

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
начального и
среднепрофессионального образования



И.И. Пятибратова
01.09. 2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.В.ДВ.12.02 Олимпиадная математика

1. Шифр и наименование направления подготовки:

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

2. Профили подготовки:

Математика. Информатика и информационные технологии в образовании

3. Квалификация выпускника: бакалавр

4. Форма обучения: очная/заочная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: начального и
среднепрофессионального образования**

6. Составитель программы: Г.Ю. Алексеева, кандидат педагогических наук, доцент

**7. Рекомендована: научно-методическим советом Филиала (протокол № 1 от
31.08.2018 г.)**

8. Семестр: 8

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целью учебной дисциплины «Олимпиадная математика» является формирование навыков решения задач повышенного уровня сложности курса математики средней школы.

Задачи учебной дисциплины:

- ознакомление студентов с общими методами решения олимпиадных задач;
- формирование и отработка навыков анализа условия задач, поиска вариантов решения;
- ознакомление студентов с характерными особенностями математических задач повышенного уровня сложности;
- ознакомление студентов с методикой организации и проведения математических олимпиад;
- формирование математической культуры будущего учителя.

При проведении учебных занятий по дисциплине обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации.

10. Место учебной дисциплины в структуре образовательной программы:

Дисциплина «Олимпиадная математика» входит в блок Б1 «Дисциплины (модули)» и является дисциплиной по выбору вариативной части образовательной программы.

Для освоения дисциплины этого курса студенты используют знания, умения, навыки, сформированные в ходе изучения дисциплин: «Математика», «Алгебра и теория чисел», «Геометрия», «Методика обучения математике».

Изучение данной дисциплины может являться основой для последующего изучения дисциплин вариативной части образовательной программы, для последующего прохождения педагогической практики, федерального тестирования, выполнения ВКР.

Условия реализации дисциплины для лиц с ОВЗ определяются особенностями восприятия учебной информации и с учетом индивидуальных психофизических особенностей.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ПК-2	способность использовать современные методы и технологии обучения и диагностики	умеет: <ul style="list-style-type: none">– разрабатывать учебные программы базовых и элективных курсов;– использовать при проектировании учебной деятельности обучающихся основные методы, способы и средства получения, хранения, переработки информации; владеет: <ul style="list-style-type: none">– способностью к восприятию, анализу, обобщению информации, постановке цели и выбору путей её достижения;
ПК-4	способность использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов	знает: <ul style="list-style-type: none">– технологические приемы преподаваемого учебного предмета, лежащие в основе построения различных моделей в экономике, социологии, эконометрике и т.д. (<i>основные понятия школьного курса математики; основные типы задач повышенной сложности по математике; методы решения задач повышенной сложности по арифметике, алгебре и теории чисел, началам математического анализа и геометрии; основные типы задач группы С единого государственного экзамена по математике и методы их решения;</i> умеет: <ul style="list-style-type: none">– использовать знание основ учебной дисциплины для

		<p>перевода информации с естественного языка на язык соответствующей предметной области и обратно;</p> <ul style="list-style-type: none"> – применять теоретические знания по учебной дисциплине в описании процессов и явлений в различных областях знания (<i>применять на практике методы решения задач повышенной сложности школьного курса математики</i>); – использовать преимущества технологических приемов учебной дисциплины при решении задач преподаваемых учебных предметов; – осуществлять поиск и отбор информации, необходимой для решения конкретной задачи; <p>владеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> – материалом учебной дисциплины на уровне, позволяющем формулировать и решать задачи, возникающие в ходе учебной деятельности по преподаваемым предметам, а также в практической деятельности, требующие углубленных профессиональных знаний; – навыками формализации теоретических и прикладных практических задач;
ПК-7	<p>способность организовывать сотрудничество обучающихся, поддерживать их активность, инициативность и самостоятельность, развивать творческие способности</p>	<p>знает:</p> <ul style="list-style-type: none"> – общелогические методы научного познания;

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 2/72.

Формы промежуточной аттестации зачет с оценкой.

