quad x = 1, \quad y = 2;$$

$$16. \quad xy = 4, \quad y = x, \quad x = 4;$$

$$17. \quad y = x^2, \quad 4y = x^2, \quad y = 4;$$

$$18. \quad y^2 = 4 + x, \quad x + 3y = 0;$$

$$19. \quad y = \ln x, \quad x - y = 1, \quad y = -1;$$

$$20. \quad y = x^2 - 2x, \quad y = x;$$

$$21. \quad ax = y^2 - 2ay, \quad y + x = 0;$$

$$22. \quad y = \sin x, \quad y = \cos x, \quad x = 0;$$

$$23. \quad xy = \frac{a^2}{2}, \quad xy = 2a^2, \quad y = \frac{x}{2}, \quad y = 2x.$$

Применить полярные координаты

$$24. \quad \begin{aligned} &x^2 + y^2 - 2ax = 0, \quad x^2 + y^2 - 2bx = 0 \\ &(0 < a < b); \end{aligned}$$

$$25. \quad x^2 + y^2 = a^2, \quad x^2 + y^2 - 2ax = 0, \quad y = 0;$$

3.1. Вычислить тройной интеграл по области V, ограниченной поверхностями

$$1. \quad \iiint_V (x + y - z) dx dy dz, \quad x = -1, \quad x = +1, \quad y = 0, \quad y = 1, \quad z = 0, \quad z = 2;$$

$$2. \quad \iiint_V (x + y + z) dx dy dz, \quad x = 0, \quad x = 1, \quad y = 0, \quad y = 1, \quad y = 0, \quad z = 1;$$

$$3. \quad \iiint_V xy dx dy dz, \quad x = 1, \quad x = 2, \quad y = -2, \quad y = -1, \quad z = 0, \quad z = \frac{1}{2};$$

$$4. \quad \iiint_V \rho \sin \theta d\rho d\phi d\theta; \quad \phi = 0, \quad \phi = \frac{\pi}{2}, \quad \rho = 0, \quad \rho = 2, \quad \theta = 0, \quad \theta = \frac{\pi}{2};$$

$$5. \quad \iiint_V \frac{dx dy dz}{(x + y + z)^3}; \quad x = 1, \quad x = 2, \quad y = 1, \quad y = 2, \quad z = 1, \quad z = 2;$$

$$6. \quad \iiint_V (x + 2y + 3z + 4) dx dy dz; \quad x = 0, \quad x = 3, \quad y = 0, \quad y = 2, \quad z = 0, \quad z = 1;$$

7. $\iiint_V (4x + 3y + 2z + 1) dx dy dz; x = 0, x = 1, y = 0, y = 2, z = 0, z = 3;$
8. $\iiint_V z dx dy dz; x = 0, y = 0, z = 0, x + y + z = 1;$
9. $\iiint_V x dx dy dz; x = 0, y = 0, z = 0, y = 1, x + z = 1;$
10. $\iiint_V yz dx dy dz, x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0;$
11. $\iiint_V xy dx dy dz; x^2 + y^2 = 1, z = 0, z = 1 (x \geq 0, y \geq 0);$
12. $\iiint_V \frac{dx dy dz}{(1 + x + y + z)^3}; x = 0, y = 0, z = 0, x + y + z = 1;$
13. $\iiint_V xyz dx dy dz; x = 0, y = 0, z = 0, x^2 + y^2 + z^2 = 1, (x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0);$
14. $\iiint_V \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz; x^2 + y^2 = z^2, z = 0, z = 1;$
15. $\iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz, x = 0, x = a, y = 0, y = b, z = 0, z = 0;$

3.2. Вычислить тройной интеграл с помощью замены переменных

16	$\iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz; x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2 - \text{шар};$
17	$\iiint_V (x^2 + y^2) dx dy dz; x^2 + y^2 = z, z = 1;$
18	$\iiint_V \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz; x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2;$
19	$\iiint_V z \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz; x^2 + y^2 = 2x, y = 0, z = 0, z = 3;$
20	$\iiint_V z dx dy dz; V - \text{часть шара}, x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2 - \text{находящаяся в первом октанте};$
21	$\iiint_V (x^2 - y^2) dx dy dz; x^2 + y^2 = 2z, z = 2;$
22	$\iiint_V (x^2 + y + z^2)^3 dx dy dz; x^2 + z^2 = 1, y = 0, y = 1;$
23	$\iiint_V z \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz; y^2 = 3x - x^2, z = 0, z = 2;$
24	$\iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz; a \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b, 0 \leq z \leq c;$
25	$\iiint_V xyz dx dy dz; x^2 + y^2 + z^2 = 1, x = 0, y = 0, z = 0;$

4. Криволинейные и поверхностные интегралы

4.1 Вычислить криволинейный интеграл.

