МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
начального и
среднепрофессионального образования
И.И. Пятибратова
01.09. 2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ Б1.В.ДВ.12.01 Практикум по решению задач повышенной сложности по математике

1. Шифр и наименование направления подготовки:

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

2. Профили подготовки:

Математика. Информатика и информационные технологии в образовании

3. Квалификация выпускника: бакалавр

4. Форма обучения: очная/заочная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: начального и среднепрофессионального образования

6. Составитель программы: Г.Ю. Алексеева, кандидат педагогических наук, доцент

7. Рекомендована: научно-методическим советом Филиала (протокол № 1 от 31.08.2018 г.)

8. Семестры: 8,9 (офо), 7,10 (зфо)

9.Цели и задачи учебной дисциплины:

Целью учебной дисциплины «Практикум по решению задач повышенной сложности по математике» является формирование навыков решения задач повышенного уровня сложности курса математики средней школы.

Задачи учебной дисциплины:

– ознакомление студентов с общими методами решения задач повышенной сложности;

– формирование и отработка навыков анализа условия задач, поиска вариантов решения;

– ознакомление студентов с характерными особенностями математических задач повышенного уровня сложности;

– ознакомление студентов с типами и содержанием задач повышенной сложности в ЕГЭ;

–формирование математической культуры будущего учителя.

При проведении учебных занятий по дисциплине обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации.

10. Место учебной дисциплины в структуре образовательной программы:

Дисциплина «Практикум по решению задач повышенной сложности по математике» входит в блок Б1 «Дисциплины (модули)» и является дисциплиной по выбору вариативной части образовательной программы.

Для освоения дисциплины этого курса студенты используют знания, умения, навыки, сформированные в ходе изучения дисциплин: «Математика», «Алгебра и теория чисел», «Геометрия», «Методика обучения математике».

Изучение данной дисциплины может являться основой для последующего изучения дисциплин вариативной части образовательной программы, для последующего прохождения педагогической практики, федерального тестирования, выполнения ВКР.

Условия реализации дисциплины для лиц с ОВЗ определяются особенностями восприятия учебной информации и с учетом индивидуальных психофизических особенностей.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ПК-2	способность использовать современные методы и технологии обучения и диагностики	**умеет:** – разрабатывать учебные программы базовых и элективных курсов; – использовать при проектировании учебной деятельности обучающихся основные методы, способы и средства получения, хранения, переработки информации; **владеет:** – способностью к восприятию, анализу, обобщению информации, постановке цели и выбору путей её достижения;
ПК-4	способность использовать возможности образовательной среды для достижения личностных,	**знает:** – технологические приемы преподаваемого учебного предмета, лежащие в основе построения различных моделей в экономике, социологии, эконометрике и т.д. (*основные понятия школьного курса математики; основные типы*

	метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов	*задач повышенной сложности по математике; методы решения задач повышенной сложности по арифметике, алгебре и теории чисел, началам математического анализа и геометрии; основные типы задач группы С единого государственного экзамена по математике и методы их решения;* **умеет:** – использовать знание основ учебной дисциплины для перевода информации с естественного языка на язык соответствующей предметной области и обратно; – применять теоретические знания по учебной дисциплине в описании процессов и явлений в различных областях знания (*применять на практике методы решения задач повышенной сложности школьного курса математики*); – использовать преимущества технологических приемов учебной дисциплины при решении задач преподаваемых учебных предметов; – осуществлять поиск и отбор информации, необходимой для решения конкретной задачи; **владеет:** – материалом учебной дисциплины на уровне, позволяющем формулировать и решать задачи, возникающие в ходе учебной деятельности по преподаваемым предметам, а также в практической деятельности, требующие углубленных профессиональных знаний; – навыками формализации теоретических и прикладных практических задач;
ПК-7	способность организовывать сотрудничество обучающихся, поддерживать их активность, инициативность и самостоятельность, развивать творческие способности	**знает:** – общелогические методы научного познания;

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 4/144.

Формы промежуточной аттестации зачет, зачет с оценкой.

13. Виды учебной работы

Очная форма обучения

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)		
	Всего	По семестрам	
		8 сем.	9 сем.
Контактная работа, в том числе:	62	38	24
лекции	12	-	12
практические занятия	50	38	12
лабораторные работы	-	-	-
Самостоятельная работа	82	34	48
Форма промежуточной аттестации *(зачет с оценкой, зачёт – 0 час.)*	0	0	0
		ЗаО	Зачёт
Итого:	144	72	72

Заочная форма обучения

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)		
	Всего	По семестрам	
		8 сем.	9 сем.
Контактная работа, в том числе:	20	12	8
лекции	4	-	4
практические занятия	16	12	4
лабораторные работы		-	-
Самостоятельная работа	116	56	60
Форма промежуточной аттестации *(зачет с оценкой, зачёт – 4 час.)*	8	4	4
		ЗаО	Зачёт
Итого:	144	72	72

13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
		2. Практические занятия
1	Натуральные и целые числа	Понятие натурального и целого числа. Арифметические операции над натуральными и целыми числами. Делимость. Признаки делимости. Основная теорема арифметики. НОК. НОД. Сравнимость по модулю. Приемы и методы решения задач с целочисленными величинами: разложение целого числа в сумму по степеням основания системы счисления; метод анализа делимости нацело, использование признаков делимости; метод анализа остатков; метод анализа последней цифры; метод замены переменных; метод оценок.
2	Рациональные, иррациональные и действительные числа	Понятие арифметической дроби. Арифметические операции над рациональными числами. Сравнение рациональных чисел. Решение уравнений в рациональных числах. Иррациональные и действительные числа. Сравнение действительных чисел. Целая, дробная части действительного числа и их свойства.
3	Степень действительного числа	Степень с натуральными и целыми показателями и их свойства. Арифметические и алгебраические корни n-ой степени. Степени с рациональными показателями. Степени с иррациональными показателями.
4	Числовые равенства и неравенства. Формулы сокращенного умножения	Числовые равенства и неравенства и их свойства. Числовые пропорции. Формулы сокращенного умножения. Понятие факториала. Бином Ньютона. Биномиальные коэффициенты.
5	Известные алгебраические неравенства	Треугольник Паскаля. Неравенство Коши. Неравенства Бернулли. Неравенство Коши-Буняковского. Задачи на доказательство различных алгебраических неравенств.
6	Алгебраические уравнения и неравенства	Уравнение. Тождество. Неравенство. Равносильность и следствие. Целые рациональные алгебраические уравнения. Универсальные приемы и методы решения уравнений и неравенств.
7	Системы уравнений и неравенств	Основные методы решения систем. Системы алгебраических уравнений и неравенств. Неалгебраические системы уравнений и неравенств.
8	Задачи на составление уравнений и неравенств. Текстовые задачи	Задачи на движение. Задачи на концентрацию и процентное содержание. Задачи на работу и производительность труда. Задачи на доли и проценты. Задачи с неполными данными, на оптимизацию.
9	Числовые последовательности	Числовые последовательности. Общие понятия и свойства. Арифметическая и геометрическая прогрессии.
10	Элементы теории множеств	Основные понятия теории множеств. Аксиомы. Определения.

