

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
Методика обучения математике

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Приступая к изучению учебной дисциплины, целесообразно ознакомиться с учебной программой дисциплины, электронный вариант которой размещён на сайте БФ ВГУ.

Это позволит обучающимся получить четкое представление о:

- перечне и содержании компетенций, на формирование которых направлена дисциплина;
- основных целях и задачах дисциплины;
- планируемых результатах, представленных в виде знаний, умений и навыков, которые должны быть сформированы в процессе изучения дисциплины;
- количестве часов, предусмотренных учебным планом на изучение дисциплины, форму промежуточной аттестации;
- количестве часов, отведенных на аудиторные занятия и на самостоятельную работу;
- формах аудиторных занятий и самостоятельной работы;
- структуре дисциплины, основных разделах и темах;
- системе оценивания учебных достижений;
- учебно-методическом и информационном обеспечении дисциплины.

Основными формами аудиторных занятий по дисциплине являются лекции и практические занятия, посещение которых обязательно для студентов.

Методические материалы для обучающихся по освоению теоретических вопросов дисциплины

№ п/п	Тема и	Рассматриваемые вопросы
1	Предмет методики преподавания математики	Содержание, цели, задачи методики преподавания математики. Ее история развития и современное состояние.
2	Цели обучения математике в школе	Цели обучения математике в школе (развивающие, воспитательные, обучающие). Значение школьного курса математики в общем образовании. Формирование научного мировоззрения, воспитание учащихся в процессе изучения математики.
3	Принципы дидактики в обучении математике	Различные классификации дидактических принципов. Основные принципы обучения математике.
4	Содержание школьного курса математики	Анализ школьных программ по математике V-XI классов. Проблемы преемственности в обучении математике. Внутрипредметные и межпредметные связи.
5	Методы обучения математике	Наблюдение и опыт. Сравнение, аналогия, обобщение, абстрагирование и конкретизация, анализ и синтез, индукция и дедукция в обучении математике. Репродуктивные и продуктивные методы обучения математике.
6	Использование ИКТ в обучении математике	Цели и задачи использования информационно-коммуникационных технологий в образовании. ИКТ в реализации информационных и информационно-деятельностных моделей в обучении. ИКТ в активизации познавательной деятельности учащихся.
7	Математические понятия, предложения, доказательства в школьном обучении. Язык и символика математики в школьном образовании.	Особенности математических понятий. Объем и содержание понятия. Виды определений понятий. Особенности формирования понятий на различных этапах обучения. Особенности математического языка. Математическая символика.
8	Задачи в обучении математике	Роль задач в обучении математике. Обучение приемам поиска решения задач. Обучение математике через задачи.
9	Алгоритмическая линия в школьном курсе математики	Обучение построению алгоритмов для различных классов задач.
10	Форма организации обучения математике	Специфика урока математики, его структура, типы уроков. Основные требования к уроку математики.
11	Дифференцированное	Методика обучения математики на профильном уровне.

	изучение курса математики	Предпрофильная подготовка. Индивидуальные особенности и способности школьников в контексте изучения курса математики.
12	Логическое строение школьного курса геометрии	Различные возможные подходы к построению школьного курса геометрии.
13	Элементы геометрии в V-VI классах	Цели, содержание, методика изучения геометрии в V-VI классах.
14	Урок математики как основная форма организации учебного процесса	Основные характеристики понятия «урок». Типология уроков. Структура уроков различных типов. Основные требования к уроку математики.
15	Технология формирования математических понятий	Этапы формирования понятия, их характеристика. Упражнения при формировании математических понятий. Типичные методические ошибки при изучении понятий.
16	Технология формирования математических умений	Психолого-педагогические требования к технологии формирования математических умений. Этапы формирования умения, их характеристика. Упражнения при формировании математических умений. Типичные методические ошибки при формировании умений.
17	Технология изучения теорем	Этапы изучения теоремы, их характеристика. Упражнения при организации изучения теорем. Типичные методические ошибки при изучении теорем.
18	Подготовка и проведение урока по математике	Конспект урока математики и методические требования к нему. Анализ конспектов уроков. Технология составления конспекта урока. Разработка конспекта урока по математике. Этапы подготовки к уроку. Проведение фрагментов уроков математики.
19	Анализ урока	Типы и виды анализа урока. Комбинированная схема анализа урока. Схема самоанализа урока. Анализ открытого урока.
20	Формы, способы и средства контроля и оценки знаний и умений учащихся	Контроль знаний, его цели и функции. Виды, формы и средства контроля. Оценка и отметка. Способы оценивания. Ошибки и недочёты. Подготовка, проведение и проверка результатов контрольной работы.
21	Самостоятельная работа учащихся на уроке	Виды самостоятельной работы учащихся на уроке. Организация самостоятельной работы учащихся.
22	Система тестов по математике	Функции теста. Достоинства и недостатки тестовой проверки знаний и умений учащихся. Виды тестов. Требования к тестам. Алгоритм составления тестов, его применение.
23	Использование мультимедийных технологий на уроках математики	Применение компьютерных презентаций в обучении математике. Использование интерактивной доски на уроках математики.
24	Нестандартные уроки математики	Виды нестандартных уроков. Разработка фрагментов нестандартных уроков математики.
25	Внеурочная работа по математике	Формы внеурочной работы. Внеклассная работа по математике: цели, содержание, виды. Формы внеклассной работы по математике. Математические кружки, вечера, факультативы, неделя математики. Разработка конспекта внеклассного мероприятия. Проведение фрагментов внеклассных мероприятий по математике. Формы внешкольной работы по математике. Формы проведения заочной работы.
26	Изучение числовых систем в школьном курсе математики	Числа. Натуральные числа и действия над ними. Обыкновенные и десятичные дроби. Положительные и отрицательные числа. Действия над ними. Рациональные числа. Действительные числа. Комплексные числа.
27	Математические выражения и тождественные преобразования	Математические выражения. Тождества. Тождественные преобразования и логические следования. Методика изучения различных видов тождественных преобразований.
28	Уравнения и неравенства в школьном курсе математики	Различные типы уравнений и неравенств в школьном курсе математики. Способы их решения на различных этапах обучения. Решение задач методом составления уравнений и неравенств. Системы уравнений в школьном курсе математики.
29	Изучение функций в	Различные трактовки понятия функции. Функциональная

	школьном курсе математики	пропедевтика в V-VI классах. Изучение элементарных функций: линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций. Числовые последовательности и прогрессии в школьном курсе математики.
30	Параллельность и перпендикулярность на плоскости	Взаимное расположение прямых на плоскости. Параллельность прямых на плоскости. Аксиома параллельности. Признаки и свойства параллельных прямых. Перпендикулярность прямых. Перпендикуляр и наклонная.
31	Геометрические фигуры в планиметрии и их свойства	Треугольники, четырехугольники. Многоугольники. Правильные многоугольники. Окружность и круг.
32	Производная и интеграл в школьном курсе математики	Понятие предела и непрерывности функции. Производная и интеграл. Производная и её приложения. Первообразная и интеграл. Простейшие дифференциальные уравнения в школьном курсе математики.
33	Геометрические фигуры в стереометрии и их свойства	Многогранники. Виды многогранников. Тела вращения. Развертки.
34	Геометрические построения в планиметрии и стереометрии	Элементарные геометрические построения. Особенности и методы решения задач на построение. Изображения многогранников. Сечения многогранников. Метод следов.
35	Параллельность и перпендикулярность в пространстве	Взаимное расположение прямых в пространстве. Параллельность прямых в пространстве. Признаки и свойства параллельных прямых. Перпендикулярность прямых. Перпендикуляр и наклонная.
36	Геометрические преобразования (на плоскости и в пространстве)	Изучение различных видов симметрий, параллельного переноса, поворота. Равенство фигур.
37	Геометрические векторы и координаты (на плоскости и в пространстве)	Методика изучения декартовых координат в курсе математики средней школы. Основные формулы. Использование координатного метода при решении задач. Различные подходы к определению понятия вектора. Изучение линейных операций над векторами. Скалярное произведение векторов. Использование векторного метода при решении задач и доказательстве теорем
38	Геометрические величины	Изучение длин, угловых величин, дуг, площадей и объемов
39	Элементы теории вероятностей и математической статистики в средней школе	Изучение элементов теории вероятностей и математической статистики в пропедевтическом курсе математики. Стохастическая линия в курсе алгебры
40	Углубленное изучение математики в средней школе. Исторический аспект	Основные этапы дифференциации российского образования
41	Возможности углубленного изучения математики в пропедевтическом курсе в 5 – 6 классах	Наглядная геометрия. Кружки по математике для младших школьников
42	Углубленное изучение курса алгебры в основной школе	Программа. Анализ учебников для углубленного изучения (авторы: Ю.Н. Макарычев, А.Г. Мордкович), анализ содержания теоретического материала учебников и системы задач. Задачник М.Л. Галицкого
43	Углубленное изучение курса геометрии в основной школе	Программа, учебники А.Д. Александрова «Геометрия, 8 – 9» для углубленного изучения геометрии
44	Углубленное изучение математики в старших классах	Профильное обучение. Программа, учебники для профильных классов авторов С.М. Никольского, Ю.М. Колягина, А.Б. Жижченко

45	Элективные курсы	Особенности построения. Примеры элективных курсов
46	Подготовка учащихся к сдаче ГИА и ЕГЭ по математике	Анализ материалов ГИА и ЕГЭ. Методика подготовки к итоговой аттестации по математике

Методика (греческое – путь) – раздел педагогики, исследующий закономерности обучения математики на определенном уровне её развития в соответствии с целями обучения, поставленными обществом. Впервые методика математики возникла в трудах швейцарского педагога Песталоцци. (1746-1827 г.г.), опубликовавшего в 1803 году работу «Наглядные учения о числе».

Цели обучения математике:

Устав гимназии 1804 г.

Учреждение Гимназий имѣетъ двоякую цѣль:
1) приготовленіе къ Университетскимъ наукамъ юношества, которое по склонности къ онымъ, или по званію своему, требующему дальнѣйшихъ познаній, пожелаетъ усовершенствовать себя въ Университетахъ;
2) преподаваніе наукъ, хотя начальныхъ, но полныхъ въ разсужденіи предметовъ ученія, тѣмъ, кои, не имѣя намѣренія продолжать оныя въ Университетахъ, пожелаютъ приобрести свѣденія, необходимыя для благо-воспитаннаго человѣка

Цели обучения математике

- Образовательные
- Развивающие
- Воспитательные

Цели изучения математики по ФГОС:

1) в направлении личностного развития

- развитие логического и критического мышления, культуры речи, способности к умственному эксперименту;
- формирование у учащихся интеллектуальной честности и объективности, способности к преодолению мыслительных стереотипов, вытекающих из обыденного опыта;
- воспитание качеств личности, обеспечивающих социальную мобильность, способность принимать самостоятельные решения;
- формирование качеств мышления, необходимых для адаптации в современном информационном обществе;
- развитие интереса к математическому творчеству и математических способностей;

Цели изучения математики по ФГОС:

2) в метапредметном направлении

- формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры, о значимости математики в развитии цивилизации и современного общества;
- развитие представлений о математике как форме описания и методе познания действительности, создание условий для приобретения первоначального опыта математического моделирования;
- формирование общих способов интеллектуальной деятельности, характерных для математики и являющихся основой познавательной культуры, значимой для различных сфер человеческой деятельности;

3) в предметном направлении

- овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми для продолжения обучения в старшей школе или иных общеобразовательных учреждениях, изучения смежных дисциплин, применения в повседневной жизни;
- создание фундамента для математического развития, формирования механизмов мышления, характерных для математической деятельности.

Цели изучения математики в 10-11 классах базового уровня

формирование представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, об идеях и методах математики;

развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, а также последующего обучения в высшей школе;

овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для изучения школьных естественнонаучных дисциплин на базовом уровне, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;

воспитание средствами математики культуры личности, понимания значимости математики для научно-технического прогресса, отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей.

Цели изучения математики в 10-11 классах профильного уровня

формирование представлений об идеях и методах математики; о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов;

овладение языком математики в устной и письменной форме, математическими знаниями и умениями, необходимыми для изучения школьных естественнонаучных дисциплин, продолжения образования и освоения избранной специальности на современном уровне;

развитие логического мышления, алгоритмической культуры, пространственного воображения, математического мышления и интуиции, творческих способностей, необходимых для продолжения образования и для самостоятельной деятельности в области математики и ее приложений в будущей профессиональной деятельности;

воспитание средствами математики культуры личности через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей; понимания значимости математики для научно-технического прогресса.

Принципы дидактики в обучении математике

- принцип научности;

- принцип доступности;
- принцип систематичности и последовательности;
- принцип наглядности;
- принцип прочности знаний;
- принцип индивидуализации обучения;
- принцип дифференциации обучения.

Содержание школьного курса математики

Содержание математического образования в основной школе

Основные разделы

арифметика;
алгебра;
функции;
вероятность и статистика;
геометрия.

Дополнительные разделы

логика и множества;
математика в историческом развитии.

Требования к результатам обучения

Результаты в личностном развитии:

- умение ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи, понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры;
- критичность мышления, умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта;
- представление о математической науке как сфере человеческой деятельности, об этапах ее развития, о ее значимости для развития цивилизации;
- креативность мышления, инициатива, находчивость, активность при решении математических задач;
- умение контролировать процесс и результат учебной математической деятельности;
- способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений.