13. Виды учебной работы

Очная форма обучения

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)	
	Всего	По семестрам 8 сем.
Контактная работа, в том числе:	38	38
лекции	0	0
практические занятия	38	38
лабораторные работы	0	0
Самостоятельная работа	34	34
Форма промежуточной аттестации (зачет с оценкой – 0 час.)	0	0
Итого:	72	72

Заочная форма обучения

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)	
	Всего	По семестрам
		8 сем.
Контактная работа, в том числе:	12	12
лекции	0	0
практические занятия	12	12
лабораторные работы	0	0
Самостоятельная работа	56	56
Форма промежуточной аттестации (зачет с оценкой – 4 час.)	4	4
Итого:	72	72

13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
Практические занятия		
1	Олимпиадные задачи по арифметике.	Цифры и десятичная система счисления. Свойства целых чисел. Делимость целых чисел. Арифметика остатков.
2	Олимпиадные задачи по алгебре.	Метод математической индукции. Числовые неравенства. Треугольник Паскаля. Неравенство Коши. Неравенства Бернулли. Неравенство Коши-Буняковского. Алгебраические уравнения и неравенства и их системы. Уравнения в целых числах. Текстовые задачи. Задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии.
3	Логические задачи	Задачи на установление соответствия между элементами нескольких множеств. Задачи на определение истинности высказывания. Задачи на взвешивания, переливания, переправы, на выявление выигрышной стратегии. Решение логических задач с помощью графов
4	Задачи на решение нестандартных уравнений и неравенств	Применение различных свойств функции. Введение новой переменной. Применение классических неравенств.
5	Игровые задачи.	Поиск стратегии с конца. Симметрия. Разные игровые задачи.
6	Задачи на инварианты и полуинварианты. Принцип Дирихле	Решение различных задач с использованием принципов Дирихле и инвариантов и полуинвариантов.
7	Олимпиадные задачи по геометрии	Задачи на разрезания. Метод дополнительных построений.
8	Задачи с элементами комбинаторики и теории вероятностей	Виды комбинаторных задач. Правила суммы и произведения. Методы решения комбинаторных задач.

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

Очная форма обучения

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1.	Олимпиадные задачи по арифметике.	0	4	0	4	8
2.	Олимпиадные задачи по алгебре.	0	4	0	4	8
3.	Логические задачи	0	4	0	4	8
4.	Задачи на решение нестандартных уравнений и неравенств	0	4	0	4	8

5.	Игровые задачи.	0	6	0	2	8
6.	Задачи на инварианты и полуинварианты. Принцип Дирихле	0	6	0	5	11
7.	Олимпиадные задачи по геометрии	0	6	0	5	11
8.	Задачи с элементами комбинаторики и теории вероятностей	0	4	0	6	10
	Зачёт с оценкой					0
	Итого:	0	38	0	34	72

Заочная форма обучения

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1.	Олимпиадные задачи по арифметике.	0	2	0	7	9
2.	Олимпиадные задачи по алгебре.	0	2	0	7	9
3.	Логические задачи	0	2	0	7	9
4.	Задачи на решение нестандартных уравнений и неравенств	0	2	0	7	9
5.	Игровые задачи.	0	0,5	0	7	7,5
6.	Задачи на инварианты и полуинварианты. Принцип Дирихле	0	0,5	0	7	7,5
7.	Олимпиадные задачи по геометрии	0	2	0	8	10
8.	Задачи с элементами комбинаторики и теории вероятностей	0	1	0	6	7
	Зачёт с оценкой					4
	Итого:	0	12	0	56	72

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Приступая к изучению учебной дисциплины, прежде всего обучающиеся должны ознакомиться с учебной программой дисциплины. Электронный вариант рабочей программы размещён на сайте БФ ВГУ.

Знание основных положений, отраженных в рабочей программе дисциплины, поможет обучающимся ориентироваться в изучаемом курсе, осознавать место и роль изучаемой дисциплины в подготовке будущего педагога, строить свою работу в соответствии с требованиями, заложенными в программе.

Основными формами контактной работы по дисциплине являются практические занятия, посещение которых обязательно для всех студентов (кроме студентов, обучающихся по индивидуальному плану).

На практических занятиях необходимо активно участвовать в решении предлагаемых задач, начиная уже с этапа анализа условия и поиска путей решения. Студенту, вызванному для решения задачи к доске, следует подробно комментировать ход решения задачи, а стальным студентам — выполнять основные этапы решения предложенной задачи самостоятельно, но при этом контролируя ход решения на доске.