1. $\int_{AB} (x^2 - y^2)dx + xydy$, если путь от A(1,1) до B(3,4) – отрезок прямой.
2. $\int_K (x - y)^2 dx + (x + y)^2 dy$, если K - ломаная OAB, где O(0,0), A(2,0), B(4,2).
3. $\int_{AB} \frac{yds}{\sqrt{x}}$, если AB - дуга полукубической параболы $y^2 = (4/9)x^3$ от A(3, $2\sqrt{3}$) до B(8, $\frac{32\sqrt{2}}{3}$).
4. $\int_K ydx - (y + x^2)dy$, если K - дуга параболы $y = 2x - x^2$, расположенная над осью Oх и пробегаемая по ходу часовой стрелки.
5. $\int_K ydx + 2xdy$, если K – пробегаемый против хода часовой стрелки ромба, стороны которого лежат на прямых $x/3 + y/2 = \pm 1$, $x/3 - y/2 = \pm 1$.
6. $\int_K 2xdy - 3ydx$, если K - контур треугольника с вершинами A(1,2), B(3,1), C(2,5), пробегаемый против хода часовой стрелки.
7. $\int_K \frac{dy}{x} - \frac{dx}{y}$, если K – I четверть окружности $x = r \cos t$, $y = r \sin t$, пробегаемая против хода часовой стрелки.
8. $\int_K x^2 ydx + x^3 dy$, если K - контур, ограниченный параболлами $y^2 = x$, $x^2 = y$ и 9.
9. $\int_K xydl$, если K- отрезок прямой от A(1,2) до B(4,6).
10. $\int_K (x + y)dl$, если K- дуга окружности $x^2 + y^2 = a^2$, соединяющая точки A(a,0) и B(0,a).
11. Найти массу дуги окружности $x = \cos t$, $y = \sin t$ ($0 \leq t \leq \pi$), если линейная плотность ее в точке (x,y) равна y.
12. Найти координаты центра тяжести однородной дуги кривой $y = \cos x$ ($0 \leq x \leq \pi$).
13. Найти координаты центра тяжести однородной дуги кривой $x = e^t \cos t$, $y = e^t \sin t$, $z = e^t$ ($-\infty \leq t \leq 0$).
14. $\int_K \sqrt{x^2 + y^2} dS$, K - окружность $x^2 + y^2 = ax$.
15. $\int_K \frac{dS}{x^2 + y^2 + z^2}$, K- первый виток винтовой линии $x = a \cos t$, $y = a \sin t$, $z = bt$.
16. Найти массу первого витка винтовой линии $x = \cos t$, $y = \sin t$, $z = t$, если плотность в каждой точке равна радиусу – вектору этой точки.
17. $\int_{OA} xydx + yzdy + xzdz$, OA – четверть окружности $x = \cos t$, $y = \sin t$, $z = 1$, пробегаемая в направлении возрастания параметра t.
18. Найти центр тяжести однородной полуокружности $x^2 + y^2 = R^2$, $y \geq 0$, радиуса R.
19. Найти момент инерции арки циклоиды ($\gamma = 1$) $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ ($0 \leq t \leq 2\pi$) относительно оси Oх.
20. $\int_K ydx - xdy$, K- прямая OA (O(0,0), A(1,2)).

21. $\int_K ydx - xdy$, $K=OмА$ парабола с вертикальной осью ($O(0,0)$, $A(1,2)$).

22. $\int_K ydx - xdy$, $K= OBA$ ломаная ($O(0,0)$, $A(1,2)$, $B(1,0)$).

23. $\int_K ydx - xdy$, $K= OCA$ ломаная ($O(0,0)$, $C(0,2)$, $A(1,2)$).

24. $\int_K (x+y)dl$, K – отрезок прямой $y = 2x - 1$, $(-1 \leq x \leq 2)$.

25. $\int_K xdl$, K – дуга параболы $y = \frac{x^2}{2}$ ($0 \leq x \leq 1$).

6,7,8 – ряды

5.1. Проверить, выполняется ли необходимое условие сходимости рядов

1 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}$

2 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+1}$

3 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1}$

4 $\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{1}{n}$

5 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n}$

6 $\sum_{n=1}^{\infty} (1 + \frac{1}{n})^n$

7 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-3}{n^2+1}$

8 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^3+4}{n^2+5}$

9 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10n}{n^2+1}$

10 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10n^3}{n^2+1}$

11 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2-n}{n-\sqrt{n}}$

12 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5-3^n}{3^n-2}$

С помощью признака сравнения проверить сходимость ряда:

13 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$

14 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 2^n}$

15 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{1+2^{2n}}$

16 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$

17 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n(2^n+1)}$

18 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^{n+1}}$

С помощью признака Даламбера исследовать сходимость ряда:

19 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$

20 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^5}$

21 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$

22 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 2^n}$

23 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{1+2^{2n}}$

24 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$

25 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n(2^n+1)}$

5.2. Найти радиус и интервал сходимости ряда и исследовать его сходимость на границах интервала

1 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$

2 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$

3 $\sum_{n=1}^{\infty} n! x^n$

4 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^{n-1}}{n}$

5 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} x^n}{n^2}$

6 $\sum_{n=1}^{\infty} 3^n x^n$

7 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{3^{n-1}}$

8 $1 + \frac{2x}{3^2 \sqrt{3}} + \frac{4x^2}{5^5 \sqrt{3}} + \frac{8x^3}{7^2 \sqrt{3}} + \dots$