Требования к результатам обучения

В метапредметном направлении:

- умение видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации в других дисциплинах, в окружающей жизни;
- умение находить в различных источниках информацию, необходимую для решения математических проблем, и представлять ее в понятной форме; принимать решение в условиях неполной и избыточной, точной и вероятностной информации;
- умение понимать и использовать математические средства наглядности (графики, диаграммы, таблицы, схемы и др.) для иллюстрации, интерпретации, аргументации;
- умение выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимать необходимость их проверки;
- умение применять индуктивные и дедуктивные способы рассуждений, видеть различные стратегии решения задач;
- понимание сущности алгоритмических предписаний и умение действовать в соответствии с предложенным алгоритмом;
- умение самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических проблем;
- умение планировать и осуществлять деятельность, направленную на решение задач исследовательского характера.

Требования к результатам обучения

В предметном направлении:

1. Умение работать с математическим текстом (структурирование, извлечение необходимой информации).
2. Владение базовым понятийным аппаратом:
 - развитие представлений о числе;
 - овладение символическим языком математики;
 - изучение элементарных функциональных зависимостей;
 - освоение основных фактов и методов планиметрии;
 - знакомство с простейшими пространственными телами и их свойствами;
 - формирование представлений о статистических закономерностях в реальном мире и о различных способах их изучения, об особенностях выводов и прогнозов, носящих вероятностный характер.
3. Овладение практически значимыми математическими умениями и навыками, их применение к решению математических и нематематических задач, предполагающее умение:
 - выполнять устные, письменные, инструментальные вычисления; проводить несложные практические расчеты с использованием при необходимости справочных материалов, калькулятора, компьютера;
 - выполнять алгебраические преобразования рациональных выражений, применять их для решения учебных математических задач и задач, возникающих в смежных учебных предметах.

Место учебных предметов в базовом учебном плане

Классы	Предметы математического цикла	Количество часов на ступени основного образования
5-6	Математика	350
7-9	Алгебра	315
	Геометрия	210
	Всего	875

Примерное тематическое планирование 7-9 класс

Неравенства (30 ч.)

- Числовые неравенства и их свойства. [Доказательство неравенств.]
- Неравенство с одной переменной. Равносильность неравенств. Линейные неравенства с одной переменной. Квадратные неравенства. [Примеры решения дробно-рациональных неравенств.] Системы неравенств с одной переменной.
- [Неравенство с двумя переменными. Графическая интерпретация неравенств и систем неравенств с двумя переменными.]

Виды деятельности учеников

- Формулировать свойства числовых неравенств, обосновывать их, опираясь на координатную прямую, и доказывать алгебраически; применять свойства неравенств в ходе решения задач.
- [Доказывать неравенства.]
- Распознавать линейные и квадратные неравенства. Решать линейные неравенства, системы линейных неравенств. Решать квадратные неравенства.
- [Изображать на координатной плоскости множества точек, задаваемые неравенствами с двумя переменными и их системами. Описывать алгебраически области координатной плоскости.] Приводить примеры использования отношений в практике.

Требования к уровню подготовки выпускников профильного уровня

знать/понимать

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике, для формирования и развития математической науки;
- идеи расширения числовых множеств как способа построения нового математического аппарата для решения практических задач и внутренних задач математики;
- значение идей, методов и результатов алгебры и математического анализа для построения моделей реальных процессов и ситуаций;

Требования к уровню подготовки выпускников базового уровня

знать/понимать

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности;
- вероятностный характер различных процессов окружающего мира.

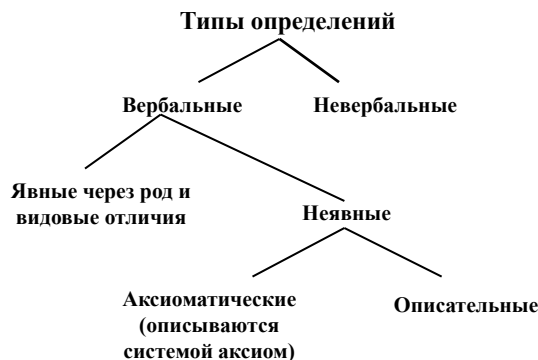
- возможности геометрии для описания свойств реальных предметов и их взаимного расположения;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности;
- различие требований, предъявляемых к доказательствам в математике, естественных, социально-экономических и гуманитарных науках, на практике;
- роль аксиоматики в математике; возможность построения математических теорий на аксиоматической основе; значение аксиоматики для других областей знания и для практики;
- вероятностный характер различных процессов и закономерностей окружающего мира.

Математические понятия, предложения и доказательства в школьном обучении

В традиционном обучении понятие рассматривается как форма абстрактного мышления, отражающая существенные признаки класса однородных предметов или отдельного предмета.

Так для понятия «параллелограмм» содержание будет представлено, например, такими свойствами: 1) Противоположные стороны равны; 2) Противоположные углы равны; 3) Диагонали в точке пересечения делятся пополам и т.д.

Объем понятия «параллелограмм» представлен множеством таких четырехугольников, как: 1) Параллелограммы; 2) Ромбы; 3) Прямоугольники; 4) Квадраты.



Классификация – систематическое распределение некоторого множества по классам, возникающее в результате последовательного деления.

Например, классификацию треугольников можно выполнить по двум основаниям: величине одного угла (при условии, что остальные острые) и равенству двух сторон.

Аксиома – математическое предложение, которое принимается без доказательств в рамках данной теории.

К аксиомам предъявляют следующие требования: непротиворечивость, полнота и независимость.

Трапецией называется четырехугольник у которого две стороны параллельны, а две остальные не параллельны.

Площадь простой фигуры – это положительная величина, численное значение которой обладает свойствами:

- 1) Равные фигуры имеют равные площади.
- 2) Если фигура разбивается на части, являющиеся простыми фигурами, в площадь этой фигуры равна сумме площадей её частей.
- 3) Площадь квадрата со стороной, равной единице измерения, равна единице.

В школьном курсе введения математических понятий осуществляется двумя основными методами:

- Конкретно-индуктивным;
- Абстрактно-дедуктивным.

Теорема - это математическое предложение (утверждение), истинность которого устанавливается с помощью доказательства в рамках данной теории.

Работа с теоремой включает в себя следующие этапы:

Первый этап – подготовительный, который подразумевает:

- актуализацию знаний;
- мотивацию необходимости изучения факта;
- подведение к теоретическому факту.

Второй этап – основной – включает:

- формулировку теоремы;
- работу с формулировкой;
- работу с доказательством;
- подведение итогов (основные идеи и теоретические факты, положенные в основу доказательства).

Третий этап – закрепление

Задачи в обучении математике

При обучении математике задачи имеют большое и многостороннее значение:

- Образовательное
- Практическое
- Развивающее
- Воспитательное

2. Задачи, формирующие само понятие

- **Например:** Является ли линейной функция, заданной формулой:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } y = 2x - 3; & \text{в) } y = \frac{x}{2} + 1; & \text{д) } y = x^2 - 3; \\ \text{б) } y = 7 - 9x; & \text{г) } y = \frac{2}{s} + 1; & \text{е) } y = \frac{10x - 7}{5}; \end{array}$$

1. Задачи, актуализирующие знания учащихся

- На шоссе расположены пункты А и В, удаленные друг от друга на 20 км. Мотоциклист выехал из пункта В в направлении, противоположном А, со скоростью 50 км/ч. За t ч мотоциклист проедет 50 t км и будет находиться от точки А на расстоянии $50t + 20$ км. Если обозначить буквой s расстояние (в километрах) мотоциклиста до пункта А, то зависимость этого расстояния от времени движения можно выразить формулой

$$S = 50t + 20, \quad \text{где } t \geq 0$$

- Ученик купил тетради по 3 р. За штуку и ручку за 5 р. Стоимость покупки зависит от числа тетрадей. Обозначим число купленных тетрадей буквой x , а стоимость покупки (в рублях) буквой y ,

Получим:

$$y = 3x + 5, \quad \text{где } x - \text{натуральное число.}$$

3. Задачи для овладения математической символикой.

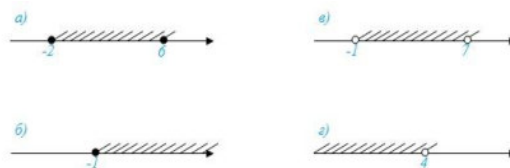
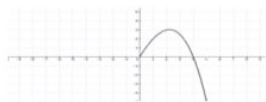


Рис. 35

4. Задания на формирование свойств понятия

Например: график чётной функции симметричен относительно Оу, график нечётной симметричен относительно начала координат, достройте график функции, если функция чётная и если нечётная).



- 5. Задания, связанные с изученным понятием.
- 6. Задания, связанные с формированием алгоритмов действий

Например: Например, решить систему уравнений методом подстановки:

$$\begin{cases} 3x + 7 = y, \\ -5x + 2y = 3. \end{cases}$$

- 7. Задачи на...

В процессе решения задачи выделяют четыре основных этапа работы:

1. Анализ текста задачи
2. Поиск решения задачи
3. Реализация плана решения с обоснованием
4. Проверка решения задачи и запись ответа.

Задачи классифицируют:

- по математическому содержанию: *арифметические, алгебраические, геометрические, тригонометрические, комбинаторные* и т. д.;
- по методу решения: *практические, арифметические, алгебраические, графические, геометрические, комбинированные*
- по характеру требований: задачи на *вычисление, доказательство, объяснение, преобразование, конструирование, построение* и т. д.;

Математическое моделирование состоит из следующих этапов:

- Составление математической модели
- Работа с математической моделью
- Интерпретация решения

Первый этап

	v, км/ч	t, ч	S, км
по озеру	x	2	2x
против течения	x - 3	3	3(x - 3)
по течению	x + 3	3,4	3,4(x + 3)

Так как расстояние, пройденное по озеру и против течения равно расстоянию,

• пройденному по течению, то составим и решим уравнение

$$2x + 3(x - 3) = 3,4(x + 3)$$

Второй этап:

- $2x + 3x - 9 = 3,4x + 10,2$
- $5x - 9 = 3,4x + 10,2$
- $5x - 3,4x = 10,2 + 9$
- $1,6x = 19,2$
- $x = 12$

Третий этап.

Значит, 12 км/ч - собственная скорость катера.
Ответ: 12 км/ч

Занимательные задачи

- Например:
- Если курица стоит на одной ноге, то она весит 2 кг. Сколько будет весить курица, если будет стоять на двух ногах?
- В одной семье 5 братьев. У каждого брата есть сестра. Сколько всего детей в этой семье?
- Как записать число 100 пятью тройками?
- Что тяжелее: 1 кг ваты или 1 кг железа?

Алгоритмическая линия в школьном курсе математики

Алгоритм – это точное и понятное предписание, указывающее, какие операции, и в какой последовательности надо осуществить с данными, чтобы решить любую задачу данного типа.

Свойства алгоритма:

- 1) массовость;
- 2) определенность;
- 3) детерминированность;
- 4) результативность.

Пример:

Найдите НОД(12,54)

Решение:

12: **1,2,3,4,6,12.**

54: **1,2,3,6,9,18,27,54.**

НОД(12,54)=6.

Пути обучения алгоритмам:

- 1) Давать учащимся алгоритм в готовом виде;
- 2) Гораздо более ценно, когда ученик открывает соответствующие алгоритмы сам или с помощью учителя;
- 3) Подбор учителем таких упражнений и задач в ходе решения, которых у учащихся будут формироваться нужные системы операций.

Этапы формирования алгоритма:

1. Введение алгоритма.
 - ▶ Актуализация знаний, необходимых для введения и обоснования алгоритма.
 - ▶ Открытие алгоритма учащимися под руководством учителя.
 - ▶ Формулировка алгоритма.
2. Усвоение
 - ▶ Отработка отдельных операций, входящих в алгоритм и усвоение их последовательности.
3. Применение алгоритма.
 - ▶ Отработка алгоритма в знакомой и незнакомой ситуациях.

Схема изучения конкретных видов алгоритма:

1. Рассмотреть конкретный пример, решение которого осуществляется по определенному алгоритму;
2. Совместно с учащимися выделить основные шаги изучаемого алгоритма;
3. Представить в общем виде изучаемый алгоритм.
4. Перейти к решению конкретных заданий по изучаемому алгоритму.

Пример:

$$\begin{array}{l}
 3x^4 \\
 + 1 \\
 \hline
 3x^4 + 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 x^2 - 2x + 3 \div x^2 - 2x + 3 \\
 y = x^2 - 2x + 3
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 x^2 - 2x + 3 \\
 y = x^2 - 2x + 3
 \end{array}$$

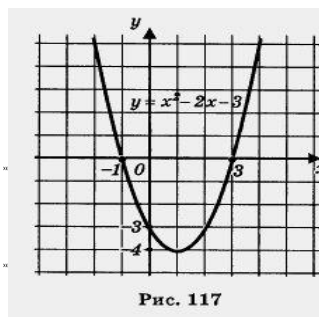


Рис. 117

Алгоритм решения квадратных неравенств графическим методом :

- 1) вводим функцию;
- 2) найти нули функции;
- 3) схематически изобразить функцию;
- 4) отметить промежутки знака постоянства;
- 5) выбрать промежутки, соответствующие данному неравенству.