	и математической логики	Теоремы. Леммы. Логическое следование. Необходимые и достаточные условия. Критерий. Признак. Свойство. Прямая, обратная, противоположная теоремы. Доказательство от противного. Метод математической индукции его использование при доказательстве утверждений.
11	Элементы комбинаторики и теории вероятностей	Основные понятия комбинаторики и теории вероятностей. Виды комбинаторных задач. Правила суммы и произведения. Методы решения комбинаторных задач. Понятие вероятности события. Классическое и статистическое определение вероятности. Формула полной вероятности.
12	Функции и их графики	Основные понятия и определения. Способы задания функции. Основные свойства функции. Линейная функция. Обратная пропорциональность. Квадратичная функция. Степенная функция. Показательная, логарифмическая и тригонометрические функции. Их свойства и графики. Задачи повышенной сложности на исследование функций и построение графиков.
13	Показательные и логарифмические уравнения и неравенства	Методы решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств повышенной сложности. Задания С3 Единого государственного экзамена.
14	Тригонометрия. Тригонометрические уравнения и неравенства	Тождественные преобразования тригонометрических выражений. Тригонометрические уравнения и неравенства. Уравнения и неравенства, содержащие обратные тригонометрические функции
15	Планиметрия	Аксиомы и определения. Основные геометрические объемы и их свойства. Вписанные и описанные многоугольники. Подобие фигур на плоскости Геометрические построения на плоскости.
16	Стереометрия	Аксиомы и определения стереометрии. Параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей. Площади поверхностей и объемов многогранников. Тела вращения. Площади поверхностей и объемов тел вращений. Задачи на построение сечений.

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

Очная форма обучения

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
8 семестр						
1.	Натуральные и целые числа	-	2	-	2	4
2.	Рациональные, иррациональные и действительные числа	-	2	-	2	4
3.	Степень действительного числа	-	2	-	2	4
4.	Числовые равенства и неравенства. Формулы сокращенного умножения	-	2	-	2	4
5.	Известные алгебраические неравенства	-	2	-	2	4
6.	Алгебраические уравнения и неравенства	-	2	-	2	4
7.	Системы уравнений и неравенств	-	2	-	4	6
8.	Задачи на составление уравнений и неравенств. Текстовые задачи	-	6	-	4	10
9.	Числовые	-	2	-	2	4

	последовательности					
10.	Элементы теории множеств и математической логики	-	4	-	2	6
11.	Элементы комбинаторики и теории вероятностей		4		4	8
12.	Функции и их графики	-	4	-	4	8
13.	Показательные и логарифмические уравнения и неравенства	-	4	-	2	6
	Зачёт с оценкой					0
	Всего в 8 семестре	-	38	-	34	72
9 семестр						
14.	Тригонометрия. Тригонометрические уравнения и неравенства	4	3	-	16	23
15.	Планиметрия	4	4	-	16	24
16.	Стереометрия	4	5	-	16	25
	Зачёт					0
	Всего в 9 семестре	12	12	-	48	72
	Итого:	12	50	-	82	144

Заочная форма обучения

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
8 семестр						
1.	Натуральные и целые числа	-	1	-	3	4
2.	Рациональные, иррациональные и действительные числа	-	1	-	3	4
3.	Степень действительного числа	-	1	-	3	4
4.	Числовые равенства и неравенства. Формулы сокращенного умножения	-	1	-	3	4
5.	Известные алгебраические неравенства	-	1	-	3	4
6.	Алгебраические уравнения и неравенства	-	1	-	3	4
7.	Системы уравнений и неравенств	-	1	-	5	6
8.	Задачи на составление уравнений и неравенств. Текстовые задачи	-	1	-	9	10
9.	Числовые последовательности	-	1	-	5	6
10.	Элементы теории множеств и математической логики	-	1	-	5	6
11.	Элементы комбинаторики и теории вероятностей		1		7	8
12.	Функции и их графики	-	1	-	7	8
	Зачет с оценкой					4
	Всего в 8 семестре	-	12	-	56	72
9 семестр						
13.	Показательные и логарифмические уравнения и неравенства	1	1	-	15	17
14.	Тригонометрия. Тригонометрические уравнения и неравенства	1	1	-	15	17

15.	Планиметрия	1	1	-	15	17
16.	Стереометрия	1	1	-	15	17
	Зачет					4
	Всего в 9 семестре	4	4		60	72
	Итого:	4	16	-	116	144

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Приступая к изучению учебной дисциплины, прежде всего обучающиеся должны ознакомиться с учебной программой дисциплины. Электронный вариант рабочей программы размещѐн на сайте БФ ВГУ.

Знание основных положений, отраженных в рабочей программе дисциплины, поможет обучающимся ориентироваться в изучаемом курсе, осознавать место и роль изучаемой дисциплины в подготовке будущего педагога, строить свою работу в соответствии с требованиями, заложенными в программе.

Основными формами контактной работы по дисциплине являются практические занятия, посещение которых обязательно для всех студентов (кроме студентов, обучающихся по индивидуальному плану).

На практических занятиях необходимо активно участвовать в решении предлагаемых задач, начиная уже с этапа анализа условия и поиска путей решения. Студенту, вызванному для решения задачи к доске, следует подробно комментировать ход решения задачи, а стальным студентам — выполнять основные этапы решения предложенной задачи самостоятельно, но при этом контролируя ход решения на доске.

Для успешного освоения дисциплины желательно выполнять индивидуальные задания, готовить доклады и рефераты.