9	$1 + \frac{2x}{\sqrt{5 \cdot 5}} + \frac{4x^2}{\sqrt{9 \cdot 5^2}} + \frac{8x^3}{\sqrt{13 \cdot 5^3}} + \dots$	10	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n x^n}{\sqrt{n}}$
11	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{2n-1}$	12	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}$
13	$1 - \frac{x}{5\sqrt{2}} + \frac{x^3}{5^2\sqrt{3}} + \frac{x^3}{5^3\sqrt{4}} + \dots$	14	$1 - \frac{x^2}{3 \cdot 2\sqrt{2}} + \frac{x^4}{3^2 \cdot 3\sqrt{3}} - \frac{x^6}{3^3 \cdot 4\sqrt{4}} + \dots$
15	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(2n-1)2^n}$	16	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^{n+1}}{n+1}$
18	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$	19	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{12^n x^n}{\sqrt{n}}$
21	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^{n-1}}{n}$	22	$\sum_{n=1}^{\infty} 3^n x^n$
24	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}$	23	$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{(2x)^n}{(n+2)^2 \sqrt{3^n}}\right)$
		25	$\sum_{n=1}^{\infty} 1 + (-1)^n \frac{x^{2n-1}}{5^n \sqrt{n+1}}$

5.3. Разложить функции в ряд Маклорена и найти интервалы сходимости функций

1	$f(x) = \frac{2x+3}{x^2-4x+3}$	2	$f(x) = \frac{5x-1}{x^2-5x+6}$
3	$f(x) = \frac{7-2x}{x^2-7x+12}$	4	$f(x) = \frac{2x+3}{x^2+3x+2}$
5	$f(x) = \frac{1}{2+3x^2}$	6	$f(x) = \frac{1}{3+2x}$
7	$f(x) = \frac{1}{1+x^4}$	8	$f(x) = \frac{1}{1-x^2}$
9	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{9+x^2}}$	10	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$
11	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	12	$f(x) = \sqrt[3]{27+x}$
13	$f(x) = \sqrt[5]{1+x}$	14	$f(x) = \sqrt{1+x^2}$
15	$f(x) = \ln(6+x-x^2)$	16	$f(x) = \ln(x^2-10x+9)$
17	$f(x) = \ln(x^2-5x+4)$	18	$f(x) = \ln(x^2-3x+2)$
19	$f(x) = \ln(5+2x)$	20	$f(x) = \ln(1+5x)$
21	$f(x) = \ln \frac{1+3x}{1-3x}$	22	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}}$
23	$f(x) = \ln \sqrt[5]{\frac{1+x}{1-x}}$	24	$f(x) = \ln(1+2x^2)$
25	$f(x) = \ln(1-x^2)$		

9. Элементы теории поля

6.1.1. Найти уравнение поверхности уровня скалярного поля φ , проходящей через точку М

1	$\varphi = 2x^2 - y^2 + 8x - 4y - 4z = 18;$	M(2;1;2);
2	$\varphi = x^2 - 2y^2 + 4x + 8y - 5z = 24;$	M(3;2;1);
3	$\varphi = 3x^2 - 2y^2 + 12x + 8y - 6z = 14;$	M(1;2;3);
4	$\varphi = 2x^2 - 2y^2 - 8x + 8y = 6;$	M(2;2);
5	$\varphi = x^2 + 2y^2 - 4x - 8y = 8;$	M(3;3);
6	$\varphi = 4x^2 - 2y^2 - 16x - 8y = 16;$	M(1;2);
7	$\varphi = 2x^2 + 3y^2 - 8x - 12y = 12;$	M(2;1);
8	$\varphi = x^2 + 2y^2 - 4x - 8y = 8;$	M(3;2);
9	$\varphi = 2x^2 + 3y^2 + 8x - 12y = 12;$	M(3;4);
10	$\varphi = x^2 + y^2 + 4x - 4y + 4z = 16;$	M(2;3;2).
11	$\varphi = 2x^2 - y^2 + 8x - 4y - 4z = 18;$	M(2;3;2);
12	$\varphi = x^2 - 2y^2 + 4x + 8y - 5z = 24;$	M(3;2;2);
13	$\varphi = 3x^2 - 2y^2 + 12x + 8y - 6z = 14;$	M(3;2;3);
14	$\varphi = 2x^2 - 2y^2 - 8x + 8y = 6;$	M(3;2);
15	$\varphi = x^2 + 2y^2 - 4x - 8y = 8;$	M(3;4);
16	$\varphi = 4x^2 - 2y^2 - 16x - 8y = 16;$	M(3;2);
17	$\varphi = 2x^2 + 3y^2 - 8x - 12y = 12;$	M(2;3);
18	$\varphi = x^2 + 2y^2 - 4x - 8y = 8;$	M(3;1);
19	$\varphi = 2x^2 + 3y^2 + 8x - 12y = 12;$	M(3;2);
20	$\varphi = x^2 + y^2 + 4x - 4y + 4z = 16;$	M(2;4;2).

6.2. Градиент скалярного поля

5.2.1. Найти производную скалярного поля φ в точке М по направлению от этой точки к точке М

1	$\varphi = x^2 + 2y^2 - 3yz;$	M(2;2;2);	M1(2;3;3);
2	$\varphi = 2x^2 + y^2 + 4yz;$	M(1;2;1);	M1(2;3;2);
3	$\varphi = 3x^2 - y^2 + 4yz;$	M(2;2;1);	M1(3;3;2);
4	$\varphi = 4x^2 + y^2 - 5yz;$	M(3;2;1);	M1(4;3;3);
5	$\varphi = 2x^2 + 3y^2 + 6yz;$	M(1;2;1);	M1(3;6;2);
6	$\varphi = x^2 + 4y^2 - 2yz;$	M(1;1;1);	M1(3;3;3);
7	$\varphi = 2x^2 + 3y^2 + yz;$	M(2;1;2);	M1(4;2;4);
8	$\varphi = 3x^2 - 4y^2 + 3yz;$	M(3;2;2);	M1(4;3;4);
9	$\varphi = 4x^2 - 3y^2 + 4yz;$	M(3;3;2);	M1(5;4;3);
10	$\varphi = 4x^2 + 4y^2 + 4yz;$	M(2;1;3);	M1(5;2;3).
11	$\varphi = x^2 + 2y^2 - 3yz;$	M(2;2;1);	M1(2;3;2);
12	$\varphi = 2x^2 + y^2 + 4yz;$	M(1;2;2);	M1(2;3;1);
13	$\varphi = 3x^2 - y^2 + 4yz;$	M(2;3;1);	M1(3;1;2);