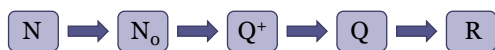
Электронно-образовательные ресурсы:

- ▶ http://fmf.gasu.ru/kafedra/algebra/1/elib/mpm_t/10.htm – формирование алгоритмической культуры учащихся;
- ▶ <http://inf1.info/algorithmbasics> – введение в понятие алгоритма;
- ▶ <http://festival.1september.ru/articles/602939/> – алгоритмы в математике.

Изучение числовых систем в школьном курсе математики

Схемы развития понятия числа

Историческая:



Логическая:



Некоторые методические особенности изучения натуральных чисел

Начальная школа:

- подход к общим понятиям на основе анализа конкретных фактов;
- сокращение числа формулировок для заучивания;
- усиленное внимание к выработке вычислительных навыков;
- стремление к наглядности;
- постоянное возвращение в задачи и теоретических вопросах к ранее изученному материалу.

Пятый класс:

- систематизация знаний с опорой на позиционное представление числа;
- усиление роли теоретических обоснований.

Некоторые методические особенности изучения дробных чисел

Начальная школа

Дробные числа вводятся через понятие «доли».

Пятый класс

Дробные числа вводятся через решение задач:

- измерение величины;
- разрешимость уравнений;
- выполнимость действий.

Подходы к проблеме порядка изучения десятичных и обыкновенных дробей

№	Подход	Обоснование
1	Сначала обыкновенные дроби, затем десятичные. (Петерсон Н.Г.)	Десятичные дроби не числовое множество, а форма записи дробей с частным видом знаменателей.
2	Сначала десятичные дроби, затем обыкновенные. (Гельфман Э.Г.)	В десятичных дробях сохраняется идея позиционности, что дает возможность переноса известных способов действий с натуральными числами на новые объекты, и они более удобны в расчетах.
3	Изучение обыкновенных и десятичных дробей чередуется. (Виленкин Н.Я.)	Обыкновенные дроби более универсальны, но десятичная форма дробей более проста для изучения.

Некоторые методические особенности изучения отрицательных чисел

- Отрицательные числа изучаются в 6 классе.
- Вводятся с помощью:
 - анализа ситуации, в которой действие вычитания невыполнимо;
 - рассмотрения величин, имеющих противоположный смысл;
 - характеристики изменения величин.
- Правила выполнения действий устанавливаются на основании решения содержательных задач.
- Математические формулировки правил опираются на понятие модуля числа.

Некоторые методические особенности изучения иррациональных чисел

- Иррациональные числа изучаются в 8 классе.
- Основа для введения иррациональных чисел:
 - задача измерения;
 - задача об извлечении корня:
 - *найти сторону квадрата, площадь которого равна 2.*
- Любая бесконечная десятичная периодическая дробь – иррациональное число, и наоборот.

Ключевые особенности методики изучения числовых систем

- Изучение понятия числа составляет базу для рассмотрения других разделов курса математики.
- Понятие числа постепенно развивается путем расширения множества N .
- Каждое расширение должно быть естественным.
- **Основные вопросы** при рассмотрении любой числовой системы: понятие числа, сравнение чисел, изучение действий и законов арифметических действий.
- **Первостепенная задача:** выработка прочных вычислительных навыков при изучении каждой числовой системы.

Предметные результаты по ФГОС

- Овладение базовым понятийным аппаратом;
- развитие представлений о числе и числовых системах от натуральных до действительных чисел;
- овладение навыками устных, письменных, инструментальных вычислений;
- умение применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин.

Математические выражения и тождественные преобразования

Виды выражений



- **Тождественно равными** выражениями называются два выражения, соответственные значения которых равны при любых допустимых значениях переменных.

- **Тождеством** называется равенство, верное при всех допустимых значениях переменных.

Способы доказательства

тождеств:

1. док-во $A=B$ $A=...=...=B$
2. док-во $B=A$ $B=...=...=A$
3. поочерёдно приравнивая, пока не получаем одно и то же выражение $A=...=C$ $B=...=C$
4. доказываем, что $A-B$ тождественно $=0$

Типичные ошибки

- **Смешение** правила умножения степеней с правилом возведения в степень ($6c^2 \cdot 3c^5$ приравнивают $6 \cdot 3 \cdot c^{2+5} = 18c^{10}$);
- **Распространение** правила умножения степеней одного основания на случай умножения степеней разных оснований ($2^5 \cdot 8^4$ считают равным 16^9);
- **Сложение** показательной степени при сложении степеней, т.е. смешение с правилом умножения степеней ($2^3 + 2^4$ заменяют на $2^{3+4} = 2^7$).
- **Неправомерное** применение распределительного закона ($(x+y)^2$ заменяют на $x^2 + y^2$).

Тождественные преобразования (ТП) в основной школе

- **ТП** дробных выражений
- **ТП** целых выражений
- **ТП** иррациональных выражений

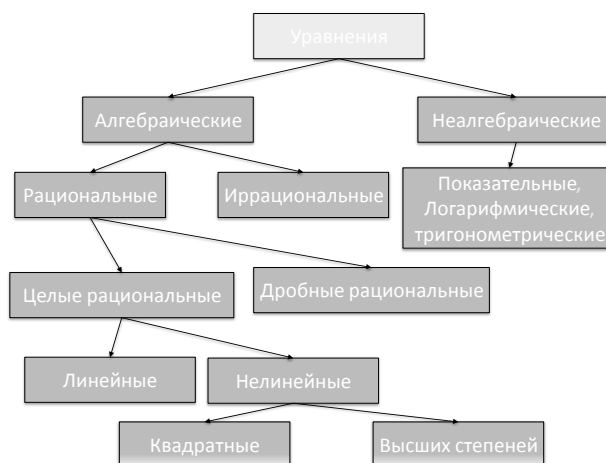
ТП целых выражений

- Преобразование степени с натуральным показателем.
- Преобразование одночленов.
- Преобразование многочленов.

Уравнения и неравенства в школьном курсе математики

Цели изучения:

- Познакомить учащихся со способами решения систем линейных уравнений с двумя переменными, выработать умения решать системы уравнений и применять их при решении текстовых задач;
- выработать умение решать квадратные уравнения, простейшие рациональные уравнения и применять их к решению задач;
- выработать умение решать линейные неравенства с одной переменной и их системы;
- выработать умение решать простейшие системы, содержащие уравнения второй степени с двумя переменными, и решать текстовые задачи с помощью составления таких систем.



$$x+3,7=2,9$$

$$x=2,9-3,7$$

$$x=-0,8$$

x – неизвестное первое слагаемое.

Чтобы найти неизвестное слагаемое,
нужно из суммы вычесть известное
слагаемое.

Понятия:

- уравнение;
- корень уравнения;
- равносильное уравнение;
- что значит решить уравнение.

Линейное уравнение

Уравнение вида $ax+b=0$, где x – переменная, a и b – некоторые числа называется линейным уравнением с одной переменной.

Корнем (решением) уравнения называется такое значение переменной, при котором уравнение превращается в верное числовое равенство.

Если $a=b=0$, то уравнение имеет бесконечно множество решений.

Если $a=0, b \neq 0$, то уравнение не имеет решений.

Если $a \neq 0$, то уравнение имеет единственное решение $x=-b/a$.

Квадратное уравнение

Уравнение вида $ax^2+bx+c=0$, где x – переменная, a, b и c – некоторые числа называется квадратным уравнением.

$D=b^2-4ac$ – дискриминант квадратного уравнения.

$D>0$ – уравнение имеет два корня.

$D=0$ – уравнение имеет один корень.

$D<0$ – корней нет.

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \quad \text{– общая формула вычисления корней.}$$

$x^2+px+q=0$ – приведенное квадратное уравнение

Теорема Виета для нахождения корней приведенного квадратного уравнения:

$$\begin{cases} x_1+x_2=-p \\ x_1 \cdot x_2=q \end{cases}$$

Дробно – рациональное уравнение

$$\frac{2x+7}{x^2+5x-6} + \frac{3}{x^2+9x+18} = \frac{1}{x+3}$$

$$\frac{2x+7}{(x+6)(x-1)} + \frac{3}{(x+6)(x+3)} - \frac{1}{x+3} = 0$$

$$\frac{x^2+11x+24}{(x+6)(x-1)(x+3)} = 0$$

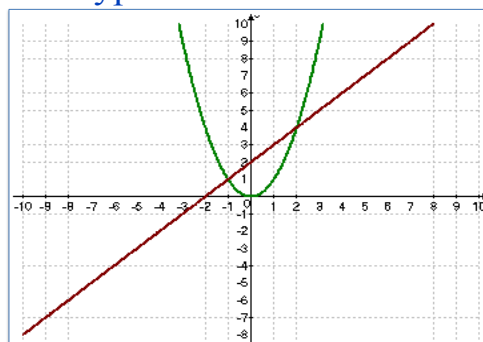
$$\begin{cases} x^2+11x+24=0 \\ (x+6)(x-1)(x+3) \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -8 \\ x = -3 \\ x \neq -6 \\ x \neq 1 \\ x \neq -3 \end{cases}$$

Ответ: -8.

Графический способ решения уравнения

$$\begin{aligned} x^2 - x - 2 &= 0 \\ x^2 &= x + 2 \\ y &= x^2 \\ y &= x + 2 \\ x_1 &= -1 \\ x_2 &= 2 \end{aligned}$$



Квадратное неравенство

Неравенства вида $ax^2+bx+c>0$, $ax^2+bx+c<0$, $ax^2+bx+c\leq 0$, $ax^2+bx+c\geq 0$, где a , b и c – некоторые числа и $a\neq 0$ называются квадратными неравенствами.

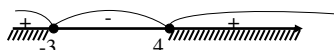
Метод интервалов

$$x^2 - x - 12 \geq 0$$

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$x_1 = -3$$

$$x_2 = 4$$



$$x \in (-\infty; -3] \cup [4; +\infty)$$

Простейшие тригонометрические уравнения

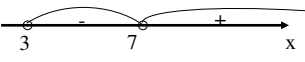
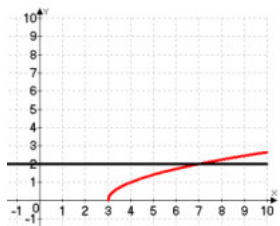
- $\sin x = a$, $x = (-1)^k \cdot \arcsin a + \pi n$
- $\sin x = 1$, $x = \pi/2 + 2\pi n$
- $\sin x = 0$, $x = \pi n$
- $\sin x = -1$, $x = -\pi/2 + 2\pi n$
- $\cos x = a$, $x = \pm \arccos a + 2\pi n$
- $\cos x = 0$, $x = \pi/2 + \pi n$
- $\cos x = 1$, $x = 2\pi n$
- $\cos x = -1$, $x = \pi + 2\pi n$
- $\operatorname{tg} x = a$, $x = \arctg a + \pi n$
- $\operatorname{tg} x = 0$, $x = \pi n$
- $\operatorname{ctg} x = a$, $x = \operatorname{arcc} \operatorname{ctg} a + \pi n$
- $\operatorname{ctg} x = 0$, $x = \pi/2 + \pi n$

Иррациональное уравнение

$$\begin{aligned} \sqrt{3x+7} &= x-7 & x^2 - 17x + 42 &= 0 \\ \begin{cases} 3x+7 = (x-7)^2 \\ x-7 \geq 0 \end{cases} & & \begin{cases} x_1 = 14 \\ x_2 = 3 \end{cases} \\ \begin{cases} 3x+7 = x^2 - 14x + 49 \\ x \geq 7 \end{cases} & & x_2 \text{ не удовле словию} \\ \begin{cases} x^2 - 17x + 42 = 0 \\ x \geq 7 \end{cases} & & \begin{cases} x - 7 \geq 0 \\ \text{ответ : 14} \end{cases} \end{aligned}$$

В результате обучения учащиеся должны знать и уметь:

- Проводить доказательные рассуждения о корнях уравнения с опорой на определение корня;
- распознавать линейные, квадратные, целые и дробные уравнения;
- решать линейные, квадратные уравнения, а также уравнения, сводящиеся к ним;
- исследовать квадратные уравнения по дискриминанту и коэффициентам;
- определять, является ли пара чисел решением данного уравнения с двумя переменными;
- приводить примеры решений уравнений с двумя переменными;
- формулировать свойства числовых неравенств, применять свойства неравенств в ходе решения задач;
- распознавать линейные и квадратные неравенства, решать линейные неравенства, системы линейных неравенств, решать квадратные неравенства, используя графические представления.

