

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ  
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
естественнонаучных и  
общеобразовательных дисциплин

 С.Е. Зюзин

01.09.2018 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ  
Б1.В.11 Дискретная математика**

**1. Шифр и наименование направления подготовки:**

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

**2. Профили подготовки:**

Математика. Информатика и информационные технологии в образовании

**3. Квалификация выпускника:** бакалавр

**4. Форма обучения:** очная, заочная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** естественнонаучных и  
общеобразовательных дисциплин

**6. Составитель программы:** Л.В. Лободина, кандидат педагогических наук, доцент

**7. Рекомендована:** научно-методическим советом Филиала (протокол № 1 от  
31.08.2018 г.)

**8. Семестр:** 6

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

**Целью учебной дисциплины** «Дискретная математика» является формирование у студентов знаний законов дискретной математики и умений применения этих законов при решении задач, возникающих в практической деятельности.

### Задачи учебной дисциплины:

- сформировать у студентов представление об основных моделях и методах дискретной математики;
- научить решать практические задачи, связанные с построением конкретных комбинаторных конфигураций и с подсчётом их количества;
- научить решать простейшие рекуррентные соотношения;
- научить применять на практике основные положения теории графов, теории бинарных отношений, комбинаторики и др.

При проведении учебных занятий по дисциплине обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре образовательной программы:

Дисциплина «Дискретная математика» входит в блок Б1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной дисциплиной вариативной части образовательной программы. Для освоения дисциплины «Дискретная математика» необходимы знания, умения, навыки, сформированные в ходе изучения дисциплин «Алгебра и теория чисел», «Математическая логика и теория алгоритмов». Изучение данной дисциплины является необходимой основой для изучения дисциплин «Теоретические основы информатики», «Основы микроэлектроники», «Теория вероятностей и математическая статистика».

Условия реализации дисциплины для лиц с ОВЗ определяются особенностями восприятия учебной информации и с учетом индивидуальных психофизических особенностей.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ПК-1	готовность реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов	<p><b>знает:</b> связь теоретических основ и технологических приёмов дискретной математики с содержанием преподаваемых учебных предметов (<i>основные принципы перечисления объектов; понятие производящей функции последовательности; формулу включения-исключения; методы решения рекуррентных соотношений; основные характеристики графов; специальные цепи и циклы в графе; понятие основного дерева в графе; методы подсчёта хроматического числа графа; комбинаторные и теоретико-множественные подходы к постановке и решению задач; навыки моделирования прикладных задач методами дискретной математики</i>);</p> <p><b>умеет:</b> – ставить познавательные цели учебной деятельности; – осуществлять самоконтроль и самооценку своих учебных достижений; – применять навыки владения ИКТ, проектной и исследовательской деятельностью в процессе изучения дискретной математики;</p> <p><b>имеет навыки:</b> – исследовательской и проектной деятельности; – общепользовательской ИКТ-компетентности; – общепедагогической ИКТ-компетентности;</p>

ПК-4	<p>способность использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов</p>	<p>предметно-педагогической ИКТ-компетентности.</p> <p><b>знает:</b></p> <p>технологические приемы дискретной математики, лежащие в основе построения различных моделей в экономике, социологии, эконометрике и т.д. (<i>методы решения рекуррентных соотношений; комбинаторный и теоретико-множественный подходы к постановке и решению задач; приёмы моделирования прикладных задач методами дискретной математики</i>);</p> <p><b>умеет:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– использовать знание основ дискретной математики для перевода информации с естественного языка на язык соответствующей предметной области и обратно (<i>понятие рекуррентного соотношения; производящей функции; основные принципы перечисления объектов; важнейшие системы чисел, появляющиеся в комбинаторных подсчётах; основные характеристики графов</i>);</li> <li>– применять теоретические знания по дискретной математике в описании процессов и явлений в различных областях знания (<i>строить производящие функции конкретных последовательностей и решать обратную задачу; строить граф по его матрицам смежности или инцидентности и решать обратную задачу; строить циклы специального вида в графе; находить хроматическое число и хроматический многочлен графа</i>);</li> <li>– использовать преимущества технологических приемов дискретной математики при решении задач образовательной области «Математика и информатика» (<i>решать простейшие рекуррентные соотношения; решать практические задачи, связанные с построением конкретных комбинаторных конфигураций и с подсчётом их количества</i>);</li> <li>– осуществлять поиск и отбор информации, необходимой для решения конкретной задачи;</li> </ul> <p><b>владеет:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– конструктивными умениями как одним из главных аспектов профессиональной культуры будущего учителя-предметника;</li> <li>– материалом дискретной математики на уровне, позволяющем формулировать и решать задачи, возникающие в ходе учебной деятельности по преподаваемым предметам, а также в практической деятельности, требующие углубленных профессиональных знаний;</li> <li>– навыками формализации теоретических и прикладных практических задач.</li> </ul>
------	---	--