- | | | | |
|----|--------------------------------|-------------|--------------|
| 14 | $\varphi = 4x^2 + y^2 - 5yz;$ | $M(3;3;1);$ | $M1(1;3;3);$ |
| 15 | $\varphi = 2x^2 + 3y^2 + 6yz;$ | $M(3;2;1);$ | $M1(3;5;2);$ |
| 16 | $\varphi = x^2 + 4y^2 - 2yz;$ | $M(1;2;1);$ | $M1(3;1;3);$ |
| 17 | $\varphi = 2x^2 + 3y^2 + yz;$ | $M(2;3;2);$ | $M1(1;2;4);$ |
| 18 | $\varphi = 3x^2 - 4y^2 + 3yz;$ | $M(3;1;2);$ | $M1(2;3;4);$ |
| 19 | $\varphi = 4x^2 - 3y^2 + 4yz;$ | $M(3;1;2);$ | $M1(3;4;3);$ |
| 20 | $\varphi = 4x^2 + 4y^2 + 4yz;$ | $M(2;2;3);$ | $M1(3;2;3).$ |

6.1.2. Найти величину и направление градиента скалярного поля φ в точке M

- | | | |
|----|--|-------------|
| 1 | $\varphi = 2x^2 + 4y^2 + z^2 - 4xyz;$ | $M(1;1;1);$ |
| 2 | $\varphi = x^2 + 3y^2 + 2z^2 + 2xyz;$ | $M(1;2;1);$ |
| 3 | $\varphi = 3x^2 - 3y^2 - 3z^2 + 3xyz;$ | $M(1;2;2);$ |
| 4 | $\varphi = 4x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 3xyz;$ | $M(2;1;1);$ |
| 5 | $\varphi = 2x^2 - 4y^2 + z^2 + 2xyz;$ | $M(2;1;1);$ |
| 6 | $\varphi = 4x^2 - 2y^2 - z^2 + 3xyz;$ | $M(2;2;2);$ |
| 7 | $\varphi = 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 3xyz;$ | $M(2;3;2);$ |
| 8 | $\varphi = x^2 - 4y^2 - 2z^2 + 2xyz;$ | $M(3;3;2);$ |
| 9 | $\varphi = 4x^2 - 2y^2 + 2z^2 - 2xyz;$ | $M(3;3;2);$ |
| 10 | $\varphi = 3x^2 - 4y^2 - 3z^2 - xyz;$ | $M(3;3;3);$ |
| 11 | $\varphi = 2x^2 + 4y^2 + z^2 - 4xyz;$ | $M(1;3;1);$ |
| 12 | $\varphi = x^2 + 3y^2 + 2z^2 + 2xyz;$ | $M(3;2;1);$ |
| 13 | $\varphi = 3x^2 - 3y^2 - 3z^2 + 3xyz;$ | $M(3;2;2);$ |
| 14 | $\varphi = 4x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 3xyz;$ | $M(2;2;1);$ |
| 15 | $\varphi = 2x^2 - 4y^2 + z^2 + 2xyz;$ | $M(2;3;1);$ |
| 16 | $\varphi = 4x^2 - 2y^2 - z^2 + 3xyz;$ | $M(2;3;2);$ |
| 17 | $\varphi = 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 3xyz;$ | $M(3;3;2);$ |
| 18 | $\varphi = x^2 - 4y^2 - 2z^2 + 2xyz;$ | $M(3;2;2);$ |
| 19 | $\varphi = 4x^2 - 2y^2 + 2z^2 - 2xyz;$ | $M(3;2;2);$ |
| 20 | $\varphi = 3x^2 - 4y^2 - 3z^2 - xyz;$ | $M(3;2;3);$ |

6.3.1. Найти поток векторного поля F через положительный октант сферы $x^2 + y^2 + z^2 = \rho^2$

- | | | |
|---|--|---------------|
| 1 | $F = 7(x^3\bar{i} + y^3\bar{j} + z^3\bar{k});$ | $\rho^2 = 2;$ |
| 2 | $F = 6(x^3\bar{i} + y^3\bar{j} + z^3\bar{k});$ | $\rho^2 = 3;$ |
| 3 | $F = 5(x^3\bar{i} + y^3\bar{j} + z^3\bar{k});$ | $\rho^2 = 4;$ |
| 4 | $F = 4(x^3\bar{i} + y^3\bar{j} + z^3\bar{k});$ | $\rho^2 = 5;$ |
| 5 | $F = 3(x^3\bar{i} + y^3\bar{j} + z^3\bar{k});$ | $\rho^2 = 6;$ |