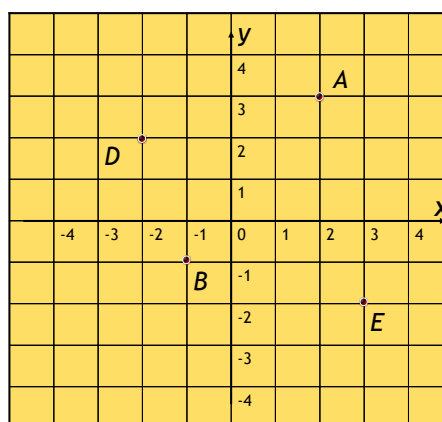
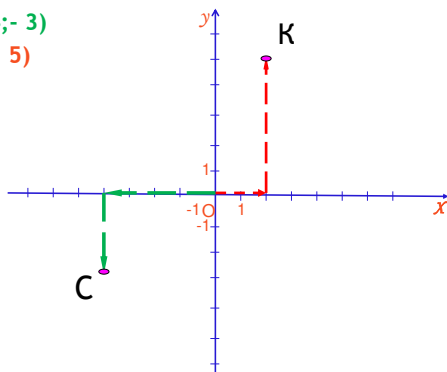
Алгебраический способ	Графический способ
Решим неравенство методом интервалов $\sqrt{x-3}-2>0$ Уравнение $\sqrt{x-3}-2=0$ имеет корень $x-3=4 \Rightarrow x=7$ Т.к. $x-3 \geq 0$ как подкоренное выражение, то $x \geq 3$  Решением нашего неравенства является интервал $(7; +\infty)$ Ответ: $x \in (7; +\infty)$	Рассмотрим два графика $y = \sqrt{x-3}$ и $y = 2$  График функции $y = \sqrt{x-3}$ выше графика функции $y = 2$ при $x \in (7; +\infty)$

Изучение функций в школьном курсе математики

ПРОПЕДЕВТИЧЕСКИЙ ЭТАП

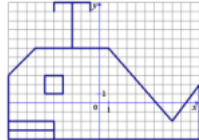
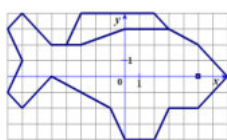
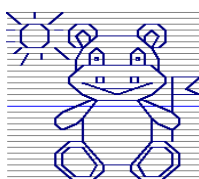
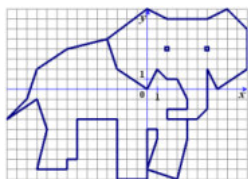
C (-4; -3)

K (2; 5)



A (2; 3)
B (-1; -1)
D (-2; 2)
E (3; -2)

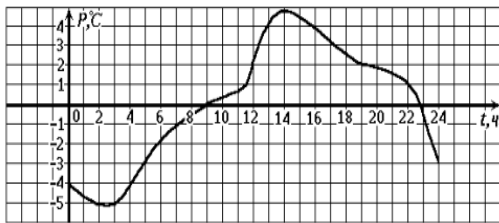
ПРОПЕДЕВТИЧЕСКИЙ ЭТАП



ПРОПЕДЕВТИЧЕСКИЙ ЭТАП

Заполнение таблицы вида: $c=3a+b$

a	b	c
2	-3	
-1	4	



На рисунке изображен график температуры воздуха в течении суток

ОСНОВНАЯ ШКОЛА

Функция – это зависимость переменной y от переменной x , при которой каждому значению переменной x соответствует единственное значение переменной y .

x – независимая переменная или аргумент

y – зависимая переменная или значение функции

Область определения функции – все значения независимой переменной x .

Обозначение: $D(f)$

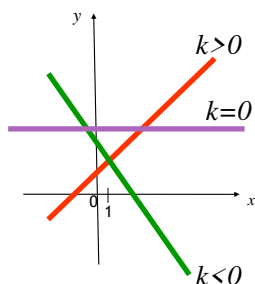
Область значений функции – все значения зависимой переменной y .

Обозначение: $E(f)$

ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ

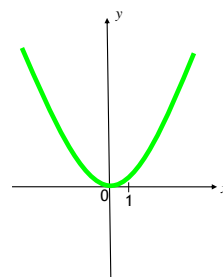
Функция вида $y = kx + b$

1. $D(f) = R$;
2. $E(f) = R$;
3. Графиком функции является прямая.



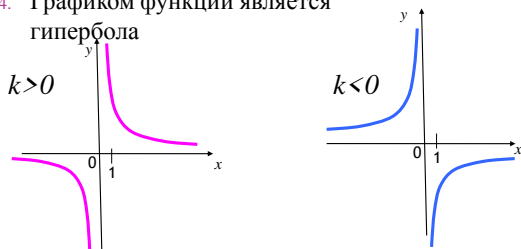
КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ ВИДА $y = x^2$

1. $D(f) = R$;
2. $E(f) = [0; \infty)$;
3. Графиком функции является парабола.



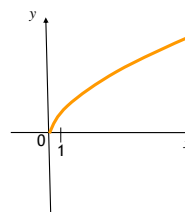
ОБРАТНАЯ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ

1. Функция вида $y = \frac{k}{x}$ $k \neq 0$;
2. $D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$;
3. $E(f) = (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$;
4. Графиком функции является гиперболоа



ФУНКЦИЯ $y = \sqrt{x}$

1. Функция вида $y = \sqrt{x}$;
2. $D(f) = [0; \infty)$;
3. $E(f) = [0; \infty)$;
4. Графиком функции является ветвь параболы.



ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ КВАДРАТИЧНОЙ ФУНКЦИИ

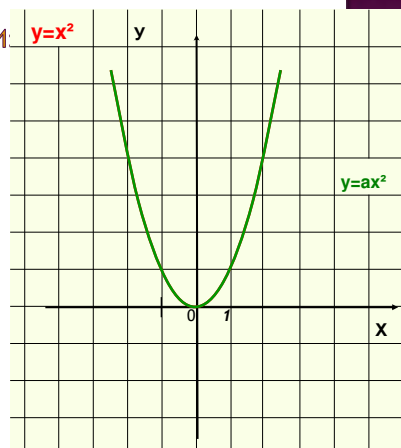
Последовательность рассмотрения частных видов квадратичной функции:

1. $y = x^2$,
2. $y = ax^2$, $a \neq 0$,
3. $y = x^2 + m$,
4. $y = (x - m)^2$,
5. $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ГРАФИКА ФУНКЦИИ

$$y = ax^2$$

$$a > 1$$



РЕШИТЕ УРАВНЕНИЕ ГРАФИЧЕСКИМ МЕТОДОМ:

$$-x^2 - 2x + 3 = 0$$

$$-x^2 = 2x - 3$$

Квадратичная
функция

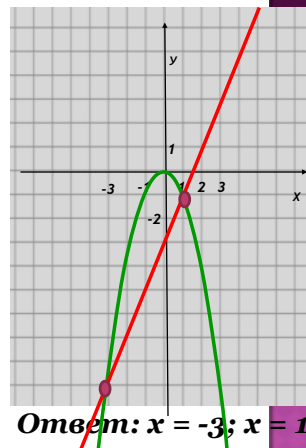
Линейная
функция

$y = -x^2$ – квадратичная функция, графиком является парабола, ветви которой направлены вниз

x	-2	-1	0	1
y	-4	-1	0	-1

$y = 2x - 3$ – линейная функция, графиком является прямая

x	1	-1
y	-1	-5

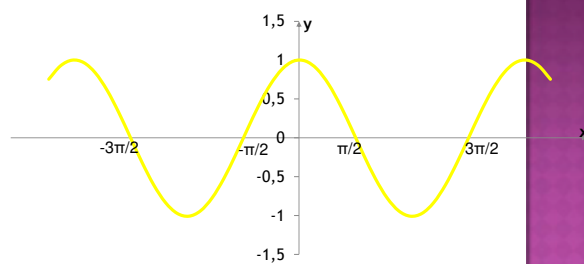


Ответ: $x = -3$; $x = 1$

СТАРШАЯ ШКОЛА

- Тригонометрические
- Показательные
- Логарифмические

Линию, служащую графиком функции $y = \cos x$, называют **синусоидой** (косинусоидой).



Свойство 1. $D(y) = (-\infty; +\infty)$.

Свойство 2. $y = \cos x$ - четная функция.

Свойство 3. Функция $y = \cos x$ убывает на отрезке $[2\pi k; \pi + 2\pi k]$ и возрастает на отрезке $[\pi + 2\pi k; 2\pi + 2\pi k]$, где $k \in \mathbb{Z}$.

Свойство 4. Функция ограничена и сверху и снизу $(-1 \leq \cos t \leq 1)$.

Свойство 5. $y_{\text{наим}} = -1$; $y_{\text{наиб}} = 1$.

Свойство 6. Функция $y = \cos x$ периодическая, ее основной период равен 2π .

Свойство 7. $y = \cos x$ - непрерывная функция.

Свойство 8. $E(y) = [-1; 1]$.

Свойство 9. Функция выпукла вверх на отрезке $[-0,5\pi + 2\pi k; 0,5\pi + 2\pi k]$, выпукла вниз на отрезке $[0,5\pi + 2\pi k; 1,5\pi + 2\pi k]$, где $k \in \mathbb{Z}$.

СХЕМА ИССЛЕДОВАНИЯ ФУНКЦИИ

Алгоритм исследования функции с помощью производной и построение графика функции

1. Область определения функции,
2. Множество значений функции,
3. Четность,
4. Периодичность,
5. Критические и стационарные точки,
6. Монотонность функции,
7. Экстремумы функции,
8. Таблица исследования функции,
9. Таблица дополнительных точек для построения графика

ТЕМА: ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ И ЕЁ ГРАФИК

Цели:

1. Формирование понятия линейной функции.
2. Формирование графических умений учащихся связанных с линейной функцией.

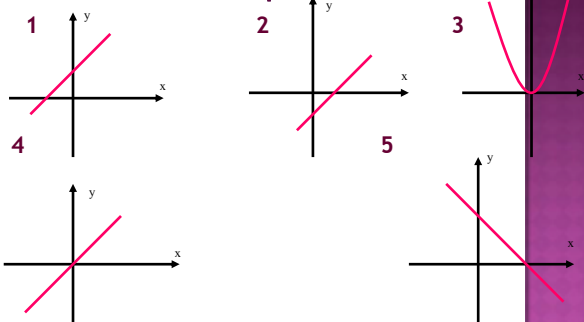
Решите кроссворд, обратите внимание на выделенное слово.

1. Один из способов задания функции.
2. Координата x на координатной плоскости.
3. Независимая переменная.
4. Равенство, верное при любых значениях переменных.
5. Название уравнения, имеющего вид $ax=b$, где a и b - числа, x - переменная.
6. Значение переменной, при котором уравнение обращается в верное равенство.
7. Множество всех точек координатной плоскости, абсциссы которых равны значениям аргумента, а ординаты соответствующим значениям функции.
8. Зависимость одной переменной от другой.



Задание № 1

ГРАФИК КАКОЙ ФУНКЦИИ ЛИШНИЙ?



ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Функция вида $y = kx + b$, где k и b числа, а x и y переменные, называется линейной функцией.

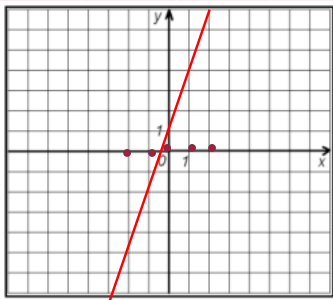
x – независимая переменная (аргумент)

y – зависимая переменная (функция)

Графиком линейной функции $y = kx + b$ является **прямая** линия

x	-2	-1	0	1	2
y	-5	-2	1	4	7

$$y = 3x + 1$$



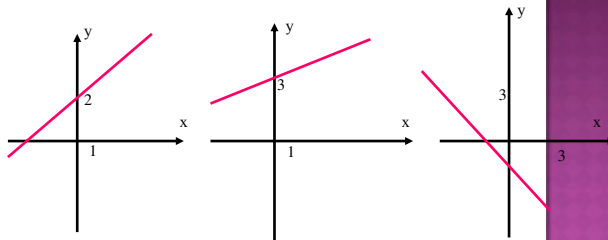
Задание № 2

УЧЕНИК ДОПУСТИЛ ОШИБКУ ПРИ ПОСТРОЕНИИ ГРАФИКА ОДНОЙ ФУНКЦИИ. НА КАКОМ РИСУНКЕ?

1. $y = 0,5x + 2$

2. $y = 1,5x$

3. $y = -x - 1$



Задание №3

- ⊙ Назвать функции, графики которых
- а) параллельны;
- б) пересекаются в одной точке; назвать эту точку.
- в) совпадают.

- ⊙ 1. $y = -2x - 1$; $y = -2x + 5$;
- ⊙ 2. $y = -0,5x$; $y = 0,5x - 3$;
- ⊙ 3. $y = -x - 4$; $y = -x - 4$;

Задание № 4

Задать формулой функцию, график которой параллелен прямой $y = -8x + 11$ и проходит через начало координат

- 1. $y = -8x + 1$
- 2. $y = -8x$
- 3. $y = 8x$
- 4. $y = 11x$

УЧАЩИЕСЯ ДОЛЖНЫ:

- понимать, что функция – это математическая модель, позволяющая описывать и изучать разнообразные зависимости между реальными величинами, что конкретные типы функций описывают большое разнообразие реальных зависимостей;
- правильно употреблять функциональную терминологию (значение функции, аргумент, график функции, область определения, возрастание и др.) и символику; понимать её при чтении текста, в речи учителя, в формулировке задач;
- находить значение функций, заданных формулой, таблицей, графиком, решать обратную задачу;
- находить по графику функции промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства, находить наибольшее и наименьшее значения;
- строить графики функций – линейной, прямой и обратной пропорциональностей, квадратичной функции;
- интерпретировать в несложных случаях графики реальных зависимостей между величинами, отвечая на поставленные вопросы.

ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. Линейная функция и её график. Презентация.

<http://www.uchportal.ru/load/25-1-0-10713>

2. Бенефис линейной функции. Урок-игра с презентацией.