Для успешного освоения дисциплины желательно выполнять индивидуальные задания, готовить доклады и рефераты.

При подготовке к промежуточной аттестации необходимо повторить пройденный материал в соответствии с учебной программой. Рекомендуется использовать источники, перечисленные в списке литературы в рабочей программе дисциплины, а также ресурсы

электронно-библиотечных систем. Необходимо обратить особое внимание на темы учебных занятий, пропущенных по разным причинам. При необходимости можно обратиться за консультацией и методической помощью к преподавателю.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Сканави М.И. Сборник конкурсных задач по математике для поступающих во втузы 3-е изд., доп. — М.: Высшая школа, 1978. — 519 с.
2	Фарков, А.В. Математические олимпиады: методика подготовки. 5-8 класс / А.В. Фарков. -М. : Вако, 2012. - 175 с. - (Мастерская учителя математики). - ISBN 978-5-408-00722-6; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=222624 (06.09.2017)

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3	Пойа, Д. Математическое открытие=Mathematical Discovery: On Understanding, Learning and Teaching Problem Solving: Решение задач: основные понятия, изучение и преподавание / Д. Пойа ; пер. с англ. В.С. Берман ; ред. И.М. Яглом. - Изд. 2-е, стереотип. - Москва : Наука, 1976. - 446 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=447990 (17.07.2018).
4	Сборник задач по элементарной математике повышенной трудности / сост. К.У. Шахно. - 2-е изд., стереотип. - Минск : Вышш. школа, 1965. - 524 с. - ISBN 978-5-4458-5188-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=222268 (17.07.2018).
5	Бугулов, Е.А. Сборник задач для подготовки к математическим олимпиадам / Е.А. Бугулов, Б.А. Толасов. - Орджоникидзе : Северо-Осетинское книжное издательство, 1962. - 224 с. - ISBN 978-5-4458-5020-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=220634 (17.07.2018).

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
6	Круликовский, Н.Н. Сборник задач по математике для подготовки к приемным экзаменам / Н.Н. Круликовский. - 2-е изд., перераб. - Томск : Издательство Томского университета, 1963. - 70 с. - ISBN 978-5-4458-5174-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=222254 (17.07.2018).
7	Перельман, Я.И. Живая математика. Математические рассказы и головоломки / Я.И. Перельман ; ред. В.Г. Болтянского. - 8-е изд., доп. и перераб. - Москва : Изд-во "Наука", 1967. - 191 с. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=116360 (17.07.2018).
8	Пойа, Д. Математика и правдоподобные рассуждения=Mathematics and plausible reasoning / Д. Пойа ; под ред. С.А. Яновской ; пер. с англ. И.А. Вайнштейн. - Изд. 2-е, испр. - Москва : Наука, 1975. - 462 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=447993 (17.07.2018).
9	Сборник задач московских математических олимпиад / ред. А.А. Леман ; сост. В.Г. Болтянский. - Москва : Издательство «Просвещение», 1965. - 383 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=449568 (17.07.2018).

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Сборник задач по элементарной математике: пособие для самообразования / Н.П. Антонов, М.Я. Выгодский, В.В. Никитин, А.И. Санкин. - 6-е изд. - Москва : Гос. изд-во физико-математической лит., 1960. - 531 с. - ISBN 978-5-4458-9945-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=236630 (17.07.2018).
2	Сканави М.И. Полный сборник решений задач для поступающих в ВУЗы. Группа В/ Под ред. М.И. Сканави – М.: ООО «Издательство «Мир и образование»: Мн. ООО «Харвест», 2003. -608 с. https://nashol.me/2011032253903/sbornik-reshenii-zadach-dlya-postupauschih-v-vuzi-skanavi-m-i.html (17.07.2018).

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение, информационно-справочные системы и профессиональные базы данных

Технологии создания и обработки тестовых заданий (тестовая оболочка MyTestX)

Microsoft Office Standard 2010

Microsoft Office 2007 (Word, Excel, PowerPoint)

Сетевые технологии:

– браузеры: Yandex, Google, Opera, Mozilla Firefox, Explorer.