- 6 $F = 2(x^3\bar{i} + y^3\bar{j} + z^3\bar{k}); \quad \rho^2 = 2;$
- 7 $F = 7(x^3\bar{i} + y^3\bar{j} + z^3\bar{k}); \quad \rho^2 = 3;$
- 8 $F = 6(x^3\bar{i} + y^3\bar{j} + z^3\bar{k}); \quad \rho^2 = 4;$
- 9 $F = 5(x^3\bar{i} + y^3\bar{j} + z^3\bar{k}); \quad \rho^2 = 5;$
- 10 $F = 4(x^3\bar{i} + y^3\bar{j} + z^3\bar{k}); \quad \rho^2 = 6.$
- 11 $F = 7(x^3\bar{i} + y^3\bar{j} + z^3\bar{k}); \quad \rho^2 = 2;$
- 12 $F = 6(x^3\bar{i} + y^3\bar{j} + z^3\bar{k}); \quad \rho^2 = 3;$
- 13 $F = 5(x^3\bar{i} + y^3\bar{j} + z^3\bar{k}); \quad \rho^2 = 4;$
- 14 $F = 4(x^3\bar{i} + y^3\bar{j} + z^3\bar{k}); \quad \rho^2 = 5;$
- 15 $F = 3(x^3\bar{i} + y^3\bar{j} + z^3\bar{k}); \quad \rho^2 = 6;$
- 16 $F = 2(x^3\bar{i} + y^3\bar{j} + z^3\bar{k}); \quad \rho^2 = 2;$
- 17 $F = 7(x^3\bar{i} + y^3\bar{j} + z^3\bar{k}); \quad \rho^2 = 3;$
- 18 $F = 6(x^3\bar{i} + y^3\bar{j} + z^3\bar{k}); \quad \rho^2 = 4;$
- 1 $F = 5(x^3\bar{i} + y^3\bar{j} + z^3\bar{k}); \quad \rho^2 = 5;$
- 20 $F = 4(x^3\bar{i} + y^3\bar{j} + z^3\bar{k}); \quad \rho^2 = 6.$

6.4. Дивергенция векторного поля

6.4.1. Найти дивергенцию векторного поля $F(M)$ в точке M

- 1 $F(M) = (2x^2y^2 - 2xz^3 + 2x^2y^2z^2)\bar{i} + M(1;2;1);$
 $+ (3x^3y^2 + 2x^2yz + 4xz^2)\bar{j} +$
 $+ (2x^2y^2z^2 - 2x^2z + 5yz)\bar{k};$
- 2 $F(M) = (3x^2y^2 - xz^3 + 3x^2y^2z^2)\bar{i} + M(2;2;1);$
 $+ (2x^3y^2 + 3x^2yz + 2xz^2)\bar{j} +$
 $+ (3x^2y^2z^2 - 3x^2z - 3yz)\bar{k};$
- 3 $F(M) = (x^3y^3 - 2x^2z^2 + 2y^2z^2)\bar{i} + M(2;2;2);$
 $+ (2x^2y^2 + x^2y^2z^2 + 2x^2z)\bar{j} +$
 $+ (2x^3y^3z^3 + 2x^2z + 2yz)\bar{k};$
- 4 $F(M) = (3x^2y^3 + 2x^3z^2 - 2y^2z^2)\bar{i} + M(1;2;1);$
 $+ (3x^2y^3 + 3x^2z^2 - 3yz^2)\bar{j} +$
 $+ (x^4y^3z^3 + x^2z^2 + y^2z^2)\bar{k};$
- 5 $F(M) = (4xy^4 + 3x^2z^3 + 3x^2z^2)\bar{i} + M(1;1;2);$
 $+ (3x^2y^2 + y^3z^2 + 2x^2z)\bar{j} +$
 $+ (x^2y^3z^3 - x^2z^3 + y^3z^2)\bar{k};$

- 6 $F(M) = (5x^2y^2 + 4x^2z^2 + 4x^3z^2)\bar{i} +$ $M(2;2;1);$
 $+(4xy^3 - y^3z^2 + 3x^2z^2)\bar{j} +$
 $+(xy^3z^2 + x^3z + y^2z)\bar{k};$
- 7 $F(M) = (2x^3y^3 - 2x^2z^2 + 2y^2z^2)\bar{i} +$ $M(2;2;2);$
 $+(4x^3y - 2y^2z^3 + 4x^2z^2)\bar{j} +$
 $+(x^2yz^2 - x^2z^3 - y^3z^2)\bar{k};$
- 8 $F(M) = (3x^3y^3 - 3x^3y^3 + 3y^2z^2)\bar{i} +$ $M(2;1;1);$
 $+(2x^3y^3 + 4y^2z^2 + 3x^3z^3)\bar{j} +$
 $+(x^2y^2z + x^2z^3 + y^3z^2)\bar{k};$
- 9 $F(M) = (2xy^3 + 2x^3z + 2yz^3)\bar{i} +$ $M(2;2;1);$
 $+(3x^4y^4 + 2yz^3 + 3x^3z)\bar{j} +$
 $+(xyz + x^3y^3 + y^3y^3)\bar{k};$
- 10 $F(M) = (4x^2y + 3xz^2 - 2yz^2)\bar{i} +$ $M(1;1;2).$
 $+(2x^3y + 3y^2z^3 + 2x^2z^3)\bar{j} +$
 $+(x^3y^2z - x^3y^3 - y^3z^3)\bar{k};$
- 11 $F(M) = (2x^2y^2 - 2xz^3 + 2x^2y^2z^2)\bar{i} +$ $M(1;2;2);$
 $+(3x^3y^2 + 2x^2yz + 4xz^2)\bar{j} +$
 $+(2x^2y^2z^2 - 2x^2z + 5yz)\bar{k};$
- 12 $F(M) = (3x^2y^2 - xz^3 + 3x^2y^2z^2)\bar{i} +$ $M(2;2;2);$
 $+(2x^3y^2 + 3x^2yz + 2xz^2)\bar{j} +$
 $+(3x^2y^2z^2 - 3x^2z - 3yz)\bar{k};$
- 13 $F(M) = (x^3y^3 - 2x^2z^2 + 2y^2z^2)\bar{i} +$ $M(2;2;1);$
 $+(2x^2y^2 + x^2y^2z^2 + 2x^2z)\bar{j} +$
 $+(2x^3y^3z^3 + 2x^2z + 2yz)\bar{k};$