При подготовке к промежуточной аттестации необходимо повторить пройденный материал в соответствии с учебной программой. Рекомендуется использовать источники, перечисленные в списке литературы в рабочей программе дисциплины, а также ресурсы электронно-библиотечных систем. Необходимо обратить особое внимание на темы учебных занятий, пропущенных по разным причинам. При необходимости можно обратиться за консультацией и методической помощью к преподавателю.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Фарков, А.В. Математические олимпиады: методика подготовки. 5-8 класс / А.В. Фарков. -М. : Вако, 2012. - 175 с. - (Мастерская учителя математики). - ISBN 978-5-408-00722-6; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=222624 (06.09.2017)

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
2	Пойа, Д. Математическое открытие=Mathematical Discovery: On Understanding, Learning and Teaching Problem Solving: Решение задач: основные понятия, изучение и преподавание / Д. Пойа ; пер. с англ. В.С. Берман ; ред. И.М. Яглом. - Изд. 2-е, стереотип. - Москва : Наука, 1976. - 446 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=447990 (17.07.2018).
3	Сборник задач по элементарной математике повышенной трудности / сост. К.У. Шахно. - 2-е изд., стереотип. - Минск : Высш. школа, 1965. - 524 с. - ISBN 978-5-4458-5188-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=222268 (17.07.2018).
4	Бугулов, Е.А. Сборник задач для подготовки к математическим олимпиадам / Е.А. Бугулов, Б.А. Толасов. - Орджоникидзе : Северо-Осетинское книжное издательство, 1962.

	- 224 с. - ISBN 978-5-4458-5020-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=220634 (17.07.2018).

в) информационные электронно-образовательные ресурсы**:**

№ п/п	Источник
5	Круликовский, Н.Н. Сборник задач по математике для подготовки к приемным экзаменам / Н.Н. Круликовский. - 2-е изд., перераб. - Томск : Издательство Томского университета, 1963. - 70 с. - ISBN 978-5-4458-5174-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=222254 (17.07.2018).
6	Перельман, Я.И. Живая математика. Математические рассказы и головоломки / Я.И. Перельман ; ред. В.Г. Болтянского. - 8-е изд., доп. и перераб. - Москва : Изд-во "Наука", 1967. - 191 с. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=116360 (17.07.2018).
7	Пойа, Д. Математика и правдоподобные рассуждения=Mathematics and plausible reasoning / Д. Пойа ; под ред. С.А. Яновской ; пер. с англ. И.А. Вайнштейн. - Изд. 2-е, испр. - Москва : Наука, 1975. - 462 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=447993 (17.07.2018).
8	Сборник задач московских математических олимпиад / ред. А.А. Леман ; сост. В.Г. Болтянский. - Москва : Издательство «Просвещение», 1965. - 383 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=449568 (17.07.2018).

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Сборник задач по элементарной математике: пособие для самообразования / Н.П. Антонов, М.Я. Выгодский, В.В. Никитин, А.И. Санкин. - 6-е изд. - Москва : Гос. изд-во физико-математической лит., 1960. - 531 с. - ISBN 978-5-4458-9945-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=236630 (17.07.2018).
2	Сборник конкурсных задач по математике для поступающих во втузы / В.К. Егерев, В.В. Зайцев и др. ; под ред. М.И. Сканави .— 3-е изд., доп. — М. : Высш. шк., 1978
3	Сканави М.И. Полный сборник решений задач для поступающих в ВУЗы. Группа В/ Под ред. М.И. Сканави – М.: ООО «Издательство «Мир и образование»: Мн. ООО «Харвест», 2003. -608 с. https://nashol.me/2011032253903/sbornik-reshenii-zadach-dlya-postupauschih-v-vuzi-skanavi-m-i.html (17.07.2018).

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение, информационно-справочные системы и профессиональные базы данных

Microsoft Office 2007 (Word, Excel, PowerPoint).

При реализации дисциплины применяется смешанное обучение с использованием:

- образовательного портала ЯКласс https://www.yaklass.ru/;
- образовательного портала для подготовки к экзаменам РЕШУ ЕГЭ https://math-ege.sdamgia.ru/;
- мессенджера https://vk.com;
- электронной почты.

–Научная электронная библиотека – http://www.scholar.ru;

–Федеральный портал Российское образование – http://www.edu.ru/ ;

–Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» http://window.edu.ru/;

–Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов – http://fcior.edu.ru;

–Лекции ведущих преподавателей вузов России в свободном доступе – https://www.lektorium.tv/;

–Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» – http://biblioclub.ru/.

- Образовательный портал для подготовки к экзаменам «Решу ЕГЭ: Математика» - https://ege.sdamgia.ru/

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:
Набор демонстрационного оборудования (компьютер, экран, проектор).

19. Фонд оценочных средств:

19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся
ПК-2 способность использовать современные методы и технологии обучения и диагностики	Уметь: – разрабатывать учебные программы базовых и элективных курсов; – использовать при проектировании учебной деятельности обучающихся основные методы, способы и средства получения, хранения, переработки информации.	Все разделы дисциплины	Комплект дифференцированных по уровню сложности индивидуальных заданий
	Владеть: – способностью к восприятию, анализу, обобщению информации, постановке цели и выбору путей её достижения.	Все разделы дисциплины	Комплект дифференцированных по уровню сложности индивидуальных заданий
ПК-4 способность использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов	Знать: – технологические приемы преподаваемого учебного предмета, лежащие в основе построения различных моделей в экономике, социологии, эконометрике и т.д. (*основные понятия школьного курса математики; основные типы задач повышенной сложности по математике; методы решения задач повышенной сложности по арифметике, алгебре и теории чисел, началам математического анализа и геометрии; основные типы задач группы С единого государственного экзамена по математике и методы их решения).*	Все разделы дисциплины	Математические диктанты Комплект самостоятельных работ и индивидуальных заданий Реферат
	Уметь: – использовать знание основ учебной дисциплины для перевода информации с естественного языка на язык соответствующей предметной	Все разделы дисциплины	Комплект дифференцированных по уровню сложности индивидуальных заданий