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 2/72.

Форма промежуточной аттестации зачёт с оценкой.

### 13. Виды учебной работы

#### Очная форма обучения

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)	
	Всего	По семестрам
		6 сем.
Контактная работа, в том числе:	40	40
лекции	20	20
практические занятия	20	20
лабораторные работы	0	0
Самостоятельная работа	32	32
Форма промежуточной аттестации (зачёт с оценкой – 0 час.)	0	0
Итого:	72	72

#### Заочная форма обучения

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)	
	Всего	По семестрам
		6 сем.
Контактная работа, в том числе:	8	8
лекции	4	4
практические занятия	4	4
лабораторные работы	0	0
Самостоятельная работа	60	60
Форма промежуточной аттестации (зачёт с оценкой – 4 час.)	4	4
Итого:	72	72

### 13.1. Содержание дисциплины

#### Очная форма обучения

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Введение	Различие между дискретной и непрерывной математикой. Счет и перебор как основные методы дискретной математики. Эффект «комбинаторного взрыва», примеры.
1.2	Рекуррентные соотношения	Понятие рекуррентного соотношения. Задачи, приводящие к возникновению рекуррентных соотношений. Числа Фибоначчи. Некоторые способы решения рекуррентных соотношений.
1.3	Суммы и рекуррентности	Способы записи конечных сумм. Кратные суммы. Преобразования сумм. Некоторые методы суммирования. Связь конечных сумм и рекуррентных соотношений.
1.4	Целочисленные функции $[x]$ , $[x]$ , mod. Бином Ньютона	Биномиальные коэффициенты. Основные тождества с биномиальными коэффициентами. Полиномиальная формула. Полиномиальные коэффициенты. Полиномиальная теорема.
1.5	Введение в асимптотические методы	Асимптотические решения рекуррентных соотношений. Символы $\sim$ , $o$ , $O$ и основные правила их использования. Асимптотические решения рекуррентных соотношений. Формула суммирования Эйлера.
1.6	Основные комбинаторные конфигурации	Свойства комбинаторных чисел. Метод включения-исключения и его применения.
1.7	Основные понятия теории графов	Обобщение понятия графа. Способы представления графов. Маршруты, пути, цепи и циклы. Связные графы. Изоморфизм графов. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Деревья. Паросочетания, независимые множества и клики. Планарные и

		плоские графы. Теорема Эйлера и её следствия. Непланарность графов $K_5$ и $K_{3,3}$ . Раскраска вершин и ребер графа. Хроматическое число. Двудольные графы. Теорема Кенига. Раскрашиваемость вершин планарного графа пятью красками. Гипотеза четырех красок.
1.8	Элементы теории нечетких множеств	Понятие нечеткого множества. Основные свойства нечетких множеств. Операции над нечеткими множествами. Нечеткие отношения и их свойства. Лингвистические переменные и термы. Дефаззификация нечеткого множества.
<b>2. Практические занятия</b>		
2.2	Рекуррентные соотношения	Понятие рекуррентного соотношения. Задачи, приводящие к возникновению рекуррентных соотношений. Некоторые способы решения рекуррентных соотношений.
2.3	Суммы и рекуррентности	Кратные суммы. Преобразования сумм. Некоторые методы суммирования. Связь конечных сумм и рекуррентных соотношений.
2.4	Бином Ньютона	Основные тождества с биномиальными коэффициентами. Треугольник Паскаля. Бином Ньютона и его применения.
2.6	Основные комбинаторные конфигурации	Свойства комбинаторных чисел. Метод включения-исключения и его применения.
2.7	Основные понятия теории графов	Способы представления графов. Маршруты, пути, цепи и циклы. Связные графы. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Деревья. Паросочетания, независимые множества и клики. Планарные и плоские графы. Раскраска вершин и ребер графа. Хроматическое число. Двудольные графы. Теорема Кенига. Раскрашиваемость вершин планарного графа пятью красками. Гипотеза четырех красок.
2.8	Элементы теории нечетких множеств	Понятие нечеткого множества. Основные свойства нечетких множеств. Операции над нечеткими множествами. Нечеткие отношения и их свойства. Лингвистические переменные и термы. Дефаззификация нечеткого множества.