– Научная электронная библиотека – <http://www.scholar.ru>;

– Федеральный портал Российское образование – <http://www.edu.ru/> ;

– Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» <http://window.edu.ru/>;

– Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов – <http://fcior.edu.ru>;

– Лекции ведущих преподавателей вузов России в свободном доступе – <https://www.lektorium.tv/>;

– Электронно-библиотечная система «Издательства Лань» – <http://e.lanbook.com/>;

– Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» – <http://biblioclub.ru/>.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Мультимедийное оборудование (проектор, ноутбук или стационарный компьютер, экран).

19. Фонд оценочных средств:

19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся
ПК-2 способность использовать современные методы и технологии обучения и диагностики	Уметь: – разрабатывать учебные программы базовых и элективных курсов; – использовать при проектировании учебной деятельности обучающихся основные методы, способы и средства получения, хранения, переработки информации.	Все разделы дисциплины	Комплект дифференцированных по уровню сложности индивидуальных заданий
	Владеть: – способностью к восприятию, анализу, обобщению информации, постановке цели и выбору путей её достижения.	Все разделы дисциплины	Комплект дифференцированных по уровню сложности индивидуальных заданий
ПК-4 способность использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и	Знать: – технологические приемы преподаваемого учебного предмета, лежащие в основе построения различных моделей в экономике, социологии, эконометрике и т.д. (<i>основные понятия школьного курса математики; основные типы</i>	Все разделы дисциплины	Математические диктанты Комплект самостоятельных работ и индивидуальных заданий

предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов	<i>задач повышенной сложности по математике; методы решения задач повышенной сложности по арифметике, алгебре и теории чисел, началам математического анализа и геометрии; основные типы задач группы С единого государственного экзамена по математике и методы их решения).</i>		Реферат
	Уметь: – использовать знание основ учебной дисциплины для перевода информации с естественного языка на язык соответствующей предметной области и обратно; – применять теоретические знания по учебной дисциплине в описании процессов и явлений в различных областях знания (<i>применять на практике методы решения задач повышенной сложности школьного курса математики</i>); – использовать преимущества технологических приемов учебной дисциплины при решении задач преподаваемых учебных предметов; – осуществлять поиск и отбор информации, необходимой для решения конкретной задачи.	Все разделы дисциплины	Комплект дифференцированных по уровню сложности индивидуальных заданий
	Владеть: – материалом учебной дисциплины на уровне, позволяющем формулировать и решать задачи, возникающие в ходе учебной деятельности по преподаваемым предметам, а также в практической деятельности, требующие углубленных профессиональных знаний; навыками формализации теоретических и прикладных практических задач.	Все разделы дисциплины	Комплект дифференцированных по уровню сложности индивидуальных заданий
ПК-7 способность организовывать сотрудничество обучающихся, поддерживать их активность, инициативность и самостоятельность, развивать творческие способности	Знать: – общелогические методы научного познания;	Все разделы дисциплины	Комплект дифференцированных по уровню сложности индивидуальных заданий
Промежуточная аттестация – зачет с оценкой			Вопросы к зачёту с оценкой

19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на зачете с оценкой используются следующие показатели (ЗУНы из 19.1):

- 1) знание учебного материала и владение понятийным аппаратом математики;
- 2) знание методов решения задач повышенной сложности и нестандартных задач;
- 3) умение применять теоретические знания для решения практических задач;
- 4) владение общепользовательской и предметно-педагогической ИКТ-компетентностью.

Для оценивания результатов обучения на зачете с оценкой используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
<i>Обучающийся свободно ориентируется в теоретическом материале; умеет изложить и корректно оценить различные подходы к излагаемому материалу, способен сформулировать и доказать собственную точку зрения; обнаруживает свободное владение понятийным аппаратом; демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности</i>	<i>Повышенный уровень</i>	<i>Отлично</i>
<i>Обучающийся хорошо ориентируется в теоретическом материале; имеет представление об основных подходах к излагаемому материалу; знает определения основных теоретических понятий излагаемой темы, демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности.</i>	<i>Базовый уровень</i>	<i>Хорошо</i>
<i>Обучающийся частично владеет теоретическим материалом; в целом имеет представление об основных понятиях излагаемой темы, демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности.</i>	<i>Пороговый уровень</i>	<i>Удовлетворительно</i>
<i>Обучающийся не ориентируется в теоретическом материале; не готов применять теоретические знания в практической деятельности, демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки при решении задач либо не имеет представления о способе их решения.</i>	<i>–</i>	<i>Неудовлетворительно</i>