	области и обратно; – применять теоретические знания по учебной дисциплине в описании процессов и явлений в различных областях знания (*применять на практике методы решения задач повышенной сложности школьного курса математики*); – использовать преимущества технологических приемов учебной дисциплины при решении задач преподаваемых учебных предметов; – осуществлять поиск и отбор информации, необходимой для решения конкретной задачи.		
	Владеть: – материалом учебной дисциплины на уровне, позволяющем формулировать и решать задачи, возникающие в ходе учебной деятельности по преподаваемым предметам, а также в практической деятельности, требующие углубленных профессиональных знаний; навыками формализации теоретических и прикладных практических задач.	Все разделы дисциплины	Комплект дифференцированных по уровню сложности индивидуальных заданий
ПК-7 способность организовывать сотрудничество обучающихся, поддерживать их активность, инициативность и самостоятельность, развивать творческие способности	Знать: – общелогические методы научного познания;	Все разделы дисциплины	Комплект дифференцированных по уровню сложности индивидуальных заданий
Промежуточная аттестация 1 – зачет с оценкой **Промежуточная аттестация 2 – зачет**			Вопросы к зачету, зачёту с оценкой

19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на зачете и зачете с оценкой используются следующие показатели (ЗУНы из 19.1):

1) знание учебного материала и владение понятийным аппаратом математики;
2) знание методов решения задач повышенной сложности и нестандартных задач;
3) умение применять теоретические знания для решения практических задач;
4) владение общепользовательской и предметно-педагогической ИКТ-компетентностью.

Для оценивания результатов обучения на зачете с оценкой используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Обучающийся свободно ориентируется в теоретическом материале; умеет изложить и корректно оценить различные подходы к излагаемому материалу, способен сформулировать и доказать собственную точку зрения; обнаруживает свободное владение понятийным аппаратом; демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности	*Повышенный уровень*	*Отлично*
Обучающийся хорошо ориентируется в теоретическом материале; имеет представление об основных подходах к излагаемому материалу; знает определения основных теоретических понятий излагаемой темы, демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности.	*Базовый уровень*	*Хорошо*
Обучающийся частично владеет теоретическим материалом; в целом имеет представление об основных понятиях излагаемой темы, демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности.	*Пороговый уровень*	*Удовлетворительно*
Обучающийся не ориентируется в теоретическом материале; не готов применять теоретические знания в практической деятельности, демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки при решении задач либо не имеет представления о способе их решения.	–	*Неудовлетворительно*

Для оценивания результатов обучения на зачете используется 2-балльная шкала: «зачтено», «не зачтено».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Обучающийся свободно ориентируется в теоретическом материале; умеет изложить и корректно оценить различные подходы к излагаемому материалу, способен сформулировать и доказать собственную точку зрения; обнаруживает свободное владение понятийным аппаратом; демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности	*Повышенный уровень*	*Зачтено*
Обучающийся хорошо ориентируется в теоретическом материале; имеет представление об основных подходах к излагаемому материалу; знает определения основных теоретических понятий излагаемой темы, демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности.	*Базовый уровень*	*Зачтено*
Обучающийся частично владеет теоретическим материалом; в целом имеет представление об основных понятиях излагаемой темы, демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности.	*Пороговый уровень*	*Зачтено*
Обучающийся не ориентируется в теоретическом материале; не готов применять теоретические знания в практической деятельности, демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки при решении задач либо не имеет представления о способе их решения.	–	*Не зачтено*

19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

19.3.1 Вопросы к зачету с оценкой

1. Понятие натурального и целого числа. Арифметические операции над натуральными и целыми числами.
2. Делимость. Признаки делимости.
3. Основная теорема арифметики. НОК. НОД. Сравнимость по модулю.
4. Приемы и методы решения задач с целочисленными величинами: разложение целого числа в сумму по степеням основания системы счисления; метод анализа делимости нацело, использование признаков делимости; метод анализа остатков; метод анализа последней цифры; метод замены переменных; метод оценок.
5. Понятие арифметической дроби. Арифметические операции над рациональными числами. Сравнение рациональных чисел.
6. Решение уравнений в рациональных числах. Иррациональные и действительные числа. Сравнение действительных чисел. Целая, дробная части действительного числа и их свойства.
7. Степень с натуральными и целыми показателями и их свойства. Арифметические и алгебраические корни n-ой степени. Степени с рациональными показателями. Степени с иррациональными показателями.
8. Числовые равенства и неравенства и их свойства. Числовые пропорции. Формулы сокращенного умножения. Понятие факториала. Бином Ньютона. Биномиальные коэффициенты. Треугольник Паскаля.
9. Неравенство Коши. Неравенства Бернулли. Неравенство Коши-Буняковского. Задачи на доказательство различных алгебраических неравенств.
10. Уравнение. Тождество. Неравенство. Равносильность и следствие. Целые рациональные алгебраические уравнения. Универсальные приемы и методы решения уравнений и неравенств.
11. Основные методы решения систем. Системы алгебраических уравнений и неравенств. Неалгебраические системы уравнений и неравенств.
12. Задачи на движение. Задачи на концентрацию и процентное содержание. Задачи на работу и производительность труда. Задачи на доли и проценты. Задачи с неполными данными, на оптимизацию.
13. Числовые последовательности. Общие понятия и свойства. Арифметическая и геометрическая прогрессии.
14. Основные понятия теории множеств. Аксиомы. Определения. Теоремы. Леммы. Логическое следование. Необходимые и достаточные условия. Критерий. Признак. Свойство. Прямая, обратная, противоположная теоремы. Доказательство от противного.
15. Метод математической индукции и его использование при доказательстве утверждений.
16. Основные понятия и определения. Способы задания функции. Основные свойства функции. Линейная функция. Прямая и обратная пропорциональность.
17. Квадратичная функция. Степенная функция. Показательная, логарифмическая и тригонометрические функции. Их свойства и графики. Задачи повышенной сложности на исследование функций и построение графиков.

Вопросы к зачету

1. Тождественные преобразования тригонометрических выражений. Тригонометрические уравнения и неравенства.
2. Уравнения и неравенства, содержащие обратные тригонометрические функции.
3. Методы решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств повышенной сложности.
4. Задания С3 Единого государственного экзамена.
5. Аксиомы и определения. Основные геометрические объемы и их свойства.
6. Вписанные и описанные многоугольники.
7. Подобие фигур на плоскости Геометрические построения на плоскости.
8. Аксиомы и определения стереометрии. Параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей.
9. Площади поверхностей и объемов многогранников. Тела вращения.
10. Площади поверхностей и объемов тел вращений.