<http://www.uchhortal.ru/load/25-1-0-1842>

3. Линейная функция, прямая и обратная пропорциональность. Презентация.

<http://www.uchportal.ru/load/25-1-0-1670>

Параллельность и перпендикулярность на плоскости

Цели изучения

изучение взаиморасположения прямых и плоскостей

актуализация и обобщение опыта

обоснование свойств фигур

развитие образного и логического мышления

знакомство с историей геометрии как науки

введение правил изображения пространственных фигур на плоскости

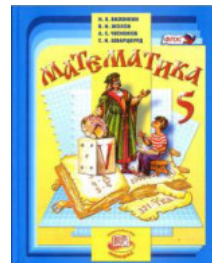
реализация внутрипредметных и межпредметных связей

Курс математики 5-6 класса

Понятие прямого угла

Определение

- Прямым углом называют половину развернутого угла



Математика. 5 класс: учеб. для учащихся общеобразоват. учреждений, / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд. – 31-е изд., стер. – М.: Мнемозина, 2013.-280 с.: ил.

Понятие перпендикулярных и параллельных прямых

Определение

- Две прямые, образующие при пересечении прямой угол, называют **перпендикулярными**

Определение

- Две непересекающиеся прямые на плоскости называются **параллельными**



Математика. 6 класс: учеб. для учащихся общеобразоват. учреждений, / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд. – 30-е изд., стер. – М.: Мнемозина, 2013.-288 с.: ил.

Курс математики 5-6 класса

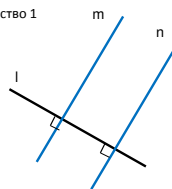
Свойство 1

- Если две прямые в плоскости перпендикулярны третьей прямой, то они параллельны

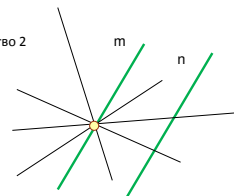
Свойство 2

- Через каждую точку плоскости, не лежащую на данной прямой, можно провести только одну прямую, параллельную данной прямой

Свойство 1



Свойство 2



Курс планиметрии 7-9 класса

Определение. Две прямые на плоскости называются параллельными, если они не пересекаются (т.е. нет общих точек).

Аксиома параллельности

Погорелов А.В.	Атанасян Л.С.
Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести на плоскости не более одной прямой, параллельной данной.	Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, параллельная данной.

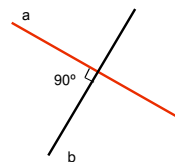
Курс планиметрии 7-9 класса

Определение

- Две прямые называются **перпендикулярными**, если они пересекаются под прямым углом

Теорема

- Через каждую точку прямой можно провести перпендикулярную ей прямую, и только одну.



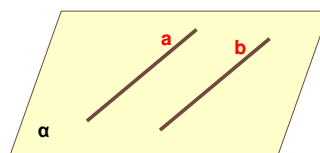
Курс стереометрии 10-11 класса



Основные определения и теоремы темы «Параллельность прямых и плоскостей»

Определение

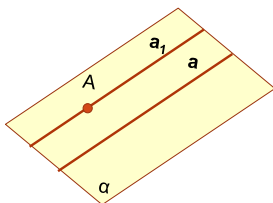
- Две прямые в пространстве называются **параллельными**, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются



Основные определения и теоремы темы «Параллельность прямых и плоскостей»

Теорема

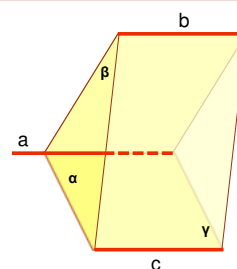
- Через точку вне данной прямой можно провести прямую, параллельную этой прямой, и притом только одну



Основные определения и теоремы темы «Параллельность прямых и плоскостей»

Признак параллельности прямых

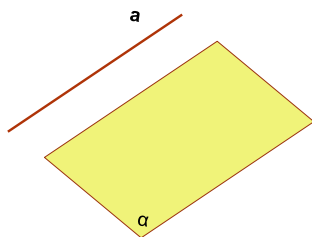
- Две прямые, параллельные третьей прямой, параллельны



Основные определения и теоремы темы «Параллельность прямых и плоскостей»

Определение

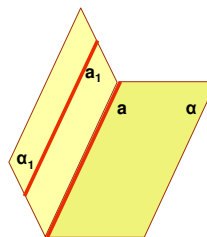
- Прямая и плоскость называются **параллельными**, если они не пересекаются



Основные определения и теоремы темы «Параллельность прямых и плоскостей»

Признак параллельности прямой и плоскости

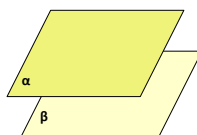
- Если прямая, не принадлежащая плоскости, параллельна какой-нибудь прямой в этой плоскости, то она параллельна и самой плоскости



Основные определения и теоремы темы «Параллельность прямых и плоскостей»

Определение

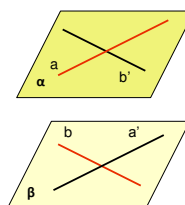
- Плоскости называются **параллельными**, если они не пересекаются



Основные определения и теоремы темы «Параллельность прямых и плоскостей»

Признак параллельности плоскостей

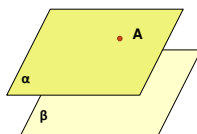
- Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.



Основные определения и теоремы темы «Параллельность прямых и плоскостей»

Теорема (существование плоскости, параллельной данной плоскости)

- Через точку вне данной плоскости можно провести плоскость, параллельную данной, и притом только одну

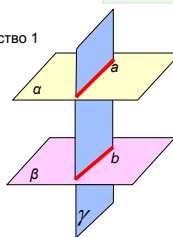


Основные определения и теоремы темы «Параллельность прямых и плоскостей»

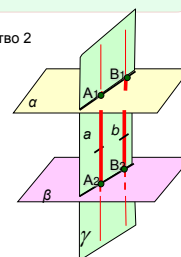
Свойства параллельных плоскостей

- Если две параллельные плоскости пересекаются третьей, то прямые пересечения параллельны
- Отрезки параллельных прямых, заключенные между двумя параллельными плоскостями, равны

Свойство 1



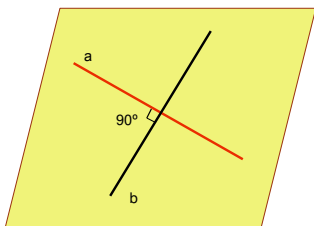
Свойство 2



Основные определения и теоремы темы «Перпендикулярность прямых и плоскостей»

Определение

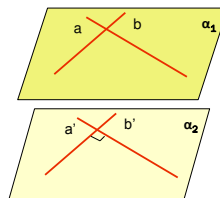
- Две прямые называются **перпендикулярными**, если они пересекаются под прямым углом



Основные определения и теоремы темы «Перпендикулярность прямых и плоскостей»

Теорема

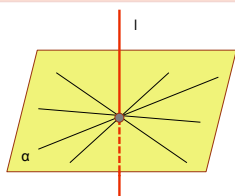
- Если две пересекающиеся прямые параллельны соответственно двум перпендикулярным прямым, то они тоже перпендикулярны



Основные определения и теоремы темы «Перпендикулярность прямых и плоскостей»

Определение

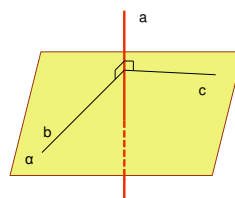
- Прямая, пересекающая плоскость, называется **перпендикулярной** этой плоскости, если она перпендикулярна любой прямой, которая лежит в этой плоскости и проходит через точку пересечения



Основные определения и теоремы темы «Перпендикулярность прямых и плоскостей»

Признак перпендикулярности прямой и плоскости

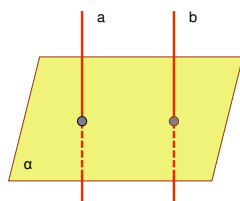
- Если прямая перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна данной плоскости



Основные определения и теоремы темы «Перпендикулярность прямых и плоскостей»

Свойства перпендикулярных прямой и плоскости

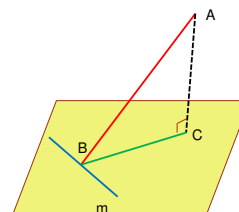
- Если плоскость перпендикулярна одной из двух параллельных прямых, то она перпендикулярна и другой
- Две прямые, перпендикулярные одной и той же плоскости, параллельны



Основные определения и теоремы темы «Перпендикулярность прямых и плоскостей»

Теорема о трех перпендикулярах

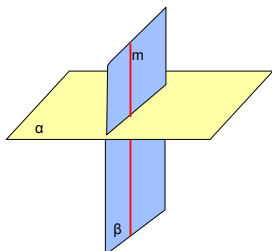
- Если прямая, проведенная на плоскости через основание наклонной, перпендикулярна ее проекции, то она перпендикулярна наклонной



Основные определения и теоремы темы «Перпендикулярность прямых и плоскостей»

Признак перпендикулярности плоскостей

- Если плоскость проходит через прямую, перпендикулярную другой плоскости, то эти плоскости перпендикулярны



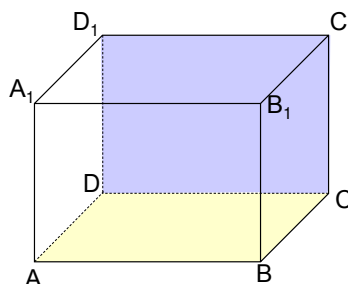
Фрагмент урока по теме «Перпендикулярность прямых и плоскостей»

Проверка теоретических знаний

- Верно ли утверждение: если две прямые в пространстве перпендикулярны к третьей прямой, то эти прямые параллельны?
- Прямая **a** параллельна плоскости, а прямая **b** перпендикулярна к этой плоскости. Верно ли утверждение: прямые **a** и **b** взаимно перпендикулярны?
- Могут ли две плоскости, каждая из которых перпендикулярна к третьей плоскости быть перпендикулярны плоскостям?
- Сколько двугранных углов имеет параллелепипед?
- Сформулируйте признак перпендикулярности прямой и плоскости.

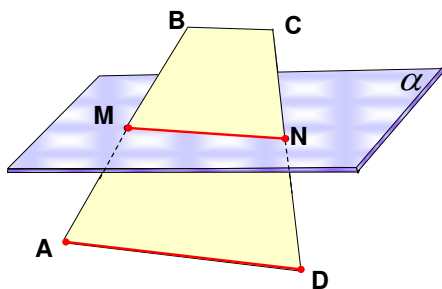
Решение задач

Назовите прямые, перпендикулярные выделенным плоскостям



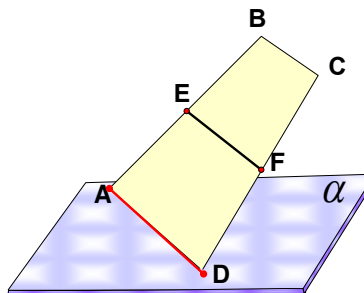
Решение задач

Плоскость α проходит через середины боковых сторон AB и CD трапеции $ABCD$ – точки M и N . Докажите, что $AD \parallel \alpha$. Найдите BC , если $AD=10$ см, $MN=8$ см.



Решение задач

Плоскость α проходит через основание AD трапеции $ABCD$. Точки E и F – середины отрезков AB и CD соответственно. Докажите, что $EF \parallel \alpha$



Математический диктант

Закончите предложения. Сделайте рисунок.

Две прямые называются перпендикулярными, если...

Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если...

Прямая перпендикулярна плоскости, если она...

Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к третьей прямой, то ...

Через данную точку пространства можно провести прямую, ей перпендикулярную, и притом...

Математический диктант

Закончите предложения. Сделайте рисунок.

Все прямые, проходящие через данную точку прямой и перпендикулярные к этой прямой, лежат в ...

Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна плоскости, то...

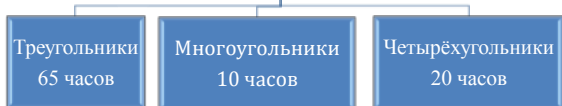
Две прямые, перпендикулярные одной и той же плоскости,...

Если плоскость перпендикулярна одной из двух параллельных прямых, то..

Если две плоскости перпендикулярны прямой, то они...

Геометрические фигуры в планиметрии и их свойства

Многоугольники



Четырёхугольники

Основное содержание по теме:

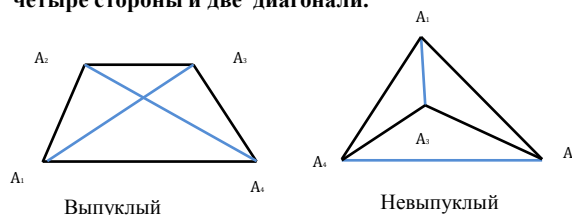
- Четырёхугольник, параллелограмм, теоремы о свойствах сторон, углов и диагоналей, параллелограмм и его признаки.
- Прямоугольник, теорема о равенстве диагоналей прямоугольника.
- Ромб, теорема о свойстве диагоналей.
- Квадрат. Трапеция, средняя линия трапеции. Равнобедренная трапеция.

Характеристика основных видов деятельности ученика

- Формулировать определения параллелограмма, прямоугольника, квадрата, ромба, трапеции равнобедренной прямоугольной трапеции.
- Решать задачи на построение, доказательство и вычисления.
- Моделировать условие задачи с помощью чертежа или рисунка, проводить дополнительные построения в ходе решения.
- Выделять на чертеже конфигурации, необходимые для проведения обоснований логических шагов решения.