19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

19.3.1 Вопросы к зачету с оценкой

1. Цифры и десятичная система счисления. Свойства целых чисел.
2. Делимость целых чисел. Арифметика остатков.
3. Метод математической индукции.
4. Числовые неравенства. Треугольник Паскаля. Неравенство Коши. Неравенства Бернулли. Неравенство Коши-Буняковского.
5. Алгебраические уравнения и неравенства и их системы. Уравнения в целых числах
6. Текстовые задачи.
7. Задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии.
8. Задачи на установление соответствия между элементами нескольких множеств.
9. Задачи на определение истинности высказывания.

10. Задачи на взвешивания, переливания, переправы, на выявление выигрышной стратегии.
 11. Решение логических задач с помощью графов
 12. Применение различных свойств функции. Введение новой переменной.
- Применение классических неравенств.
13. Поиск стратегии с конца. Симметрия. Разные игровые задачи.
 14. Решение различных задач с использованием принципов Дирихле и инвариантов и полуинвариантов.
 15. Задачи на разрезания. Метод дополнительных построений.
 16. Виды комбинаторных задач. Правила суммы и произведения. Методы решения комбинаторных задач.

19.3.2 Перечень практических заданий (примеры)

Индивидуальные задания по дисциплине «Практикум по решению олимпиадных задач по математике» (составитель к.п.н., доцент Е.А. Позднова)

Тождественное преобразование алгебраических выражений

1. Упростить выражение:

$$\frac{a^2 - 3}{\sqrt{\left(\frac{a^2 + 3}{2a}\right)^2 - 3}}$$

2. Упростить выражение:

$$\frac{(\sqrt{x} + \sqrt{2})^2 - \sqrt{2x}}{x^2 + x - \sqrt{2x} + 2}$$

3. Упростить выражение:

$$\frac{\sqrt{11 + \sqrt{3}}}{\sqrt{59}} \cdot \sqrt{4 + \sqrt{5 + \sqrt{3}}} \cdot \sqrt{3 + \sqrt{5} + \sqrt{5} + \sqrt{3}} \cdot \sqrt{3 - \sqrt{5 + \sqrt{5 + \sqrt{3}}}}$$

Прогрессии

1. Найдите целое положительное число n из уравнения

$$(3 + 6 + 9 + \dots + 3(n-1)) + \left(4 + 5,5 + 7 + \dots + \frac{8+3n}{2}\right) = 137$$

2. Пусть a_1, a_2, \dots, a_n – последовательные члены геометрической прогрессии, S_n – сумма

её n первых членов. Доказать, что $S_n = a_1 a_2 \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}\right)$.

3. Решить уравнение: $\frac{x-1}{x} + \frac{x-2}{x} + \frac{x-3}{x} + \dots + \frac{1}{x} = 3$, где x – целое положительное число.

Алгебраические уравнения

1. Решить уравнение: $(x^2 - 6x)^2 - 2 \cdot (x - 3)^2 = 81$.

2. Решить уравнение: $(x + \sqrt{x^2 - 1})^5 \cdot (x - \sqrt{x^2 - 1})^3 = 1$.

3. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} (x+y)^2 + 2x = 35 - 2y, \\ (x-y)^2 - 2y = 3 - 2x \end{cases}$$

Логарифмы. Показательные и логарифмические уравнения

1. Упростить выражение:

$$\left(x^{1 + \frac{1}{2 \cdot \log_4 x}} + 8^{\frac{1}{3 \cdot \log_{x^2} 2}} + 1\right)^{\frac{1}{2}}$$