19.3.2 Перечень практических заданий (примеры)

Индивидуальные задания по дисциплине «Практикум по решению задач повышенной сложности по математике» (составитель к.п.н., доцент Е.А. Позднова)

<u>Тождественное преобразование алгебраических выражений</u>

1. Упростить выражение:

$$\frac{a^2-3}{\sqrt{\left(\frac{a^2+3}{2a}\right)^2-3}}.$$

2. Упростить выражение:

$$\frac{\left(\sqrt{x}+\sqrt{2}\right)^2-\sqrt{2x}}{x^2+x-\sqrt{2x}+2}.$$

3. Упростить выражение:

$$\frac{\sqrt{11+\sqrt{3}}}{\sqrt{59}}\cdot\sqrt{4+\sqrt{5+\sqrt{3}}}\cdot\sqrt{3+\sqrt{5}+\sqrt{5+\sqrt{3}}}\cdot\sqrt{3-\sqrt{5+\sqrt{5+\sqrt{3}}}}$$

<u>Тождественное преобразование тригонометрических выражений (типовые примеры)</u>

1. Доказать тождество:

$$\frac{\cos 4x\cdot \operatorname{tg} 2x-\sin 4x}{\cos 4x\cdot \operatorname{ctg} 2x+\sin 4x}=-\operatorname{tg}^2 2x.$$

2. Доказать тождество:

$$4\sin\left(2\alpha-\frac{3\pi}{2}\right)\sin\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\alpha}{2}\right)\sin\left(\frac{\pi}{6}-\frac{\alpha}{2}\right)=\cos 6\alpha$$

3. Преобразовать в произведение: $2\cos^2 2\alpha+3\cos 4\alpha-3.$

<u>Прогрессии</u>

1. Найдите целое положительное число n из уравнения

$$(3+6+9+..+3(n-1))+\left(4+5{,}5+7+..+\frac{8+3n}{2}\right)=137$$

2. Пусть a_1 , a_2 ,...a_n – последовательные члены геометрической прогрессии, S_n - сумма еѐ n первых членов. Доказать, что $S_n = a_1 a_2 \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + ... + \frac{1}{a_n} \right)$.

3. Решить уравнение: $\frac{x-1}{x} + \frac{x-2}{x} + \frac{x-3}{x} + ... + \frac{1}{x} = 3$, где x – целое положительное число.

Алгебраические уравнения

1. Решить уравнение: $(x^2 - 6x)^2 - 2 \cdot (x-3)^2 = 81$.

2. Решить уравнение: $\left(x + \sqrt{x^2 - 1}\right)^5 \cdot \left(x - \sqrt{x^2 - 1}\right)^3 = 1$.

3. Решить систему уравнений: $\begin{cases} (x+y)^2 + 2x = 35 - 2y, \\ (x-y)^2 - 2y = 3 - 2x \end{cases}$.

Логарифмы. Показательные и логарифмические уравнения

1. Упростить выражение:

$$\left(x^{1 + \frac{1}{2 \cdot \log_4 x}} + 8^{\frac{1}{3 \cdot \log_{x^2} 2}} + 1 \right)^{\frac{1}{2}} .$$

2. Решить уравнение: $x^{2 \cdot \lg^2 x} = 10 \cdot x^3$.

3. Решить систему уравнений:

$y^{5x^2 - 51x + 10} = 1$

xy=15

Тригонометрические уравнения

1. Решить уравнение: $8\cos^4 x - 8\cos^2 x - \cos x + 1 = 0$

2. Решить уравнение:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) \cdot \frac{1 + \sin x}{\sin x} = \sqrt{2} \cdot \cos x$$

3. Решить уравнение: $4 \cdot (\sin x \cdot \cos^5 x + \cos x \cdot \sin^5 x) + \sin^3 2x = 1$

Неравенства

1. При каких значениях a квадратных трехчлен $ax^2 - 7x + 4a$ принимает отрицательные значения для любых действительных значений x?

2. Решить неравенство: $\sqrt{x^2 - 4x} > x - 3$.

3. Решить неравенство:

$$\frac{\log_2\left(\sqrt{4x+5} - 1\right)}{\log_2\left(\sqrt{4x+5} + 11\right)} > \frac{1}{2} .$$

Задачи по геометрии с применением тригонометрии

1. Основания равнобедренной трапеции равны a и b (a > b), угол при большем основании равен α. Найти радиус окружности, описанной около трапеции.

2. Отношение периметра ромба к сумме его диагоналей равно k. Найти углы ромба и допустимые значения k.

3. Угол между высотой и образующей конуса равен α. В конус вписана правильная треугольная призма; нижнее основание призмы лежит в плоскости основания конуса. Боковые грани призмы – квадраты. Найти отношение боковых поверхностей призмы и конуса.

Последовательности и прогрессии

1. В строку подряд написано 1000 чисел. Под каждым числом а первой строки напишем число, указывающее, сколько раз число а встречается в первой строке. Из полученной таким образом второй строки аналогично получаем третью: под каждым числом второй строки пишем, сколько раз оно встречается во второй строке. Затем из третьей строки так же получаем четвѐртую, из четвѐртой — пятую, и так далее.

а) Докажите, что некоторая строчка совпадает со следующей.

б) Докажите, что 11-я строка совпадает с 12-й.

в) Приведите пример такой первоначальной строчки, для которой 10-я строка не совпадает с 11-й.

2. Можно ли из последовательности 1, 1/2, 1/3, 1/4,… выделить арифметическую прогрессию

а) длиной 4; б) длиной 5; в) длиной k, где k — любое натуральное число?

3. В бесконечной возрастающей последовательности натуральных чисел каждое делится хотя бы на одно из чисел 1005 и 1006 , но ни одно не делится на 97. Кроме того, каждые два соседних числа отличаются не более, чем на k. При каком наименьшем k такое возможно?

4. Даны две последовательности: 2, 4, 8, 16, 14, 10, 2 и 3, 6, 12. В каждой из них каждое число получено из предыдущего по одному и тому же закону.

а) Найдите этот закон.

б) Найдите все натуральные числа, переходящие сами в себя (по этому закону).

в) Докажите, что число 21991 после нескольких переходов станет однозначным.

5. Дан прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами.

а) Могут ли стороны данного треугольника быть членами одной возрастающей геометрической прогрессии?

б) Докажите, что для любого натурального n большего 1, можно найти такие три числа, которые будут являться сторонами этого треугольника и членами одной арифметической прогрессии с разностью n.