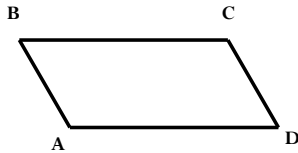
Четырёхугольники

Каждый четырёхугольник имеет четыре вершины, четыре стороны и две диагонали.



Параллелограмм

Определение: Параллелограммом называется четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.



Свойства:

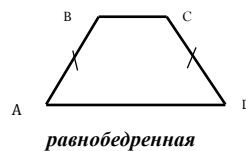
- 1 . В параллелограмме противоположные стороны равны и противоположные углы равны.
- 2 . Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.

Признаки

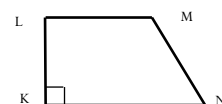
- 1 . Если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник— параллелограмм.
- 2 . Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырехугольник— параллелограмм.
- 3 . Если в четырехугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник — параллелограмм.

Трапеция

Определение: Трапецией называется четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие стороны не параллельны



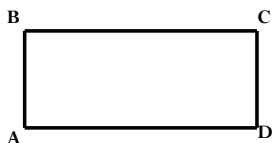
равнобедренная



прямоугольная

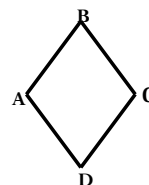
Прямоугольник

Определение: Прямоугольником называется параллелограмм, у которого все углы прямые.



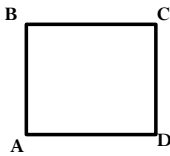
Ромб

Определение: Ромбом называется параллелограмм, у которого все стороны равны.



Квадрат

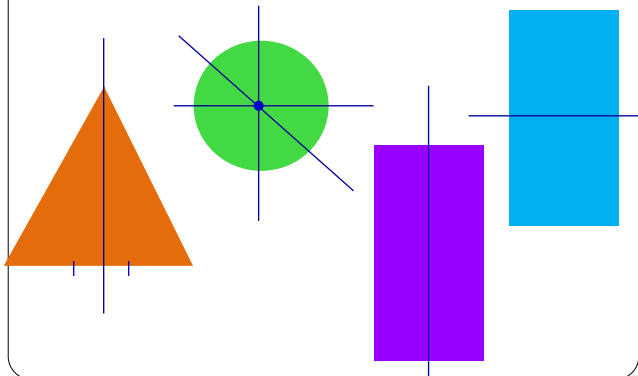
Определение: Квадратом называется прямоугольник, у которого все стороны равны.



Осевая и центральная симметрии

Определение: Фигура называется симметричной относительно прямой, если для каждой точки фигуры симметричная ей точка относительно прямой также принадлежит этой фигуре. Прямая называется осью симметрии фигуры.

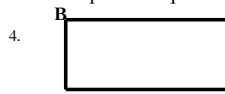
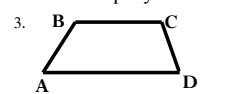
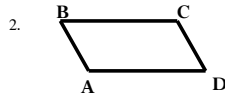
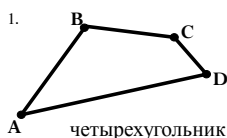
Фигуры симметричные относительно прямой



Вопросы по теме «Четырехугольники»

1. Какая фигура называется четырехугольником?
2. Чему равна сумма углов выпуклого четырехугольника?
3. Какая фигура называется параллелограммом?
4. Сформулируйте признаки и свойства параллелограмма.
5. Какая фигура называется трапецией? Какая трапеция называется прямоугольной, равнобедренной?
6. Какая фигура называется прямоугольником? Ромбом? Квадратом? Свойствами какой фигуры они обладают?

Какие фигуры изображены?



Задача №1

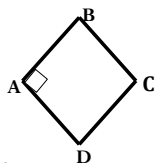


В С А Д Н	В С А Д Н	В С А Д Н	В С А Д Н	В С А Д Н
В С А Д Н	В С А Д Н	В С А Д Н	В С А Д Н	В С А Д Н
В С А Д Н	В С А Д Н	В С А Д Н	В С А Д Н	В С А Д Н
В С А Д Н	В С А Д Н	В С А Д Н	В С А Д Н	В С А Д Н
В С А Д Н	В С А Д Н	В С А Д Н	В С А Д Н	В С А Д Н

Задача №2

 $\angle A = 90^\circ$

Доказать: ABCD-квадрат



Доказательство.

ABCD – ромб по условию, следовательно, $AB=BC=CD=AD$,

$$\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$$

$\angle A = 90^\circ$ по условию, $\Rightarrow \angle A = \angle C, \angle C = 90^\circ$

$$\angle A + \angle B = 180^\circ$$
$$\angle B = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \quad \angle B = 90^\circ, \angle B = \angle D \Rightarrow \angle D = 90^\circ$$

$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ, AB = BC = CD = DA \Rightarrow ABCD$ квадрат

Карточки

1. Начертите четырехугольник и покажите его диагонали, противоположные стороны и противоположные вершины.
2. Чему равна сумма углов выпуклого четырехугольника?
3. Дайте определение параллелограмма.

1. Сформулируйте свойства ромба.
2. Сформулируйте свойства параллелограмма
3. Какой четырехугольник называется квадратом?

1. Какая трапеция называется равнобедренной, прямоугольной?
2. Докажите одно из свойств параллелограмма.

Tecm

1. Любой прямоугольник является:

- а) ромбом;
б) квадратом;
в) параллелограммом;
г) нет правильного ответа.

- 2. Если в четырехугольнике диагонали перпендикулярны, то этот четырехугольник :**

- а) ромб;
б) квадрат;
в) прямоугольник;
г) нет правильного ответа.

- 3. Ромб – это четырехугольник, в котором:**

- а) диагонали точкой пересечения делятся пополам и равны;
б) диагонали взаимно перпендикулярны и точкой пересечения делятся пополам;
в) противолежащие углы равны, а противолежащие стороны параллельны;
г) нет правильного ответа.

- 4. Любой ромб является:**

- а) квадратом;
б) прямоугольником;
в) параллелограммом;
г) нет правильного ответа.

- 5. Если в параллелограмме диагонали перпендикулярны, то этот параллелограмм :**

- а) ромб;
б) квадрат;
в) прямоугольник;
г) нет правильного ответа.

- 6. Прямоугольник – это четырехугольник, в котором:**

- а) противолежащие стороны параллельны, а диагональ равны;
б) диагонали точкой пересечения делятся пополам и являются биссектрисами его углов;
в) два угла прямые и две стороны равны;
г) нет правильного ответа.

- 7. Параллелограмм с равными соседними углами это :**

- а) ромб;
б) квадрат;
в) прямоугольник;
г) нет правильного ответа.

- 8. Параллелограмм с равными и перпендикулярными диагоналями**
это :

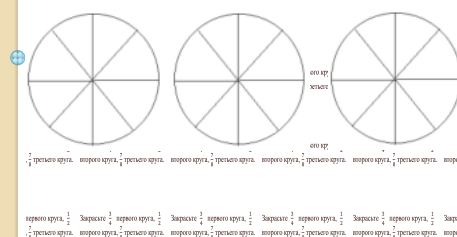
- а) квадрат;
б) ромб;
в) прямоугольник;
г) нет правильного ответа.

- 9. Параллелограмм с равными диагоналями, которые делят его углы пополам это:**

- а) ромб;
б) квадрат;
в) прямоугольник;
г) нет правильного ответа.

5 класс

Обыкновенные дроби.



6 класс Преобразование буквенных выражений



Колесо

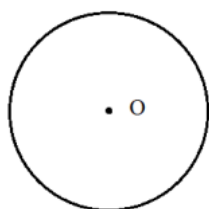


Окружность

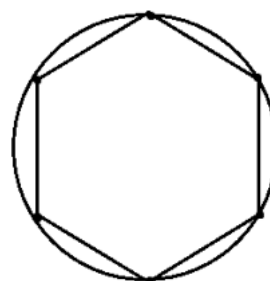
7 класс Геометрические построения



8 класс Окружность



9 класс Многоугольники



Окружность – это фигура, состоящая из всех точек, находящихся на равном расстоянии от данной точки.

Круг – часть плоскости, ограниченная окружностью.

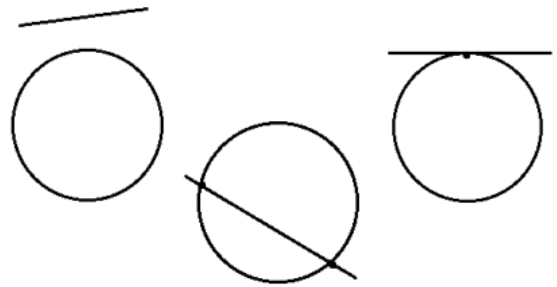
Окружность, описанная около треугольника – это окружность, заданная тремя произвольными точками, не лежащими на одной прямой.

Окружность, вписанная в треугольник – это окружность, заданная тремя попарно пересекающимися прямыми (касательными).

В четырехугольник можно вписать окружность, если суммы противоположных сторон равны.

Вокруг четырехугольника можно описать окружность, если сумма противоположных углов составляет 180° .

Прямая, имеющая с окружностью только одну общую точку, называется касательной к окружности, а их общая точка – точкой касания прямой и окружности.



Окружность называется описанной около многоугольника, если все вершины многоугольника лежат на этой окружности.

Окружность называется вписанной в многоугольник, если все стороны многоугольника касаются этой окружности.

Учащиеся должны уметь

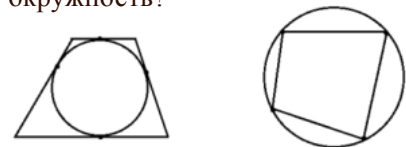
- Формулировать определения понятий, связанных с окружностью.
- Формулировать и доказывать теоремы об углах, связанных с окружностью.
- Изображать, распознавать и описывать взаимное расположение прямой и окружности.
- Формулировать и доказывать теоремы о вписанной и описанной окружностях.
- Решать задачи на построение, доказательство и вычисление.

1. Всегда ли вокруг треугольника можно описать окружность? А всегда ли можно вписать?



2. Где расположен центр вписанной (описанной) в треугольник окружности?

3. Всегда ли можно в четырехугольник вписать (описать) окружность?



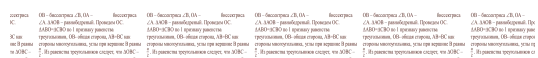
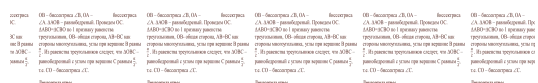
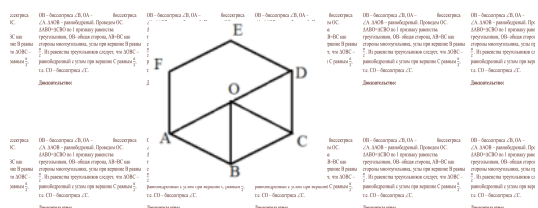
4. Сформулировать признак, по которому определяют, когда в четырехугольник можно вписать (описать) окружность.

Выпуклый многоугольник называется правильным, если у него все стороны равны и все углы равны.

Многоугольник называется вписанным в окружность, если его вершины лежат на некоторой окружности, и описанным, если все его стороны касаются некоторой окружности

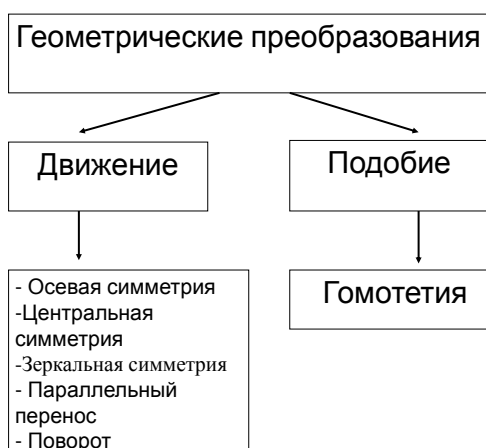
Теорема.

Правильный выпуклый многоугольник является вписанным в окружность и описанным около окружности.



Проведем OD. Аналогично $\triangle COD$ – равнобедренный. Каждый треугольник, у которого одна сторона – это сторона многоугольника, а противолежащая вершина – точка O, является равнобедренным. Все эти треугольники имеют равные боковые стороны и равные высоты, опущенные на их основания. Отсюда следует, что вершины многоугольника находятся на окружности с центром O и радиусом, равным боковым сторонам треугольников, а все стороны многоугольника касаются окружности с центром O и радиусом, равным высотам треугольников, опущенным из вершины O.

Геометрические преобразования (на плоскости и в пространстве)



Цели изучения темы:

- познакомить учащихся с понятием геометрического преобразования;
- рассмотреть преобразование движение, его виды и свойства;
- формировать умения выполнять конкретные геометрические преобразования фигур.

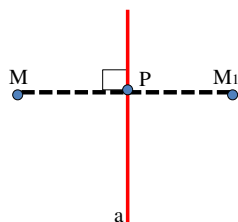
ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ (10 ЧАСОВ)

Основное содержание	Характеристика основных видов деятельности учащихся
Понятие о равенстве фигур. Понятие движения: осевая и центральная симметрия, параллельный перенос, поворот. Понятие о подобии фигур и гомотетии.	Объяснять и иллюстрировать понятия равенства фигур, подобия. Строить равные и симметричные фигуры, выполнять параллельный перенос и поворот. Исследовать свойства движений с помощью компьютерных программ. Выполнять проекты по темам геометрических преобразований на плоскости.