2. Решить уравнение: $x^2 \cdot \lg^2 x = 10 \cdot x^3$.
 3. Решить систему уравнений:

$$y^{5x^2 + 51x + 10} = 1$$

$$xy = 15$$

Тригонометрические уравнения

1. Решить уравнение: $8\cos^4 x - 8\cos^2 x - \cos x + 1 = 0$
 2. Решить уравнение:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) \cdot \frac{1 + \sin x}{\sin x} = \sqrt{2} \cdot \cos x$$

3. Решить уравнение: $4 \cdot (\sin x \cdot \cos^5 x + \cos[x \cdot \sin^5 x] + \sin^3 2x = 1]$

Неравенства

1. При каких значениях a квадратный трехчлен $ax^2 - 7x + 4a$ принимает отрицательные значения для любых действительных значений x ?
 2. Решить неравенство: $\sqrt{x^2 - 4x} > x - 3$.
 3. Решить неравенство:

$$\frac{\log_2\left(\sqrt{4x+5}-1\right)}{\log_2\left(\sqrt{4x+5}+1\right)} > \frac{1}{2}$$

Задачи по геометрии с применением тригонометрии

1. Основания равнобедренной трапеции равны a и b ($a > b$), угол при большем основании равен α . Найти радиус окружности, описанной около трапеции.
 2. Отношение периметра ромба к сумме его диагоналей равно k . Найти углы ромба и допустимые значения k .
 3. Угол между высотой и образующей конуса равен α . В конус вписана правильная треугольная призма; нижнее основание призмы лежит в плоскости основания конуса. Боковые грани призмы – квадраты. Найти отношение боковых поверхностей призмы и конуса.

Последовательности и прогрессии

1. В строку подряд написано 1000 чисел. Под каждым числом a первой строки напишем число, указывающее, сколько раз число a встречается в первой строке. Из полученной таким образом второй строки аналогично получаем третью: под каждым числом второй строки пишем, сколько раз оно встречается во второй строке. Затем из третьей строки так же получаем четвертую, из четвертой — пятую, и так далее.
 а) Докажите, что некоторая строчка совпадает со следующей.
 б) Докажите, что 11-я строка совпадает с 12-й.
 в) Приведите пример такой первоначальной строчки, для которой 10-я строка не совпадает с 11-й.
 2. Можно ли из последовательности $1, 1/2, 1/3, 1/4, \dots$ выделить арифметическую прогрессию
 а) длиной 4; б) длиной 5; в) длиной k , где k — любое натуральное число?
 3. В бесконечной возрастающей последовательности натуральных чисел каждое делится хотя бы на одно из чисел 1005 и 1006, но ни одно не делится на 97. Кроме того,

каждые два соседних числа отличаются не более, чем на k . При каком наименьшем k такое возможно?

4. Даны две последовательности: 2, 4, 8, 16, 14, 10, 2 и 3, 6, 12. В каждой из них каждое число получено из предыдущего по одному и тому же закону.

а) Найдите этот закон.

б) Найдите все натуральные числа, переходящие сами в себя (по этому закону).

в) Докажите, что число 21991 после нескольких переходов станет однозначным.

5. Дан прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами.

а) Могут ли стороны данного треугольника быть членами одной возрастающей геометрической прогрессии?

б) Докажите, что для любого натурального n большего 1, можно найти такие три числа, которые будут являться сторонами этого треугольника и членами одной арифметической прогрессии с разностью n .

Текстовые задачи

1. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 200 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 15 км/ч, стоянка длится 10 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

2. Баржа в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 15 км от А. Пробыв в пункте В 1 час 20 минут, баржа отправилась назад и вернулась в пункт А в 16:00. Определите (в км/час) скорость течения реки, если известно, что собственная скорость баржи равна 7 км/ч.

3. Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 24 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью, на 16 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

4. Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 98 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 7 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 7 часов. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.

5. Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% никеля, второй - 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго сплава?

6. В сосуд, содержащий 180 г 70%-го водного раствора уксуса добавили 320 г воды. Найдите концентрацию уксусной кислоты в получившемся растворе.

7. Имеются два сплава, состоящие из золота и меди. В первом сплаве отношение масс золота и меди равно 8:3, а во втором - 12:5. Сколько килограммов золота и меди содержится в сплаве, приготовленном из 121 кг первого сплава и 255 кг второго сплава?