## Заочная форма обучения

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Рекуррентные соотношения Суммы и рекуррентности	Понятие рекуррентного соотношения. Задачи, приводящие к возникновению рекуррентных соотношений. Числа Фибоначчи. Некоторые способы решения рекуррентных соотношений. Способы записи конечных сумм. Кратные суммы. Преобразования сумм. Некоторые методы суммирования. Связь конечных сумм и рекуррентных соотношений.
1.2	Целочисленные функции $\lfloor x \rfloor$ , $\lceil x \rceil$ , mod. Бином Ньютона. Основные комбинаторные конфигурации	Целочисленные функции $\lfloor x \rfloor$ , $\lceil x \rceil$ , mod. Биномиальные коэффициенты. Основные тождества с биномиальными коэффициентами.
1.4	Основные понятия теории графов	Обобщение понятия графа. Способы представления графов. Маршруты, пути, цепи и циклы. Связные графы. Изоморфизм графов. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Деревья. Паросочетания, независимые множества и клики. Планарные и плоские графы. Теорема Эйлера и её следствия. Непланарность графов $K_5$ и $K_{3,3}$ . Раскраска вершин и ребер графа. Хроматическое число. Двудольные графы. Теорема Кенига. Раскрашиваемость вершин планарного графа пятью красками. Гипотеза четырех красок.
<b>2. Практические занятия</b>		
2.1	Рекуррентные соотношения Суммы и рекуррентности	Понятие рекуррентного соотношения. Задачи, приводящие к возникновению рекуррентных соотношений. Некоторые способы решения рекуррентных соотношений. Кратные суммы. Преобразования сумм. Некоторые методы суммирования. Связь конечных сумм и рекуррентных

		соотношений.
2.2	Целочисленные функции $\lfloor x \rfloor$ , $\lceil x \rceil$ , mod. Бином Ньютона. Основные комбинаторные конфигурации	Целочисленные функции $\lfloor x \rfloor$ , $\lceil x \rceil$ , mod. Основные тождества с биномиальными коэффициентами. Треугольник Паскаля. Бином Ньютона и его применения. Свойства комбинаторных чисел. Метод включения-исключения и его применения.
2.4	Основные понятия теории графов	Способы представления графов. Маршруты, пути, цепи и циклы. Связные графы. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Деревья. Паросочетания, независимые множества и клики. Планарные и плоские графы. Раскраска вершин и ребер графа. Хроматическое число. Двудольные графы. Теорема Кенига. Раскрашиваемость вершин планарного графа пятью красками. Гипотеза четырех красок.
2.5	Элементы теории нечетких множеств	Понятие нечеткого множества. Основные свойства нечетких множеств. Операции над нечеткими множествами. Нечеткие отношения и их свойства. Лингвистические переменные и термы. Дефаззификация нечеткого множества.

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

#### Очная форма обучения

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1.	Введение	1	0	0	2	3
2.	Рекуррентные соотношения	4	4	0	6	14
3.	Суммы и рекуррентности	2	2	0	4	8
4.	Целочисленные функции $\lfloor x \rfloor$ , $\lceil x \rceil$ , mod. Бином Ньютона	2	2	0	4	8
5.	Введение в асимптотические методы	2	2	0	4	8
6.	Основные комбинаторные конфигурации	1	2	0	4	7
7.	Основные понятия теории графов	6	6	0	4	16
8.	Элементы теории нечетких множеств	2	2	0	4	8
	Зачёт с оценкой					0
	Итого:	20	20	0	32	72