Задачи на движение

1. Моторная лодка прошла против течения реки 255 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

2. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 200 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 15 км/ч, стоянка длится 10 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

3. Баржа в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 15 км от А. Пробыв в пункте В 1 час 20 минут, баржа отправилась назад и вернулась в пункт А в 16:00. Определите (в км/час) скорость течения реки, если известно, что собственная скорость баржи равна 7 км/ч.

4. Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути

со скоростью 24 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью, на 16 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

5. Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 98 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 7 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 7 часов. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.

6. Два велосипедиста одновременно отправились в 143-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 2 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 2 часа раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.

7. Моторная лодка прошла против течения реки 195 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 14 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

8. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 308 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 8 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 44 часа после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

9. От пристани А к пристани В, расстояние между которыми равно 182 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 1 час после этого следом за ним, со скоростью на 1 км/ч большей, отправился второй. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт В оба теплохода прибыли одновременно. Ответ дайте в км/ч.

10. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 30 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 30 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 1 час 20 минут позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

11. Пристани А и В расположены на озере, расстояние между ними равно 234 км. Баржа отправилась с постоянной скоростью из А в В. На следующий день после прибытия она отправилась обратно со скоростью на 4 км/ч больше прежней, сделав по пути остановку на 8 часов. В результате она затратила на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость баржи на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.

<u>Задачи на смеси и сплавы</u>

1. Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% никеля, второй - 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго сплава?

2. В сосуд, содержащий 180 г 70%-го водного раствора уксуса добавили 320 г воды. Найдите концентрацию уксусной кислоты в получившемся растворе.

3. Имеются два сплава, состоящие из золота и меди. В первом сплаве отношение масс золота и меди равно 8:3, а во втором - 12:5. Сколько килограммов золота и меди содержится в сплаве, приготовленном из 121 кг первого сплава и 255 кг второго сплава?

4. Смешали 10%-й раствор серной кислоты с 30%-м раствором той же кислоты. В результате получили 600 г 15%-го раствора серной кислоты. Сколько взяли того и другого раствора?

5. Смешав 40% и 15% растворы кислоты, добавили 3 кг чистой воды и получили 20% раствор кислоты. Если бы вместо 3 кг воды добавили 3 кг 80% раствора той же кислоты, то получили бы 50%-ый раствор кислоты. Сколько килограммов 40% -го и 15% растворов кислоты было смешано?

6. Сколько нужно добавить воды в сосуд, содержащий 150 г 70% -го раствора уксусной кислоты, чтобы получить 6 % раствор уксусной кислоты?

7. К 12 кг сплава меди и олова добавили 8 кг другого сплава, содержащего те же металлы в обратной пропорции, получив в итоге сплав, содержащий 55% меди. Сколько процентов меди было в каждом из исходных сплавов?

8. Раствор соли массой 40 кг разлили в два сосуда так, что во 2-ом сосуде чистой соли оказалось на 2 кг больше, чем в 1-ом. Если бы во 2-ой сосуд добавили ещѐ 1 кг соли, то количество соли в нѐ м стало бы вдвое больше, чем в 1-ом сосуде. Сколько раствора было в 1-ом сосуде?

9. Имеется два слитка золота с серебром. Процентное содержание золота в первом слитке 2,5 раза больше, чем процентное содержание золота во втором слитке. Если сплавить оба слитка вместе, то получится слиток, в котором будет 40% золота. Определить, во сколько раз первый слиток тяжелее второго, если известно, что при сплавке равных по весу частей первого и второго слитков получается слиток, в котором содержится 35% золота.

10. Имеется два раствора серной кислоты в воде: первый 40% и второй 60%. Эти растворы смешали, после чего добавили 5 кг чистой воды и получили 20%-ый раствор. Если бы вместо 5 кг чистой воды добавили 5 кг 80%-го раствора, то получили бы 70%-ый раствор. Сколько было 40%-го и 60%-го растворов?

<u>Задачи на работу</u>

1. Заказ на 110 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 1 деталь больше?

2. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за два дня выполняет такую же часть работы, какую второй — за три дня?

3. Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 2 минуты дольше, чем вторая труба заполняет резервуар объемом 99 литров?

4. На изготовление 16 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 40 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

5. Первая труба пропускает на 3 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 378 литров она заполняет на 3 минуты дольше, чем вторая труба?

6. Заказ на 153 детали первый рабочий выполняет на 8 часов быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 8 деталей больше?

7. На изготовление 459 деталей первый рабочий затрачивает на 10 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 567 деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 6 деталей больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

8. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 15 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за 2 дня выполняет такую же часть работы, какую второй — за 3 дня?

9. Десять работников должны были выполнить работу за 8 дней. Когда они проработали 2 дня, то оказалось, что закончить работу необходимо уже через 3 дня. Сколько еще нужно взять работников, если известно, что производительность труда работников одинаковая?

10. Студенческая бригада подрядилась выложить плиткой пол площадью 210 м 2 . Приобретая опыт, студенты в каждый последующий день, начиная со второго, выкладывали на 1,5 м 2 больше, чем в предыдущий, и запасов плитки им хватило ровно на 9 дней работы. Планируя, что производительность труда будет увеличиваться таким образом, бригадир определил, что для завершения работы понадобится еще 6 дней. Сколько коробок с плитками ему надо заказать, если одной коробки хватает на 1,3 м 2 , а для замены некачественных плиток понадобится 2 коробки?

Задачи на проценты и сложные проценты

1. В 2008 году в городском квартале проживало 20000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 9%, а в 2010 году — на 4% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?

2. В четверг акции компании подорожали на некоторое число процентов, а в пятницу подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 36% дешевле, чем при открытии торгов в четверг. На сколько процентов подорожали акции компании в четверг?

3. Восемь рубашек дешевле куртки на 2%. На сколько процентов двенадцать рубашек дороже куртки?

4. Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась втрое, общий доход семьи вырос бы на 108%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

5. Дима, Артем, Гриша и Игорь учредили компанию с уставным капиталом 150000 рублей. Дима внес 24% уставного капитала, Артем — 60000 рублей, Гриша

6. — 0,22 уставного капитала, а оставшуюся часть капитала внес Игорь. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли 600000 рублей причитается Игорю? Ответ дайте в рублях.

7. Акционерное общество «МММ-лимитед» объявило котировку своих акций на ближайшие 3 месяца с приростом в процентах последовательно по месяцам на 243 %, 412 % и 629 % по отношению к каждому предыдущему месяцу. Каков средний ежемесячный рост котировок акций за указанный период?