8. Смешали 10%-й раствор серной кислоты с 30%-м раствором той же кислоты. В результате получили 600 г 15%-го раствора серной кислоты. Сколько взяли того и другого раствора?

9. Первая труба пропускает на 3 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 378 литров она заполняет на 3 минуты дольше, чем вторая труба?

10. Заказ на 153 детали первый рабочий выполняет на 8 часов быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 8 деталей больше?

Задачи на принцип Дирихле

1. Докажите, что равносторонний треугольник нельзя покрыть двумя меньшими равносторонними треугольниками.
2. 10 школьников на олимпиаде решили 35 задач, причем известно, что среди них есть школьники, решившие ровно одну задачу, школьники, решившие ровно две задачи и школьники, решившие ровно три задачи. Докажите, что есть школьник, решивший не менее пяти задач.
3. Несколько дуг окружности покрасили в синий цвет. Сумма длин окрашенных дуг меньше длины окружности. Докажите, что существует диаметр, оба конца которого не окрашены.
4. На далекой планете, имеющей форму шара, суша занимает больше половины поверхности планеты. Докажите, что можно прорыть туннель, проходящий через центр планеты, который соединит сушу с сушей.
5. Докажите, что среди любых шести человек есть либо трое попарно знакомых, либо трое попарно незнакомых.
6. На складе имеются по 200 сапог 41, 42 и 43 размеров, причем среди этих 600 сапог 300 правых и 300 левых. Докажите, что из них можно составить не менее 100 годных пар обуви.

Задачи на графы

1. В деревне есть 15 телефонов, а АТС отсутствует. Можно ли телефоны соединить проводами так, чтобы каждый телефон был соединен ровно с пятью другими?
2. В стране Цифра есть 9 городов с названиями 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Путешественник обнаружил, что два города соединены авиалинией тогда и только тогда, когда двузначное число, составленное из цифр-названий этих городов, делится на 3. Можно ли из города 1 добраться в город 9?

Задачи-игры. Симметрия

(Нужно определить, кто из игроков выиграет, ходивший первым или вторым).

1. На доске написано 10 единиц и 10 двоек. За ход разрешается стереть две любые цифры и, если они были одинаковыми, написать двойку, а если разными — единицу. Если последняя оставшаяся на доске цифра - единица, то выиграл первый игрок, если двойка - то второй.
2. Двое по очереди кладут пятирублевые монеты на стол симметричной формы, причем так, чтобы они не накладывались друг на друга. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.
3. Двое по очереди ставят слонов в клетки шахматной доски так, чтобы слоны не били друг друга. (Цвет слонов значения не имеет). Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

Планиметрия

1. В трапеции ABCD с боковыми сторонами $AB = 8$ и $CD = 5$ биссектриса угла B пересекает биссектрисы углов A и C в точках M и N соответственно, а биссектриса угла D пересекает те же две биссектрисы в точках L и K, причем точка L лежит на основании BC. а) Докажите, что прямая MK проходит через середину стороны AB. б) Найти отношение $KL : MN$, если $LM : KN = 4 : 7$.

2. Через вершины B и C треугольника ABC проходит окружность, пересекающая стороны AB и AC соответственно в точках K и M. а) Доказать, что треугольники ABC и AMK подобны. б) Найти MK и AM, если $AB = 2$, $BC = 4$, $CA = 5$, $AK = 1$.

3. В выпуклом четырехугольнике KLMN точки A, B, C, D — середины сторон KL, LM, MN, NK соответственно. Известно, что $KL = 3$. Отрезки AC и BD.

4. пересекаются в точке O. Площади четырехугольников KAOD, LAOB и NDOC равны соответственно 6, 6 и 9. а) Докажите, что площади четырехугольников MCOB и NDOC равны. б) Найдите длину отрезка MN.