#### Заочная форма обучения

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1.	Рекуррентные соотношения Суммы и рекуррентности	1	1	0	12	14
2.	Целочисленные функции $\lfloor x \rfloor$ , $\lceil x \rceil$ , mod. Бином Ньютона. Основные комбинаторные конфигурации	1	1	0	12	14
3.	Введение в асимптотические методы	0	0	0	12	12
4.	Основные понятия теории графов	2	1	0	12	15
5.	Элементы теории нечетких множеств	0	1	0	12	13
	Зачёт с оценкой					4
	Итого:	4	4	0	60	72

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Приступая к изучению учебной дисциплины, целесообразно ознакомиться с учебной программой дисциплины, электронный вариант которой размещён на сайте БФ ВГУ.

Знание основных положений, отраженных в рабочей программе дисциплины, поможет обучающимся ориентироваться в изучаемом курсе, осознавать место и роль изучаемой дисциплины в подготовке будущего выпускника, строить свою работу в соответствии с требованиями, заложенными в программе.

Основными формами контактной работы по дисциплине являются лекции и практические занятия, посещение которых обязательно для всех студентов (кроме студентов, обучающихся по индивидуальному плану).

Подготовка к практическим занятиям ведется на основе планов практических занятий, которые размещены на сайте филиала. В ходе подготовки к практическим занятиям необходимо изучить в соответствии с вопросами для повторения конспекты лекций, основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой. Кроме того, следует повторить материал лекций, ответить на контрольные вопросы, изучить образцы решения задач, выполнить упражнения (если такие предусмотрены).

При подготовке к промежуточной аттестации необходимо повторить пройденный материал в соответствии с учебной программой, примерным перечнем вопросов, выносящихся на зачет с оценкой. Рекомендуется использовать конспекты лекций и источники, перечисленные в списке литературы в рабочей программе дисциплины, а также ресурсы электронно-библиотечных систем.

Для достижения планируемых результатов обучения используются интерактивные лекции, групповые дискуссии, анализ имитационных моделей.

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

##### а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Галушкина Ю.И. и др. Конспект лекций по дискретной математике: с упражнениями и контрольными работами.- 2-е изд.- М.: Айрис-Пресс, 2008
2	Судоплатов С.Б., Овчинникова Е.В. Дискретная математика: учеб.- М.- Новосибирск: ИНФРА-М, Изд-во НГТУ, 2007

##### б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3	Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по дискретной математике: учеб. пос.- М.: Физматлит, 2006
4	Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов: учеб. пос. для вузов.- СПб.: Питер, 2004
5	Соболева Т.С. Дискретная математика: учеб. для вузов.- М.: Академия, 2006

##### в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
6	Судоплатов, С.В. Дискретная математика : учебник / С.В. Судоплатов, Е.В. Овчинникова. - 4-е изд. - Новосибирск : НГТУ, 2012. - 278 с. - (Учебники НГТУ). - ISBN 978-5-7782-1815-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=135675">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=135675</a> (11.01.2018).
7	Тюрин, С.Ф. Дискретная математика: Практическая дискретная математика и математическая логика: учебное пособие / С.Ф. Тюрин, Ю.А. Аляев. - М.: Финансы и статистика, 2010. - 385 с. : табл., схем. - ISBN 978-5-279-03463-5; То же [Электронный ресурс]. – URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=63603">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=63603</a> (21.08.2014).
8	ЭУК «Дискретная математика» <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3042">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3042</a>
9	Онлайн-курс Национальной платформы открытого образования (НПОО) «Методы и алгоритмы теории графов» <a href="https://openedu.ru/course/ITMOUniversity/AGRAPH/">https://openedu.ru/course/ITMOUniversity/AGRAPH/</a>

#### 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
-------	----------

1	Шапоров С.Д. Дискретная математика: курс лекций и практических занятий.- СПб: БХВ-Петербург, 2007.
2	Баврин И.И. Дискретная математика: учеб. для пед. вузов.- М.: Высшая математика, 2007

## 17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение, информационно-справочные системы и профессиональные базы данных

Microsoft Office 2007 (Word, Excel, PowerPoint).

При реализации дисциплины применяется смешанное обучение с использованием

- ЭУК «Дискретная математика» <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3042>;
- онлайн-курса Национальной платформы открытого образования (НПОО) «Методы и алгоритмы теории графов» <https://openedu.ru/course/ITMOUniversity/AGRAPH/>;
- онлайн-консультаций;
- электронной почты.