ОСНОВНОЙ ЭТАП

	Погорелов А.В.	Атанасян Л.С.
Класс	8	9
Кол-во часов	8	12
Цель изучения	Познакомить учащихся с примерами геометрических преобразований	Познакомить с понятием движения на плоскости: симметриями, параллельным переносом, поворотом
Основные понятия	Движение и его свойства. Симметрия относительно точки и прямой. Поворот. Параллельный перенос и его свойства. Понятие о равенстве фигур.	Понятие движения. Параллельный перенос и поворот.

Построение точки, симметричной данной

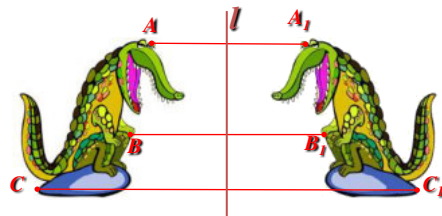


1. Проводим прямую a – ось симметрии.
 2. Выбираем произвольную точку M .
 3. Из точки M проводим прямую MP , перпендикулярно прямой a
 4. На прямой MP отложим отрезок $PM_1 = MP$.
- Точка M_1 симметрична точке M относительно оси симметрии a

«Математика, 6»

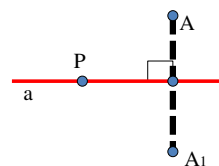
Зубарева И.И. Мордкович А.Г.

- Центральная симметрия
- Осевая симметрия



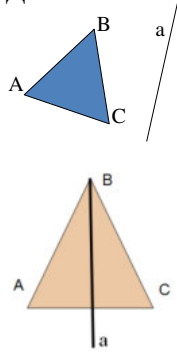
Осевая симметрия (учебник Атанасян Л.С.)

Опр. Две точки A и A_1 называются **симметричными относительно прямой a** , если эта прямая проходит через середину отрезка AA_1 и перпендикулярна к нему.



Типовые задачи

1. Постройте треугольник $A_1B_1C_1$, симметричный треугольнику ABC относительно прямой a .
2. Докажите, что прямая, содержащая биссектрису равнобедренного треугольника, проведенную к основанию, является осью симметрии треугольника.



Движение

Движение – геометрическое преобразование, при котором сохраняются расстояния между точками.

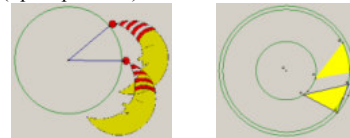
Любое отображение плоскости на себя, при котором остаются неизменными расстояния между точками, называют движением плоскости.

Виды движения

- Поворот;
- Центральная симметрия;
- Осевая симметрия;
- Зеркальная симметрия;
- Параллельный перенос.

Поворот

Поворот — частный случай движения, при котором по крайней мере одна точка плоскости (пространства) остаётся неподвижной. При вращении плоскости неподвижная точка называется центром вращения, при вращении пространства неподвижная прямая называется осью вращения. Вращение плоскости (пространства) называется собственным (вращение первого рода) или несобственным (вращение второго рода) в зависимости от того, сохраняет оно или нет ориентацию плоскости (пространства).



Центральная симметрия

Центральная симметрия – отображение пространства на себя, при котором любая точка переходит в симметричную ей точку, относительно центра O .

Две точки A и A_1 называются симметричными относительно точки O , если O – середина отрезка AA_1 . Точка O считается симметричной самой себе.



Осевая симметрия

Осевая симметрия – отображение пространства на себя, при котором любая точка переходит в симметричную ей точку относительно оси a .

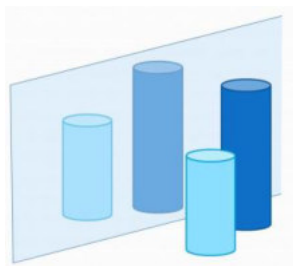
Две точки A и A_1 называются симметричными относительно прямой a , если эта прямая проходит через середину отрезка AA_1 и перпендикулярна к нему.

Каждая точка прямой a считается симметричной самой себе.



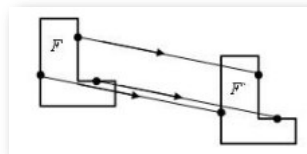
Зеркальная симметрия

Зеркальная симметрия – отображение пространства на себя, при котором любая точка переходит в симметричную ей точку, относительно плоскости α .



Параллельный перенос

Параллельный перенос — частный случай движения, при котором все точки пространства перемещаются в одном и том же направлении на одно и то же расстояние. Иначе, если F — первоначальное, а F' — смещенное положение точки, то вектор $\overrightarrow{FF'}$ — один и тот же для всех пар точек, соответствующих друг другу в данном преобразовании.



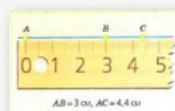
Геометрические величины

Первый уровень

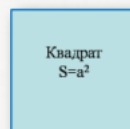
Цель: создать у учащихся наглядные представления о соответствующих понятиях, знания единиц измерения соответствующих величин, а так же сформировать навыки измерения отрезков и углов.



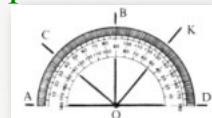
Первый уровень



Измерение длины отрезков



Площади
простейших фигур



Измерение величины углов



Длина окружности



Второй уровень

Длина отрезка — это положительное число, показывающее, сколько раз единичный отрезок и его части укладываются в данном отрезке.

Для простых фигур **площадь** — это положительная величина, численное значение которой обладает рядом свойств.

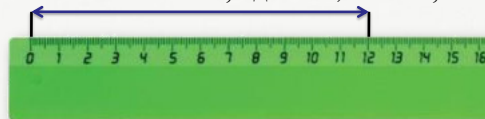
Для простых тел **объем** — это положительная величина, численное значение которой обладает рядом свойств.



Второй уровень

Выбор единицы измерения

120 мм или 12 см или 1,2 дм или 0,12 м или 0,00012 км



Второй уровень

Аксиома:

Каждый отрезок имеет определенную длину, большую нуля. Длина отрезка равна сумме длин частей, на которые он разбивается любой его точкой.

Аксиома:

Каждый угол имеет определенную градусную меру, большую нуля. Развернутый угол равен 180° . Градусная мера угла равна сумме градусных мер углов, на которые он разбивается любым лучом, проходящим между его сторонами.



Учащиеся должны уметь:

- Объяснять и иллюстрировать понятие периметра многоугольника.
- Формулировать определения расстояния между точками, от точки до прямой, между параллельными прямыми.
- Формулировать и объяснять свойства длины, градусной меры угла, площади.
- Формулировать соответствие между величиной центрального угла и длиной дуги окружности.
- Объяснять и иллюстрировать понятия равновеликих и равносоставленных фигур.
- Выводить формулы площадей прямоугольника, параллелограмма, треугольника и трапеции, а также формулу, выражающую площадь треугольника через две стороны и угол между ними, длину окружности, площадь круга.

Учащиеся должны уметь:

- Находить площадь многоугольника разбиением на треугольники и четырехугольники.
- Объяснять и иллюстрировать отношение площадей подобных фигур.
- Решать задачи на вычисление линейных величин, градусной меры угла и площадей треугольников, четырехугольников и многоугольников, длины окружности и площади круга. Опираясь на данные условия задачи, находить возможности применения необходимых формул, преобразовывать формулы. Использовать формулы для обоснования доказательных рассуждений в ходе решения. Интерпретировать полученный результат и сопоставлять его с условием задачи.

Площади фигур

Изучение площади многоугольников

- Прямоугольника
- Параллелограмма
- Треугольника
- Трапеции

Изучение площади круга



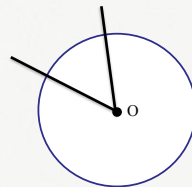
Площади фигур

Для простых фигур **площадь** – это положительная величина, численное значение которой обладает следующими свойствами:

- 1) Равные фигуры имеют равные площади.
- 2) Если фигура разбивается на части, являющиеся простыми фигурами, то площадь этой фигуры равна сумме площадей ее частей.
- 3) Площадь квадрата со стороной, равной единице измерения, равна единице.



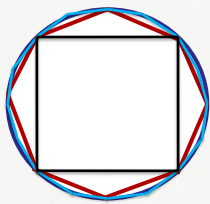
Центральные и вписанные углы



Центральным углом в окружности называется плоский угол с вершиной в ее центре. Часть окружности, расположенная внутри плоского угла, называется **дугой окружности**, соответствующей этому центральному углу.



Длина окружности и площадь круга



При неограниченном увеличении числа сторон вписанного в окружность правильного многоугольника его периметр неограниченно приближается к длине окружности

$$S = \frac{1}{2} (2\pi r) r = \pi r^2$$

Площадь круга равна половине произведения длины ограничивающей его окружности на радиус



ОБЪЕМЫ

Многогранников

Прямоугольного параллелепипеда

Наклонного параллелепипеда

Призмы

Пирамиды

Подобных тел

Тел вращения

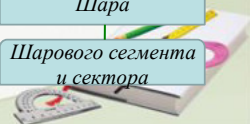
Цилиндра

Конуса

Усеченного конуса

Шара

Шарового сегмента и сектора



Площади поверхностей тел вращения



Площадь боковой поверхности цилиндра вычисляется по формуле $S_{\text{б.п.}} = 2\pi R H$, где R - радиус цилиндра, а H - его высота



Название простых фигур	Формулы для вычисления площади простых фигур	Простые фигуры планиметрии
1. Квадрат	$S = ah$	
2. Прямоугольник	$S = \frac{a+b}{2} h$	
3. Трапеция	$S = \frac{d_1 d_2}{2}$	
4. Параллелограмм	$S = a^2 \sin \alpha$	
5. Прямоугольный треугольник	$S = ah$ $S = ab$	
6. Произвольный треугольник	$S = \frac{1}{2} ah$	
7. Ромб	$S = \frac{1}{2} ab$	

Решение задач с помощью конструктора

Дан равнобедренный прямоугольный треугольник, катет которого равен 6 см

Построить:

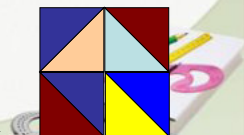
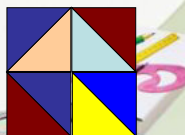
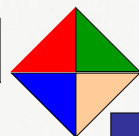
1) Квадрат, $S_{\text{кв}} = 36 \text{ см}^2$

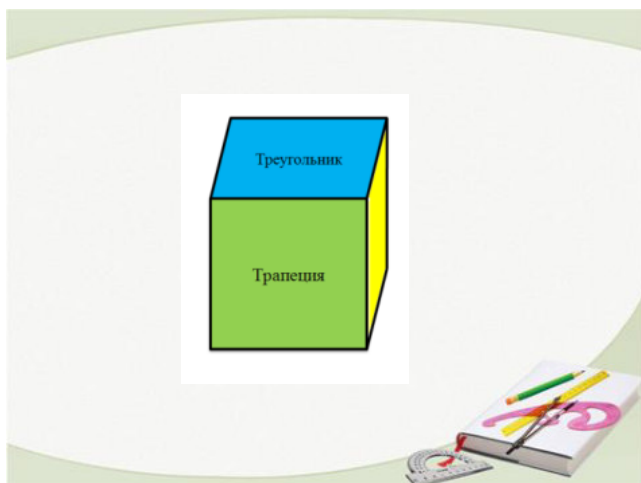
2) Ромб, $S_{\text{ромба}} = 72 \text{ см}^2$

3) Прямоугольник, $S_{\text{пр}} = 72 \text{ см}^2$

4) Квадрат, $S_{\text{кв}} = 144 \text{ см}^2$

5) Трапецию, $S_{\text{тр}} = 72 \text{ см}^2$





Задачи:

Чему равны стороны **прямоугольника**, если его периметр 74 дм, а площадь 3 м^2 ?

Найдите площадь **ромба**, если его высота 10 см, а острый угол 30 градусов.

Чему равна площадь равнобедренного **треугольника**, если его основание 120 м, а боковая сторона 100 м?

В равнобокой **трапеции** большее основание равно 44 м, боковая сторона 17 м и диагональ 39 м. Найдите площадь трапеции...

Методические материалы для обучающихся по подготовке к практическим/лабораторным занятиям

В ходе подготовки к практическим занятиям студенту необходимо изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой.

Для подготовки сообщений по конкретной теме (конкретная технология) студенту необходимо дать общую характеристику рассматриваемой технологии, отметить ее достоинства и недостатки, проиллюстрировать ее на конкретных примерах использования ее на уроках математики.

Для подготовки конспекта урока (фрагмента конспекта урока) необходимо воспользоваться следующей схемой:

Тема урока: _____

Учебник: _____

Тип урока: _____

Цели урока:

в направлении личностного развития: _____;

в метапредметном направлении: _____;

в предметном направлении: _____.