19.3.3 Тестовые задания

Не предусмотрены

19.3.4 Перечень заданий для контрольной работы по дисциплине «Практикум по решению олимпиадных задач по математике»

1. Хорда удалена от центра окружности на расстояние h . В каждый из двух сегментов круга, стягиваемый этой хордой, вписан квадрат так, что пара его соседних вершин лежит на хорде, а другая пара соседних вершин – на соответствующей дуге окружности. Найдите разность длин сторон квадратов.
2. Первый член числовой последовательности равен 1, каждый из двух следующих равен 2, каждый из трех следующих за ними равен 3 и т.д. Чему равен 2005-й член этой последовательности?
3. Каждый из трёх приятелей либо всегда говорит правду, либо всегда лжёт. Им был задан вопрос: «Есть ли хотя бы один лжец среди двух остальных?» Первый ответил: «Нет», второй ответил: «Да». Что ответил третий?
4. Найти все натуральные числа, оканчивающиеся на 2006, которые после зачеркивания последних четырех цифр уменьшаются в целое число раз.
5. Вычислить сумму $a^{2006} + 1/a^{2006}$, если $a^2 - a + 1 = 0$.
6. Кассир продал все билеты в первый ряд кинотеатра, причем по ошибке на одно из мест было продано два билета. Сумма номеров мест на всех этих билетах равна 1000 . На какое место продано два билета?
7. Найти все натуральные числа, оканчивающиеся на 2006, которые после зачеркивания последних четырех цифр уменьшаются в целое число раз.
8. В классе 30 человек. Может ли быть так, что 9 из них имеют по 3 друга (в этом классе), 11 - по 4 друга, а 10 - по 5 друзей.
9. В стране Семерка 15 городов, каждый из которых соединен дорогами не менее, чем с 7 другими. Докажите, что из любого города можно добраться до любого другого (возможно, проезжая через другие города).
10. В Тридевятом царстве лишь один вид транспорта — ковер-самолет. Из столицы выходит 21 ковролиния, из города Дальний — одна, а из всех остальных городов по 20. Докажите, что из столицы можно долететь в Дальний (возможно с пересадками).

19.3.5 Темы курсовых работ

Не предусмотрены

19.3.6 Темы рефератов

1. Делимость. Признаки делимости.
2. Приемы и методы решения задач с целочисленными величинами: разложение целого числа в сумму по степеням основания системы счисления; метод анализа делимости нацело, использование признаков делимости; метод анализа остатков; метод анализа последней цифры; метод замены переменных; метод оценок.
3. Иррациональные и действительные числа.
4. Степень с натуральными и целыми показателями и их свойства.
5. Числовые равенства и неравенства и их свойства.
6. Понятие факториала.
7. Бином Ньютона. Биномиальные коэффициенты.
8. Треугольник Паскаля.
9. Неравенство Коши.
10. Неравенства Бернулли.
11. Неравенство Коши-Буняковского.
12. Универсальные приемы и методы решения уравнений и неравенств.
13. Метод математической индукции и его использование при доказательстве утверждений.

1. Математическая олимпиада как форма организации внеурочной деятельности обучающихся.
2. Методика организации и проведения математических олимпиад.
3. Методика организации и проведения математического боя.
25. Учет возрастных особенностей в процессе организации математических олимпиад.

Критерии оценки:

- **оценка «отлично»** выставляется за самостоятельно написанный реферат по теме; умение излагать материал последовательно и грамотно, делать необходимые обобщения и выводы;

- **оценка «хорошо»** ставится, если: реферат удовлетворяет в основном требованиям на оценку «отлично», но при этом имеет один из недостатков: в изложении: допущены небольшие пробелы, не исказившие содержание реферата; допущены один–два недочета при освещении основного содержания темы, исправленные по замечанию преподавателя; допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов, которые легко исправляются по замечанию преподавателя. В реферате может быть недостаточно полно развернута аргументация;

- **оценка «удовлетворительно»** ставится, если: неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала; имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, исправленные после замечаний преподавателя; студент не может применить теорию в новой ситуации;

- **оценка «неудовлетворительно»** ставится, если: не раскрыто основное содержание учебного материала; обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала; допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, которые не исправлены после нескольких замечаний преподавателя; нарушена логика в изложении материала, нет необходимых обобщений и выводов; недостаточно сформированы навыки письменной речи; реферат является плагиатом других рефератов более чем на 80%.

19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущий контроль успеваемости проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущий контроль успеваемости проводится в формах: *фронтальных опросов, математических диктантов, контрольных работ*. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практическое задание, позволяющее оценить степень сформированности умений и навыков.

При оценивании используются количественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.