6.5. Циркуляция векторного поля

6.5.1. Вычислить циркуляцию векторного поля $F(M)$ вдоль кривой L , описываемой уравнением $x = f(t), y = f(t), z = f(t)$

- 1 $F(M) = 3yz\bar{i} + 4xz\bar{j} + 5xy\bar{k};$ $x = t, y = t^2, z = t^3$ ($0 \leq t \leq 0,5$);
- 2 $F(M) = 3xy\bar{i} + 4yz\bar{j} + 5xz\bar{k};$ $x = t, y = t^2, z = t^3$ ($0 \leq t \leq 1$);
- 3 $F(M) = 2xz\bar{i} + 3xy\bar{j} + 4yz\bar{k};$ $x = t, y = t^2, z = t^3$ ($0 \leq t \leq 1,5$);
- 4 $F(M) = 3yz\bar{i} - 4xz\bar{j} + 5xy\bar{k};$ $x = t^2, y = t^3, z = t^4$ ($0 \leq t \leq 1$);
- 5 $F(M) = 3xy\bar{i} - 4yz\bar{j} + 5xz\bar{k};$ $x = t^2, y = t^3, z = t^4$ ($0 \leq t \leq 0,5$);
- 6 $F(M) = 4yz\bar{i} + 3xy\bar{j} - 5xz\bar{k};$ $x = t^2, y = t^3, z = t^4$ ($0 \leq t \leq 1$);

7	$F(M) = 2yz\bar{i} + 3xy\bar{j} - 4xz\bar{k};$	$x = t^2, y = t^3, z = t^4 (0 \leq t \leq 1,5);$
8	$F(M) = 4xz\bar{i} - 2yz\bar{j} + 3xy\bar{k};$	$x = t, y = t^2, z = t^4 (0 \leq t \leq 2);$
9	$F(M) = 3yz\bar{i} - 4xz\bar{j} - 3xy\bar{k};$	$x = t, y = t^2, z = t^4 (0 \leq t \leq 3);$
10	$F(M) = 4xy\bar{i} - 4yz\bar{j} + 4xz\bar{k};$	$x = t^2, y = t^3, z = t^4 (0 \leq t \leq 4).$
11	$F(M) = 3yz\bar{i} + 4xz\bar{j} + 5xy\bar{k};$	$x = t, y = t^2, z = t^3 (0 \leq t \leq 0,5);$
12	$F(M) = 3xy\bar{i} + 4yz\bar{j} + 5xz\bar{k};$	$x = t, y = t^2, z = t^3 (0 \leq t \leq 1);$
13	$F(M) = 2xz\bar{i} + 3xy\bar{j} + 4yz\bar{k};$	$x = t, y = t^2, z = t^3 (0 \leq t \leq 1,5);$
14	$F(M) = 3yz\bar{i} - 4xz\bar{j} + 5xy\bar{k};$	$x = t^2, y = t^3, z = t^4 (0 \leq t \leq 1);$
15	$F(M) = 3xy\bar{i} - 4yz\bar{j} + 5xz\bar{k};$	$x = t^2, y = t^3, z = t^4 (0 \leq t \leq 0,5);$
16	$F(M) = 4yz\bar{i} + 3xy\bar{j} - 5xz\bar{k};$	$x = t^2, y = t^3, z = t^4 (0 \leq t \leq 1);$
17	$F(M) = 2yz\bar{i} + 3xy\bar{j} - 4xz\bar{k};$	$x = t^2, y = t^3, z = t^4 (0 \leq t \leq 1,5);$
18	$F(M) = 4xz\bar{i} - 2yz\bar{j} + 3xy\bar{k};$	$x = t, y = t^2, z = t^4 (0 \leq t \leq 2);$
19	$F(M) = 3yz\bar{i} - 4xz\bar{j} - 3xy\bar{k};$	$x = t, y = t^2, z = t^4 (0 \leq t \leq 3);$
20	$F(M) = 4xy\bar{i} - 4yz\bar{j} + 4xz\bar{k};$	$x = t^2, y = t^3, z = t^4 (0 \leq t \leq 4).$

6.6. Ротор векторного поля

6.6.1. Найти ротор векторного поля F в точке M .