8. Себестоимость изделия понизилась за 1 полугодие на 10 %, а за второе – на 20 %. Определить первоначальную себестоимость изделия, если новая себестоимость стала 576 руб.

9. Пусть вкладчик положил на счет в банке 25000р. и в течение 3-х лет не будет снимать деньги со счета. Подсчитаем, сколько денег будет на счете вкладчика через 3 года, если банк выплачивает 30% в год, и проценты после каждого начисления присоединяются к начальной сумме 25000р., т.е. капитализируются.

10. Зарплата служащему составляла 20000р. Затем зарплату повысили на 20%, а вскоре понизили на 20%. Сколько стал получать служащий?

11. На товар снизили цену сначала на 20%, а затем еще на 15%. При этом он стал стоить 23,8 тыс.р. Какова была первоначальная цена товара?

12. Завод увеличивал объем выпускаемой продукции ежегодно на одно и то же число процентов. Найти это число, если известно, что за 2 года объем выпускаемой продукции увеличивался на 21%.

13. Цену товара первоначально понизили на 20%, затем новую цену снизили еще на 30% и, наконец, после пересчета произвели снижение на 50%. На сколько процентов всего снизили первоначальную цену товара?

Планиметрия

1. В окружность вписан четырехугольник ABCD, диагонали которого взаимно перпендикулярны и пересекаются в точке E. Прямая, проходящая через точку E и перпендикулярная к AB, пересекает сторону CD в точке M. Известно, что AD = 8, AB = 4, угол CDB равен 60 градусов. а) Докажите, что EM — медиана треугольника CED. б) Найдите длину EM.

2. Через вершины A и B треугольника ABC проведена окружность, касающаяся прямой BC, а через вершины B и C — другая окружность, касающаяся прямой AB. Продолжение общей хорды BD этих окружностей пересекает отрезок AC в точке E, а продолжение хорды AD одной окружности пересекает другую окружность в точке F. а) Доказать, что площади треугольников ABC и ABF равны. б) Найти отношение AE: EC, если AB = 5 и BC = 9.

3. Точки A, B, C лежат на окружности радиуса 2 с центром O, а точка K — на прямой, касающейся этой окружности в точке B, причем угол AKC равен 46°, а длины отрезков AK, BK, CK образуют возрастающую геометрическую прогрессию (в указанном порядке). а) Докажите, что углы ACK и AOK равны. б) Найдите расстояние между точками A и C.

4. В четырехугольнике ABCD, вписанном в окружность, биссектрисы углов A и B пересекаются в точке E, лежащей на стороне CD. Известно, что CD : BC = 3 : 2. а) Доказать, что расстояния от точки E до прямых AD и BC равны. б) Найти отношение площадей треугольников ADE и BCE.

5. В трапеции ABCD с боковыми сторонами AB = 8 и CD = 5 биссектриса угла B пересекает биссектрисы углов A и C в точках M и N соответственно, а биссектриса угла D пересекает те же две биссектрисы в точках L и K, причем точка L лежит на основании BC. а) Докажите, что прямая MK проходит через середину стороны AB. б) Найти отношение KL : MN, если LM : KN = 4 : 7.

6. В треугольнике ABC угол B прямой, точка M лежит на стороне AC, причем Величина угла ABM равна 60 градусам, BM = 8. а) Найдите величину угла BAC; б) Найдите расстояние между центрами окружностей, описанных вокруг треугольников BCM и BAM.

7. Прямая, параллельная основаниям BC и AD трапеции ABCD, пересекает боковые стороны AB и CD в точках M и N. Диагонали AC и BD пересекаются в точке O. Прямая MN пересекает стороны OA и OD треугольника AOD в точках K и L соответственно. а) Докажите, что MK = NL. б) Найдите MN, если известно, что BC = 3, AD = 8 и MK : KL = 1: 3.

8. Две окружности касаются друг друга внешним образом в точке A. Прямая, проходящая через точку A, пересекает первую окружность в точке B, а вторую — в точке C. Касательная к первой окружности, проходящая через точку B, пересекает вторую окружность в точках D и E (D лежит между B и E). Известно, что AB = 5, AC = 4. Точка O — центр окружности, касающейся отрезка AD и продолжений отрезков ED и EA за точки D и A соответственно. а) Докажите, что б) Найдите длину отрезка CE.

9. Через вершины B и C треугольника ABC проходит окружность, пересекающая стороны AB и AC соответственно в точках K и M. а) Доказать, что треугольники ABC и AMK подобны. б) Найти MK и AM, если AB = 2, BC = 4, CA = 5, AK = 1.

10. В выпуклом четырехугольнике KLMN точки A, B, C, D — середины сторон KL, LM, MN, NK соответственно. Известно, что KL = 3. Отрезки AC и BD.

11. пересекаются в точке O. Площади четырехугольников KAOD, LAOB и NDOC равны соответственно 6, 6 и 9. а) Докажите, что площади четырехугольников MCOB и NDOC равны. б) Найдите длину отрезка MN.

Стереометрия

1. Плоскость, проведенная через центр шара, вписанного в конус, параллельна плоскости основания конуса, делит объем конуса пополам. Найти угол при вершине осевого сечения конуса.
2. В треугольной пирамиде SABC все ребра равны друг другу. На ребре SA взята точка M такая, что SM = MA, на ребре SB — точка N такая, что SN : SB = 1 : 3. Через точки M и N проведена плоскость, параллельная медиане AD основания ABC. Найти отношение объема треугольной пирамиды, отсекаемой от исходной проведенной плоскостью, к объему пирамиды SABC.
3. Все грани треугольной пирамиды — равные равнобедренные треугольники, высота пирамиды совпадает с высотой одной из ее боковых граней. Найти объем пирамиды, если расстояние между наибольшими противоположными ребрами равно единице.
4. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна a. Боковое ребро образует с плоскостью основания угол 60°. Найдите радиус сферы, описанной около пирамиды.
5. В правильной треугольной пирамиде отношение бокового ребра к высоте пирамиды равно 2. Найдите отношение радиуса вписанного в пирамиду шара к стороне основания пирамиды.
6. Правильную четырехугольную пирамиду пересекает плоскость, проходящая через вершину основания перпендикулярно противоположному боковому ребру. Площадь получившегося сечения в два раза меньше площади основания пирамиды. Найдите отношение длины высоты пирамиды к длине бокового ребра