### Информационно-справочные системы и профессиональные базы данных

- Научная электронная библиотека – <http://www.scholar.ru/>;
- Федеральный портал Российское образование – <http://www.edu.ru/>;
- Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» <http://window.edu.ru/>;
- Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов – <http://fcior.edu.ru/>;
- Лекции ведущих преподавателей вузов России в свободном доступе – <https://www.lektorium.tv/>;
- Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» – <http://biblioclub.ru/>.

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Мультимедийное оборудование (проектор, ноутбук или стационарный компьютер, экран).

## 19. Фонд оценочных средств:

### 19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
ПК-1 готовность реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов	Знать: – связь теоретических основ и технологических приёмов дискретной математики с содержанием преподаваемых учебных предметов ( <i>основные принципы перечисления объектов; понятие производящей функции последовательности; формулу включения-исключения; методы решения рекуррентных соотношений; основные характеристики графов; специальные цепи и циклы в графе; понятие основного дерева в графе; методы подсчёта хроматического числа графа; комбинаторные и теоретико-множественные подходы к постановке и решению задач; навыки моделирования прикладных задач методами</i>	1. Рекуррентные соотношения 2. Суммы и рекуррентности 3. Бином Ньютона. Основные комбинаторные конфигурации 4. Введение в асимптотические методы 5. Основные понятия теории графов 6. Элементы теории нечетких множеств	Контрольная работа  Тест

	<i>дискретной математики).</i>		
	<p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– ставить познавательные цели учебной деятельности;</li> <li>– осуществлять самоконтроль и самооценку своих учебных достижений;</li> <li>– применять навыки владения ИКТ, проектной и исследовательской деятельностью в процессе изучения дискретной математики.</li> </ul>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Рекуррентные соотношения</li> <li>2. Суммы и рекуррентности</li> <li>3. Бином Ньютона. Основные комбинаторные конфигурации</li> <li>4. Введение в асимптотические методы</li> <li>5. Основные понятия теории графов</li> <li>6. Элементы теории нечетких множеств</li> </ol>	<p>Тест</p> <p>Комплекты индивидуальных заданий для практических работ</p> <p>Доклады, сообщения</p>
	<p>Иметь навыки:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– исследовательской и проектной деятельности;</li> <li>– общепользовательской ИКТ-компетентности;</li> <li>– общепедагогической ИКТ-компетентности;</li> <li>– предметно-педагогической ИКТ-компетентности.</li> </ul>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Рекуррентные соотношения</li> <li>2. Суммы и рекуррентности</li> <li>3. Бином Ньютона. Основные комбинаторные конфигурации</li> <li>4. Введение в асимптотические методы</li> <li>5. Основные понятия теории графов</li> <li>6. Элементы теории нечетких множеств</li> </ol>	<p>Комплекты индивидуальных заданий для практических работ</p> <p>Разноуровневые задания</p> <p>Тесты</p>
<p>ПК-4 способность использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– технологические приемы дискретной математики, лежащие в основе построения различных моделей в экономике, социологии, эконометрике и т.д. (<i>методы решения рекуррентных соотношений; комбинаторный и теоретико-множественный подходы к постановке и решению задач; приёмы моделирования прикладных задач методами дискретной математики).</i></li> </ul>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Рекуррентные соотношения</li> <li>2. Суммы и рекуррентности</li> <li>3. Бином Ньютона. Основные комбинаторные конфигурации</li> <li>4. Введение в асимптотические методы</li> <li>5. Основные понятия теории графов</li> <li>6. Элементы теории нечетких множеств</li> </ol>	<p>Доклады, сообщения</p> <p>Разноуровневые задания</p> <p>Тесты</p> <p>Контрольная работа</p>
	<p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– использовать знание основ дискретной математики для перевода информации с естественного языка на язык соответствующей предметной области и обратно (<i>понятие рекуррентного соотношения; производящей функции; основные принципы перечисления объектов; важнейшие системы чисел, появляющиеся в комбинаторных подсчётах; основные характеристики графов);</i></li> <li>– применять теоретические знания по дискретной математике в описании процессов и явлений в</li> </ul>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Рекуррентные соотношения</li> <li>2. Суммы и рекуррентности</li> <li>3. Бином Ньютона. Основные комбинаторные конфигурации</li> <li>4. Введение в асимптотические методы</li> <li>5. Основные понятия теории графов</li> <li>6. Элементы теории нечетких множеств</li> </ol>	<p>Доклады, сообщения</p> <p>Комплекты индивидуальных заданий для практических работ</p> <p>Разноуровневые задания</p> <p>Тесты</p>