1	$F = y^2 z^2 \bar{i} + x^2 z^2 \bar{j} + x^3 y^3 \bar{k};$	$M(2;1;1);$
2	$F = y^3 z^3 \bar{i} + x^3 z^3 \bar{j} + x^4 y^4 \bar{k};$	$M(2;2;1);$
3	$F = x^3 z^2 \bar{i} + y^3 z^2 \bar{j} + x^3 y^3 \bar{k};$	$M(2;2;2);$
4	$F = x^2 z^3 \bar{i} + y^3 z^2 \bar{j} + x^2 y^2 \bar{k};$	$M(3;2;2);$
5	$F = x^2 z^3 \bar{i} - y^3 z^2 \bar{j} - x^2 y^2 \bar{k};$	$M(3;3;2);$
6	$F = y^2 z^3 \bar{i} - x^2 z^3 \bar{j} + x^2 y^2 \bar{k};$	$M(3;3;3);$
7	$F = 2x^3 z^2 \bar{i} + 3y^2 z^2 \bar{j} + x^3 y^3 \bar{k};$	$M(4;3;3);$
8	$F = 3y^3 z^2 \bar{i} + 2x^3 z^2 \bar{j} + 4x^3 y^2 \bar{k};$	$M(4;4;3);$
9	$F = 2x^3 z^2 \bar{i} - 3y^2 z^3 \bar{j} + 2x^3 y^3 \bar{k};$	$M(4;4;4);$
10	$F = x^4 z \bar{i} + 3y^3 z \bar{j} + 2x^4 y^2 \bar{k};$	$M(5;4;4);$
11	$F = y^2 z^2 \bar{i} + x^2 z^2 \bar{j} + x^3 y^3 \bar{k};$	$M(2;2;1);$
12	$F = y^3 z^3 \bar{i} + x^3 z^3 \bar{j} + x^4 y^4 \bar{k};$	$M(2;1;1);$
13	$F = x^3 z^2 \bar{i} + y^3 z^2 \bar{j} + x^3 y^3 \bar{k};$	$M(2;1;2);$
14	$F = x^2 z^3 \bar{i} + y^3 z^2 \bar{j} + x^2 y^2 \bar{k};$	$M(2;2;2);$
15	$F = x^2 z^3 \bar{i} - y^3 z^2 \bar{j} - x^2 y^2 \bar{k};$	$M(3;2;2);$
16	$F = y^2 z^3 \bar{i} - x^2 z^3 \bar{j} + x^2 y^2 \bar{k};$	$M(2;3;3);$
17	$F = 2x^3 z^2 \bar{i} + 3y^2 z^2 \bar{j} + x^3 y^3 \bar{k};$	$M(4;3;3);$

- 18 $F = 3y^3z^2\bar{i} + 2x^3z^2\bar{j} + 4x^3y^2\bar{k};$ M(3;4;3);
 19 $F = 2x^3z^2\bar{i} - 3y^2z^3\bar{j} + 2x^3y^3\bar{k};$ M(3;4;4);
 20 $F = x^4z\bar{i} + 3y^3z\bar{j} + 2x^4y^2\bar{k};$ M(2;4;4);

6.7.1. Найти потенциал поля, если оно существует

- 1 $F(M) = (5x^2y^2 + 4x^2z^2 + 4x^3z^2)\bar{i} +$ M(2;2;1);
 $+ (4xy^3 - y^3z^2 + 3x^2z^2)\bar{j} +$
 $+ (xy^3z^2 + x^3z + y^2z)\bar{k};$
 2 $F(M) = (2x^3y^3 - 2x^2z^2 + 2y^2z^2)\bar{i} +$ M(2;2;2);
 $+ (4x^3y - 2y^2z^3 + 4x^2z^2)\bar{j} +$
 $+ (x^2yz^2 - x^2z^3 - y^3z^2)\bar{k};$
 3 $F(M) = (3x^3y^3 - 3x^3y^3 + 3y^2z^2)\bar{i} +$ M(2;1;1);
 $+ (2x^3y^3 + 4y^2z^2 + 3x^3z^3)\bar{j} +$
 $+ (x^2y^2z + x^2z^3 + y^3z^2)\bar{k};$
 4 $F(M) = (2xy^3 + 2x^3z + 2yz^3)\bar{i} +$ M(2;2;1);
 $+ (3x^4y^4 + 2yz^3 + 3x^3z)\bar{j} +$
 $+ (xyz + x^3y^3 + y^3y^3)\bar{k};$
 5 $F(M) = (4x^2y + 3xz^2 - 2yz^2)\bar{i} +$ M(1;1;2).
 $+ (2x^3y + 3y^2z^3 + 2x^2z^3)\bar{j} +$
 $+ (x^3y^2z - x^3y^3 - y^3z^3)\bar{k};$
 6 $F(M) = (2x^2y^2 - 2xz^3 + 2x^2y^2z^2)\bar{i} +$ M(1;2;1);
 $+ (3x^3y^2 + 2x^2yz + 4xz^2)\bar{j} +$
 $+ (2x^2y^2z^2 - 2x^2z + 5yz)\bar{k};$
 7 $F(M) = (3x^2y^2 - xz^3 + 3x^2y^2z^2)\bar{i} +$ M(2;2;1);
 $+ (2x^3y^2 + 3x^2yz + 2xz^2)\bar{j} +$
 $+ (3x^2y^2z^2 - 3x^2z - 3yz)\bar{k};$
 8 $F(M) = (x^3y^3 - 2x^2z^2 + 2y^2z^2)\bar{i} +$ M(2;2;2);
 $+ (2x^2y^2 + x^2y^2z^2 + 2x^2z)\bar{j} +$
 $+ (2x^3y^3z^3 + 2x^2z + 2yz)\bar{k};$
 9 $F(M) = (3x^2y^3 + 2x^3z^2 - 2y^2z^2)\bar{i} +$ M(1;2;1);
 $+ (3x^2y^3 + 3x^2z^2 - 3yz^2)\bar{j} +$
 $+ (x^4y^3z^3 + x^2z^2 + y^2z^2)\bar{k};$
 10 $F(M) = (4xy^4 + 3x^2z^3 + 3x^2z^2)\bar{i} +$ M(1;1;2);
 $+ (3x^2y^2 + y^3z^2 + 2x^2z)\bar{j} +$