Место урока в системе уроков данного раздела: _____

Изучаемые понятия (термины): _____

Оборудование: _____

Структура урока

№ п/п	Этап урока	Время, мин.	Задачи этапа	Планируемые результаты		
				Предметные	УУД	Личностные

Ход урока

№ п/п	Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность учеников	ФОУД

Эскизы слайдов презентации

Для проведения анализа учебника студенту необходимо придерживаться следующей схемы:

1. Название, автор, год издания.
2. Структура учебника:
 - структура основного содержания;
 - справочный материал;
 - дополнительный материал;
3. Содержание учебника:
 - теоретические основы основных тем учебника;
 - соблюдение общепринятой терминологии и символики;
 - реализация принципа историзма в изложении учебного материала;
 - доступность изложения материала.
4. Анализ задач и упражнений главы учебника:
 - структура системы упражнений;
 - достаточно ли задач и упражнений для закрепления теоретического материала и самостоятельной работы;
 - расположены ли они с нарастанием трудности их решения;
 - соответствует ли содержание задач целям воспитания учащихся;
 - имеются ли задачи повышенной сложности;
 - имеются ли задачи с занимательным и историческим содержанием?
5. Как иллюстрированы главы учебника (чертежи, рисунки, графики и т.п.), качество иллюстраций и правильность их расположения?
6. Есть ли материал для внеклассной работы?
7. Реализованы ли в данном учебнике межпредметные связи?

Для представления анализа урока необходимо заполнить следующую таблицу.

Тема урока, тип урока:			
Цели урока: _____			
Используемые на уроке средства обучения:			
Результаты: личностные: _____			
— метапредметные: _____			
— предметные: _____			
Этапы урока	Деятельность учителя	Деятельность учащихся	Формируе мые УУД
Выводы, рекомендации:			

Для составления диагностической карты по заданной теме целесообразно пользоваться следующей таблицей:

[illegible]

Тематика рефератов/докладов/эссе, методические рекомендации по выполнению контрольных и курсовых работ, иные материалы

Перечень тем сообщений

1. Технология проблемного обучения
2. Технология мозгового штурма
3. Диалоговая технология
4. Технология интерактивного обучения
5. Кейс-технология
6. Технология проектной деятельности
7. Технология портфолио
8. Технология развития критического мышления
9. Технология обучения в сотрудничестве
10. Игровые технологии

Перечень понятий для глоссария

1. Уравнения с одной переменной (7 класс)
2. Функции и их графики (7 класс)
3. Линейные уравнения с двумя переменными и их системы (7 класс)
4. Действительные числа (8 класс)
5. Квадратное уравнение и его корни (8 класс)
6. Основные свойства простейших геометрических фигур (7 класс)
7. Смежные и вертикальные углы (7 класс)
8. Сумма углов треугольника (7 класс)
9. Четырёхугольники (8 класс)
10. Векторы (8 класс)

Перечень тем для составления дифференцированных заданий

1. Формулы сокращённого умножения
2. Дробно-рациональные уравнения
3. Неравенства с одной переменной и их системы
4. Решение квадратных неравенств
5. Применение свойств арифметического квадратного корня
6. Арифметическая прогрессия
7. Геометрическая прогрессия
8. Степень с целым показателем
9. Решение систем уравнений с двумя переменными
10. Построение графиков функций

Анализ аксиоматики школьных учебников геометрии

Схема для проведения анализа

1. Основные понятия аксиоматики
2. Основные группы аксиом
3. Подход к изучению аксиоматики, реализуемый в рассматриваемом учебнике
4. Использование аксиоматики при доказательстве первых теорем

Анализ школьных учебников математики

Проведите письменный анализ одной из тем учебника математики по схеме:

1. Автор, название, год издания.
2. Структура учебника (главы, параграфы и т.д.).
3. Содержание темы:
 - соответствие стандарту по содержанию и объему учебного материала;
 - наличие вопросов для самоконтроля.
4. Анализ задач и упражнений по теме:
 - достаточно ли задач и упражнений для закрепления теоретического материала и самостоятельной работы;
 - расположены ли они с нарастанием трудности их решения;
 - соответствует ли задачи целям воспитания учащихся;
 - имеются ли задачи для устных вычислений и повышенной сложности; задачи с занимательным и историческим содержанием?
5. Доступность изложения содержания учебного материала; его убедительность; красочность; простота и т.п. Приведите примеры.
6. Иллюстрации темы (схемы, рисунки, графики и т.п.), их качество и правильность расположения.
7. Особенности и методические отличия изложения темы от учебников других авторов.
8. Ваше мнение об учебнике.

Перечень заданий на составление сравнительных и систематизирующих таблиц

1. Составить систематизирующую таблицу по теме «Использование ИКТ в обучении математике» (табл. 1).
2. Составить сравнительную таблицу по теме «Геометрические величины» (табл. 2).

Таблица 1

Название сайта	Электронный адрес	Характеристика сайта

Таблица 2

Учебник 1	Линия сравнения	Учебник 2
	Длина	
	Площадь	
	Объём	

Перечень заданий на составление подборки упражнений

1. Составить подборку упражнений для формирования одного из предложенных понятий:
 - 1) параллелограмм;
 - 2) треугольник;
 - 3) ромб;
 - 4) окружность;
 - 5) модуль числа;
 - 6) квадратичная функция;
 - 7) арифметическая прогрессия;
 - 8) функция;
 - 9) геометрическая прогрессия;
 - 10) параллельные прямые.
2. Составить подборку упражнений для формирования умений по темам:

- 1) свойства параллелограмма;
 - 2) признаки равенства треугольников;
 - 3) ромб;
 - 4) длина окружности;
 - 5) модуль числа;
 - 6) квадратичная функция;
 - 7) арифметическая прогрессия;
 - 8) функция и её график;
 - 9) геометрическая прогрессия;
 - 10) параллельные прямые.
3. Составить подборку упражнений для изучения следующих теорем:
- 1) свойство медианы равнобедренного треугольника;
 - 2) третий признак равенства треугольников;
 - 3) свойство диагоналей параллелограмма;
 - 4) теорема о средней линии треугольника;
 - 5) теорема о средней линии трапеции;
 - 6) первый признак подобия треугольников;
 - 7) теорема о вычислении площади параллелограмма;
 - 8) теорема о вычислении площади трапеции;
 - 9) теорема о центре окружности, описанной около треугольника;
 - 10) теорема о центре окружности, вписанной в треугольник.
4. Составить комплект упражнений по готовым чертежам по теме «Параллельность и перпендикулярность на плоскости».
5. Составить подборку упражнений по материалам ОГЭ и ЕГЭ по следующим темам:
- 1) числа и вычисления;
 - 2) алгебраические выражения;
 - 3) уравнения;
 - 4) неравенства;
 - 5) числовые последовательности;
 - 6) функции;
 - 7) координаты на прямой и плоскости;
 - 8) площади геометрических фигур;
 - 9) элементы комбинаторики;
 - 10) элементы статистики и теории вероятностей.

Перечень заданий для подготовки компьютерных презентаций

1. Подготовить компьютерную презентацию к фрагменту урока по данной теме (приложение 9).
2. Разработать компьютерную презентацию по теме «Изучение функций в школьном курсе математики».
3. Подготовить компьютерную презентацию по теме «Геометрические фигуры в стереометрии и их свойства».
4. Разработать компьютерную презентацию по теме «Параллельность и перпендикулярность в пространстве» (с использованием готовых чертежей).

Требования к содержанию презентации

- соответствие содержания презентации поставленной цели;
- соблюдение принятых правил орфографии, пунктуации, сокращений и правил оформления текста (отсутствие точки в заголовках и т.д.);
- отсутствие фактических ошибок, достоверность представленной информации;
- лаконичность текста на слайде;
- завершенность (содержание каждой части текстовой информации логически завершено);
- сжатость и краткость изложения, максимальная информативность текста.

Перечень заданий для разработки конспектов уроков и внеклассных мероприятий

Для разработки Конспекта (фрагмента) урока воспользуйтесь памяткой:

ПАМЯТКА ПО ПОДГОТОВКЕ К УРОКУ

1. Определите цели урока, его структуру и основные этапы.
2. Разработайте содержание урока. Отберите материал и определите методы и приемы обучения на каждом этапе урока. Сформулируйте задания и вопросы учащихся.
3. Продумайте организационную структуру и распределите учебное время на все этапы урока.
4. Предусмотрите чередование различных видов деятельности, сложного и несложного материала, правильное соотношение между работой под руководством учителя и самостоятельной работой учителя.
5. Используйте по возможности приемы дифференциации учебной работы, а также элементы проблемного обучения.
6. Включите, если нужно, упражнения занимательного характера, дидактические игры, физкультминутки.
7. Распределите учебное время на отдельные этапы урока в соответствии с целями и содержанием работы.
8. Подготовьте дидактический и наглядный материал к уроку, ТСО, продумайте место и методику его использования, оформление записей учащихся в тетрадях, а также записей учителя на доске.
9. Оформите развернутый план–конспект урока.

Задание 1. Разработать конспект урока (в соответствии с методическими требованиями к конспекту урока математики):

1. по одной из следующих тем:
 - 1) Средняя линия треугольника (учебник А.В. Погорелова «Геометрия, 7-9»);
 - 2) Средняя линия трапеции (учебник А.В. Погорелова «Геометрия, 7-9»);
 - 3) Сумма углов треугольника (учебник Л.С. Атанасяна и др. «Геометрия, 7-9»);
 - 4) Площадь параллелограмма (учебник Л.С. Атанасяна и др. «Геометрия, 7-9»);
 - 5) Доли. Обыкновенные дроби (учебник Н.Я. Виленкина и др., «Математика, 5»);
 - 6) Шар (учебник Н.Я. Виленкина и др., «Математика, 6»);
 - 7) Арифметическая прогрессия (учебник Ю.Н. Макарычева и др., «Алгебра, 9»);
 - 8) Теорема Виета (учебник Ю.Н. Макарычева и др., «Алгебра, 8»);
 - 9) Числовые промежутки (учебник Ю.Н. Макарычева и др., «Алгебра, 8»);
 - 10) Разложение разности квадратов на множители (учебник Ю.Н. Макарычева и др., «Алгебра, 7»).
2. Нестандартного урока по теме «Математические выражения и тождественные преобразования».
3. Урока-зачёта по теме «Уравнения и неравенства».
4. Урока по одной из тем углублённого курса алгебры основной школы.

Схема конспекта урока

Тема урока: _____

Учебник: _____

Тип урока: _____

Цели урока:

в направлении личностного развития: _____;

в метапредметном направлении: _____;

в предметном направлении: _____.

Место урока в системе уроков данного раздела: _____

Изучаемые понятия (термины): _____

Оборудование: _____

Структура урока

№ п/п	Этап урока	Время, мин.	Задачи этапа	Планируемые результаты		
				Предметные	УУД	Личностные

Ход урока

№ п/п	Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность учеников	ФОУД

Решение домашнего задания

Эскизы слайдов презентации

Задание 2. Разработать конспект внеклассного мероприятия:

1. по математике (для указанного класса);
2. по теме «Геометрические фигуры в планиметрии и их свойства» (с презентацией).

Схема конспекта внеклассного мероприятия

- Тема мероприятия;
- класс;
- цели мероприятия;
- форма проведения;
- оборудование;
- сценарий (распределение этапов во времени и описание основных этапов);
- приложения.

Перечень тем докладов с презентацией

1. Урок-экскурсия
2. Урок - деловая игра
3. Урок-зачёт
4. Урок - лабораторная работа
5. Урок-аукцион
6. Урок – путешествие в прошлое
7. Урок-консультация
8. Урок-лекция
9. Урок – «живая» газета
10. Урок – «мозговой штурм».

Задание на проведение анализа урока

Для представления результатов анализа необходимо заполнить следующую таблицу.

Тема урока, тип урока:
Цели урока: _____
Используемые на уроке средства обучения:

Результаты: личностные: _____ метапредметные: _____ предметные: _____			
Этапы урока	Деятельность учителя	Деятельность учащихся	Формируемые УУД
Выводы, рекомендации:			

Перечень заданий для составления тестов

Составить тест (не менее двух вариантов) по одной из предложенных тем, обязательно указав инструкцию к тесту, ключ к нему и критерии оценки. Каждый тест должен содержать не менее 10 заданий разной тестовой формы (необходимо задействовать не менее трёх форм тестовых заданий). Задания должны быть дифференцированы по уровню сложности (это следует учесть при планировании критериев оценки).

1. По теме разработанного конспекта урока (приложение 9).
2. По теме «Производная».
3. По теме «Векторы».

Перечень заданий на составление диагностической карты

Разработать диагностическую карту по темам:

1. Числовые системы.
2. Элементы теории вероятностей и математической статистики.

	Знания					Умения					УУД				
Задание															

Задания по разработке групповых мини-проектов

Задание 1. В рамках раздела «Геометрические преобразования» разработать групповой мини-проект по одной из следующих тем:

1. Симметрия в природе.
2. Зеркальная симметрия.
3. Геометрические преобразования в архитектуре.
4. Фракталы.

Задание 2. Разработать групповой мини-проект для углублённого изучения математики в 5-6 классах по одной из следующих тем:

1. Числа знакомые и незнакомые.
2. Геометрические фигуры вокруг нас.
3. Старинные меры.
4. Лабиринты.

Задание 3. Разработать групповой мини-проект для углублённого изучения геометрии в основной школе по одной из следующих тем:

1. Замечательные точки и линии треугольника.
2. Вневписанная окружность.

3. Теоремы Чевы и Менелая и их применение.
4. Классические геометрические задачи древности.

Задание 4. Подобрать тему элективного курса для учащихся 9, 10 или 11 класса, разработать пояснительную записку и тематическое планирование.