	<p>различных областях знания (<i>строить производящие функции конкретных последовательностей и решать обратную задачу; строить граф по его матрицам смежности или инцидентности и решать обратную задачу; строить циклы специального вида в графе; находить хроматическое число и хроматический многочлен графа</i>);</p> <p>– использовать преимущества технологических приемов дискретной математики при решении задач образовательной области «Математика и информатика» (<i>решать простейшие рекуррентные соотношения; решать практические задачи, связанные с построением конкретных комбинаторных конфигураций и с подсчётом их количества</i>);</p> <p>– осуществлять поиск и отбор информации, необходимой для решения конкретной задачи.</p>		
	<p>Владеть:</p> <p>– конструктивными умениями как одним из главных аспектов профессиональной культуры будущего учителя-предметника;</p> <p>– материалом дискретной математики на уровне, позволяющем формулировать и решать задачи, возникающие в ходе учебной деятельности по преподаваемым предметам, а также в практической деятельности, требующие углубленных профессиональных знаний;</p> <p>– навыками формализации теоретических и прикладных практических задач.</p>	<p>1. Рекуррентные соотношения 2. Суммы и рекуррентности 3. Бином Ньютона. Основные комбинаторные конфигурации 4. Введение в асимптотические методы 5. Основные понятия теории графов 6. Элементы теории нечетких множеств</p>	<p>Разноуровневые задания</p> <p>Тесты</p>
<p><b>Промежуточная аттестация – зачёт с оценкой</b></p>			<p>Вопросы к зачёту с оценкой</p>

## 19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на зачете с оценкой используются следующие показатели (ЗУНЫ из 19.1):

- 1) знание основ и закономерностей дискретной математики;
- 2) умение связывать теорию с практикой;
- 3) владение навыками решения типовых расчётных задач дискретной математики.

Для оценивания результатов обучения на зачете с оценкой используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
---------------------------------	--------------------------------------	--------------

Обучающийся в полной мере владеет теоретическими основами и технологическими приёмами дискретной математики, способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований, применять теоретические знания для решения задач дискретной математики и прикладных задач методами дискретной математики.	Повышенный уровень	Отлично
Обучающийся владеет теоретическими основами и технологическими приёмами дискретной математики, способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, применять теоретические знания для решения задач дискретной математики.	Базовый уровень	Хорошо
Обучающийся владеет частично теоретическими основами и технологическими приёмами дискретной математики, в ряде случаев затрудняется применять теоретические знания при решении задач дискретной математики.	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трем из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки при решении типовых задач либо не имеет представления о способе их решения.	–	Неудовлетворительно