19.3.3 Тестовые задания

Не предусмотрены

19.3.4 Перечень заданий для контрольных работ по дисциплине «Практикум по решению задач повышенной сложности по математике»

Вариант 1

1. Решить уравнение:
$3sin^2 5x + 7\cos 5x - 3 = 0$;

2. Решить уравнение: $2^{\sqrt{3x-1}} = \left(\frac{1}{8}\right)^{x-1}$

3. Сколько мест могло быть в первом ряду. Во-первых, их не больше 40, так как сумма натуральных чисел от 1 до 41 равна 861. Во-вторых, их не меньше 40, так как сумма натуральных чисел от 1 до 39 равна 780, и даже после прибавления к ней 39, результат будет меньше 857. Значит в первом ряду ровно 40 мест. Теперь несложно определить, на какое место был продан лишний билет: 1 + … + 40 = 820;
857 – 820 =37

4. Хорда удалена от центра окружности на расстояние *h*. В каждый из двух сегментов круга, стягиваемый этой хордой, вписан квадрат так, что пара его соседних вершин лежит на хорде, а другая пара соседних вершин – на соответствующей дуге окружности.
Найдите разность длин сторон квадратов.

5. Первый член числовой последовательности равен 1, каждый из двух следующих равен 2, каждый из трех следующих за ними равен 3 и т.д.
Чему равен 2005-й член этой последовательности?

Вариант 2

1. Решить уравнение:

$cos^2x - 5sinx - 3=0.$

2. Решить уравнение: $\left(\frac{2}{3}\right)^{x-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^{3}$

3. Каждый из трѐх приятелей либо всегда говорит правду, либо всегда лжѐт. Им был задан вопрос: «Есть ли хотя бы один лжец среди двух остальных?» Первый ответил: «Нет», второй ответил: «Да». Что ответил третий?

4. Найти все натуральные числа, оканчивающиеся на 2006, которые после зачеркивания последних четырех цифр уменьшаются в целое число раз.

5. Вычислить сумму $a^{2006} + 1/a^{2006}$, если $a^2 - a + 1 = 0$.

Вариант 3

1.Решить уравнение: $2tg_2 3x\_3tg_3 x+1 = 0$

2. Решить уравнение: $2^{2x\ 1} + 4^{x\ 1} - (\frac{1}{+})^{3\ 2x} = \frac{19}{232}$

3. Кассир продал все билеты в первый ряд кинотеатра, причем по ошибке на одно из мест было продано два билета. Сумма номеров мест на всех этих билетах равна 857. На какое место продано два билета?

4. Вычислить сумму $a^{2006} + 1/a^{2006}$, если $a^2 - a + 1 = 0$.

5. Найти все натуральные числа, оканчивающиеся на 2006, которые после зачеркивания последних четырех цифр уменьшаются в целое число раз.

Вариант 4

1.Решть уравнение: $2cos^2x + 5\sin x - 4 = 0$

2. Найти *x*: $2^{3x+2} + 8^{x} = 320$

3. На острове Невезения отменили понедельники: у них за воскресеньем сразу следует вторник. За последний год (то есть, с 15 декабря 2002 года по 14 декабря 2003 года) воскресенья на острове совпадали с нашими воскресеньями ровно восемь раз. Какой день недели на острове сегодня?

4. Решите уравнение (x-2)(x-3)(x+4)(x+5) = 1320.

5.На плоскости дан отрезок AB. Где может быть расположена точка C, чтобы ABC был остроугольным?

19.3.5 Темы курсовых работ

Не предусмотрены

19.3.6 Темы рефератов

1. Делимость. Признаки делимости.
2. Приемы и методы решения задач с целочисленными величинами: разложение целого числа в сумму по степеням основания системы счисления; метод анализа делимости нацело, использование признаков делимости; метод анализа остатков; метод анализа последней цифры; метод замены переменных; метод оценок.
3. Иррациональные и действительные числа.
4. Степень с натуральными и целыми показателями и их свойства.
5. Числовые равенства и неравенства и их свойства.
6. Понятие факториала.
7. Бином Ньютона. Биномиальные коэффициенты.
8. Треугольник Паскаля.
9. Неравенство Коши.
10. Неравенства Бернулли.

11. Неравенство Коши-Буняковского.
12. Универсальные приемы и методы решения уравнений и неравенств.
13. Основные методы решения систем.
14. Задачи на движение.
15. Задачи на концентрацию и процентное содержание.
16. Задачи на работу и производительность труда.
17. Задачи на доли и проценты.
18. Числовые последовательности.
19. Метод математической индукции и его использование при доказательстве утверждений.
20. Квадратичная функция.
21. Степенная функция.
22. Показательная, логарифмическая и тригонометрические функции.
23. Тождественные преобразования тригонометрических выражений.
24. Основные геометрические объемы и их свойства.
25. Площади поверхностей и объемов многогранников.
26. Тела вращения. Площади поверхностей и объемов тел вращений.

Критерии оценки:

- **оценка «отлично»** выставляется за самостоятельно написанный реферат по теме; умение излагать материал последовательно и грамотно, делать необходимые обобщения и выводы;
- **оценка «хорошо»** ставится, если: реферат удовлетворяет в основном требованиям на оценку «отлично», но при этом имеет один из недостатков: в изложении: допущены небольшие пробелы, не исказившие содержание реферата; допущены один–два недочета при освещении основного содержания темы, исправленные по замечанию преподавателя; допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов, которые легко исправляются по замечанию преподавателя. В реферате может быть недостаточно полно развернута аргументация;
- **оценка «удовлетворительно»** ставится, если: неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала; имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, исправленные после замечаний преподавателя; студент не может применить теорию в новой ситуации;
- **оценка «неудовлетворительно»** ставится, если: не раскрыто основное содержание учебного материала; обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала; допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, которые не исправлены после нескольких замечаний преподавателя; нарушена логика в изложении материала, нет необходимых обобщений и выводов; недостаточно сформированы навыки письменной речи; реферат является плагиатом других рефератов более чем на 80%.

19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущий контроль успеваемости проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущий контроль успеваемости проводится в формах:

фронтальных опросов, математических диктантов, контрольных работ. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практическое задание, позволяющее оценить степень сформированности умений и навыков.

При оценивании используются количественные и качественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.