- $+(x^2y^3z^3 - x^2z^3 + y^3z^2)\bar{k};$
 11 $F(M) = (5x^2y^2 + 4x^2z^2 + 4x^3z^2)\bar{i} +$ M(2;2;2);
 $+(4xy^3 - y^3z^2 + 3x^2z^2)\bar{j} +$
 $+(xy^3z^2 + x^3z + y^2z)\bar{k};$
 12 $F(M) = (2x^3y^3 - 2x^2z^2 + 2y^2z^2)\bar{i} +$ M(2;2;1);
 $+(4x^3y - 2y^2z^3 + 4x^2z^2)\bar{j} +$
 $+(x^2yz^2 - x^2z^3 - y^3z^2)\bar{k};$
 13 $F(M) = (3x^3y^3 - 3x^3y^3 + 3y^2z^2)\bar{i} +$ M(2;2;1);
 $+(2x^3y^3 + 4y^2z^2 + 3x^3z^3)\bar{j} +$
 $+(x^2y^2z + x^2z^3 + y^3z^2)\bar{k};$
 14 $F(M) = (2xy^3 + 2x^3z + 2yz^3)\bar{i} +$ M(2;1;1);
 $+(3x^4y^4 + 2yz^3 + 3x^3z)\bar{j} +$
 $+(xyz + x^3y^3 + y^3y^3)\bar{k};$
 15 $F(M) = (4x^2y + 3xz^2 - 2yz^2)\bar{i} +$ M(1;2;2).
 $+(2x^3y + 3y^2z^3 + 2x^2z^3)\bar{j} +$
 $+(x^3y^2z - x^3y^3 - y^3z^3)\bar{k};$
 16 $F(M) = (2x^2y^2 - 2xz^3 + 2x^2y^2z^2)\bar{i} +$ M(2;2;1);
 $+(3x^3y^2 + 2x^2yz + 4xz^2)\bar{j} +$
 $+(2x^2y^2z^2 - 2x^2z + 5yz)\bar{k};$
 17 $F(M) = (3x^2y^2 - xz^3 + 3x^2y^2z^2)\bar{i} +$ M(1;2;1);
 $+(2x^3y^2 + 3x^2yz + 2xz^2)\bar{j} +$
 $+(3x^2y^2z^2 - 3x^2z - 3yz)\bar{k};$
 18 $F(M) = (x^3y^3 - 2x^2z^2 + 2y^2z^2)\bar{i} +$ M(2;1;2);
 $+(2x^2y^2 + x^2y^2z^2 + 2x^2z)\bar{j} +$
 $+(2x^3y^3z^3 + 2x^2z + 2yz)\bar{k};$
 19 $F(M) = (3x^2y^3 + 2x^3z^2 - 2y^2z^2)\bar{i} +$ M(2;2;1);
 $+(3x^2y^3 + 3x^2z^2 - 3yz^2)\bar{j} +$
 $+(x^4y^3z^3 + x^2z^2 + y^2z^2)\bar{k};$
 20 $F(M) = (4xy^4 + 3x^2z^3 + 3x^2z^2)\bar{i} +$ M(1;2;2);
 $+(3x^2y^2 + y^3z^2 + 2x^2z)\bar{j} +$
 $+(x^2y^3z^3 - x^2z^3 + y^3z^2)\bar{k};$

Критерии оценки:

- **оценка «отлично»** выставляется студенту, если правильно выполнено более 90% заданий;

- **оценка «хорошо»** выставляется студенту, если правильно выполнено более 70% заданий;
- **оценка «удовлетворительно»** выставляется студенту, если правильно выполнено более 50% заданий;
- **оценка «неудовлетворительно»** выставляется студенту, если правильно выполнено менее 50% заданий.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(БФ ФГБОУ ВПО «ВГУ»)

Кафедра прикладной математики,
информатики, физики и
методики их преподавания

Темы рефератов по дисциплине «Математический анализ»

1. Площадь в криволинейных координатах
2. Вычисление площади поверхности
3. Механические приложения двойных интегралов
4. Формула Грина
5. Механические приложения тройных интегралов
6. О вычислении массы и центра тяжести тел
7. Примеры приложения формулы Остроградского
8. Вычисление кратных интегралов методом Монте-Карло
9. Очерк истории рядов. Эпоха Ньютона и Лейбница.
10. Очерк истории рядов. Период формального развития теории рядов
11. Очерк истории рядов. Создание точной теории.
12. Признак Бертрانا
13. Признак Жамэ
14. Признак Ермакова
15. Признак Лобачевского
16. Признак Дедекинда
17. Признак Дирихле
18. Ряд Гранди. Ряд Пюизё
19. Ряд Лорана
20. Ряды Фурье и их приложения
21. Центральная предельная теорема и ее доказательство через ряды Тейлора.