### 19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

#### 19.3.1 Перечень вопросов к зачёту с оценкой:

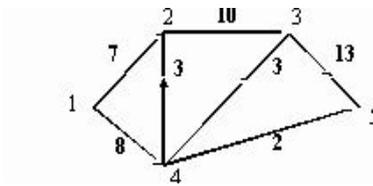
1. Различие между дискретной и непрерывной математикой. Основные методы дискретной математики. Эффект «комбинаторного взрыва».
2. Понятие рекуррентного соотношения. Задачи, приводящие к возникновению рекуррентных соотношений.
3. Непропорциональные решения рекуррентного соотношения. Базис соотношения.
4. Числа Фибоначчи.
5. Общее решение рекуррентного соотношения.
6. Решение рекуррентных соотношений методом подбора базиса.
7. Решение рекуррентных соотношений методом геометрических прогрессий.
8. Способы записи конечных сумм. Кратные суммы.
9. Преобразования сумм.
10. Некоторые методы суммирования.
11. Сведение решения конечной суммы к решению рекуррентного соотношения.
12. Сведение решения рекуррентного соотношения к решению конечной суммы.
13. Биномиальные коэффициенты. Треугольник Паскаля. Полиномиальные коэффициенты.
14. Основные тождества с биномиальными коэффициентами.
15. Преобразования сумм, содержащих биномиальные коэффициенты.
16. Метод включения-исключения и его применения.
17. Символ  $O$  и основные правила его использования.
18. Понятие графа. Способы представления графов.
19. Маршруты, пути, цепи и циклы. Подграфы.
20. Связные графы. Компоненты связности графа. Изоморфизм графов.
21. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Примеры.
22. Деревья. Планарные и плоские графы. Укладка графа на плоскости.
23. Раскраска вершин и ребер графа. Хроматическое число.
24. Двудольные графы. Теорема Кенига.
25. Раскрашиваемость вершин планарного графа пятью красками. Теорема о четырех красках.
26. Понятие нечеткого множества. Основные свойства нечетких множеств. Операции над нечеткими множествами.
27. Нечеткие отношения и их свойства.
28. Лингвистические переменные и термы. Дефаззификация нечеткого множества.

#### 19.3.2 Комплекты заданий для практических (контрольных) работ

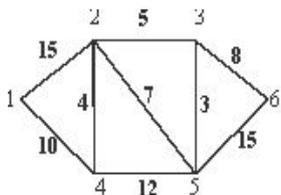
**Практическая работа №1**  
**Тема Основные понятия теории графов**

**Задание.** Для данного графа G:

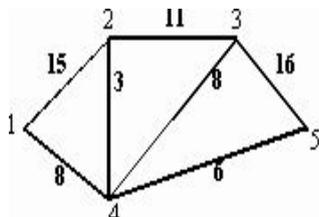
- а) найти метрические характеристики;
- б) построить матрицы смежности и инцидентности;
- в) найти остов минимального веса по алгоритму Краскала и алгоритму Прима;
- г) выполнить унарные операции над графом G.



Вариант 1.

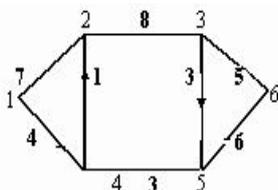


Вариант 2.

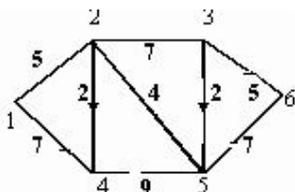


Вариант 3.

Вариант 4.



Вариант 5.



**Практическая работа №2**  
**Тема Элементы теории нечетких множеств**

**Задание 1.** Представить в виде нечеткого множества следующие понятия и выполнить дефаззификацию этого множества.

- Вариант 1. «Человек среднего возраста».
- Вариант 2. «Молодой человек».
- Вариант 3. «Пожилый человек».
- Вариант 4. «Комнатная температура».
- Вариант 5. «Быстрая ходьба».
- Вариант 6. «Холодная вода».

**Задание 2.** Определить лингвистическую переменную и термы, составляющие терм-множество.

- Вариант 1. Стоимость автомобиля оценивается по шкале «низкая», «средняя», «высокая» и «очень высокая».
- Вариант 2.

Температура тела человека оценивается по шкале «пониженная», «нормальная», «повышенная», «высокая», «очень высокая».

Вариант 3.

Размер заработной платы оценивается по шкале «минимальная», «маленькая», «средняя», «высокая», «очень высокая».

Вариант 4.

Успеваемость школьника оценивается по шкале «низкая», «средняя», «хорошая», «отличная».

Вариант 5.

Погода оценивается по шкале «отвратительная», «плохая», «так себе», «хорошая», «очень хорошая», «прекрасная».

**Задание 3.** Найти все характеристики (носитель, ядро, высоту) нечеткого множества  $A$ .

Вариант 1.

$$A = \frac{0,4}{x_1} + \frac{0,1}{x_2} + \frac{0}{x_3} + \frac{0,8}{x_4} + \frac{1}{x_5} + \frac{0,6}{x_6};$$

Вариант 2.

$$A = \frac{0,2}{x_1} + \frac{0,5}{x_2} + \frac{0,1}{x_3} + \frac{0}{x_4} + \frac{1}{x_5} + \frac{0,5}{x_6};$$

Вариант 3.

$$A = \frac{0,2}{x_1} + \frac{0,5}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{0,2}{x_4} + \frac{1}{x_5} + \frac{0,5}{x_6} + \frac{0,9}{x_7};$$

Вариант 4.

$$A = \frac{0,4}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{0,3}{x_3} + \frac{0,8}{x_4} + \frac{1}{x_5};$$

Вариант 5.

$$A = \frac{0}{x_1} + \frac{0,4}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{0,8}{x_4} + \frac{1}{x_5} + \frac{0,5}{x_6} + \frac{0,6}{x_7};$$

**Задание 4.** Заданы нечеткие множества  $A$  и  $B$ . Найти их объединение, пересечение, дополнение и разности.

$$A = \frac{0,4}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{0,3}{x_3} + \frac{0,8}{x_4} + \frac{1}{x_5};$$

$$B = \frac{0,5}{x_1} + \frac{0}{x_2} + \frac{0,7}{x_3} + \frac{0,8}{x_4} + \frac{0,4}{x_5};$$

Вариант 2.

$$A = \frac{0,5}{x_1} + \frac{0}{x_2} + \frac{0,7}{x_3} + \frac{0,8}{x_4} + \frac{0,4}{x_5};$$

$$B = \frac{0,5}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{0,3}{x_3} + \frac{0,2}{x_4} + \frac{0,6}{x_5};$$

Вариант 3.

$$A = \frac{1}{x_1} + \frac{0,6}{x_2} + \frac{0}{x_3} + \frac{0,2}{x_4} + \frac{0}{x_5} + \frac{0,5}{x_6} + \frac{0,4}{x_7};$$

$$B = \frac{0,2}{x_1} + \frac{0,5}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{0,2}{x_4} + \frac{1}{x_5} + \frac{0,5}{x_6} + \frac{0,9}{x_7};$$

Вариант 4.

$$A = \frac{0}{x_1} + \frac{0,4}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{0,8}{x_4} + \frac{1}{x_5} + \frac{0,5}{x_6} + \frac{0,6}{x_7};$$

$$B = \frac{0,2}{x_1} + \frac{0,5}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{0,2}{x_4} + \frac{1}{x_5} + \frac{0,5}{x_6} + \frac{0,9}{x_7};$$

Вариант 5.

$$A = \frac{1}{x_1} + \frac{0,8}{x_2} + \frac{0,3}{x_3} + \frac{0}{x_4} + \frac{1}{x_5} + \frac{0,5}{x_6};$$

$$B = \frac{0,2}{x_1} + \frac{0,5}{x_2} + \frac{0,1}{x_3} + \frac{0}{x_4} + \frac{1}{x_5} + \frac{0,5}{x_6};$$

### 19.3.3 Комплект тестовых заданий

#### Тест №1

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов
1.	Рекуррентной называется последовательность, у которой каждый член определяется как:	а) некоторая функция от предыдущих членов; б) некоторая функция от последующих членов; в) некоторая числовая константа; г) произвольным образом.
2.	Решить рекуррентное соотношение «в замкнутой форме» - это значит:	а) найти сумму n первых членов рекуррентной последовательности; б) получить аналитическое выражение n-го члена последовательности через номер n; в) получить аналитическое выражение n-го члена, не зависящее от номера n; г) вычислить n-й член последовательности.
3.	Последовательность чисел Фибоначчи задается соотношением:	1. $\begin{cases} U_N = U_{N-1} + U_{N-2}, \\ U_1 = U_2 = 1. \end{cases}$ 2. $\begin{cases} U_N = U_{N-1} + U_{N-2} + U_{N-3}, \\ U_1 = U_2 = U_3 = 1. \end{cases}$ 3. $U_N = U_{N-1} + U_{N-2};$ 4. $\begin{cases} U_{N+2} = U_{N+1} + U_N, \\ U_0 = U_1 = 1. \end{cases}$
4.	Равенство: $C_n^k = (-1)^k \cdot C_{k-n-1}^k$ выражает:	а) соотношение симметрии; б) формулу сложения биномиальных коэффициентов; в) правило обращения верхнего индекса; г) правило внесения.
5.	Метод замены сумм интегралами заключается в:	а) выдвигении гипотезы о виде общего члена суммы, которая затем проверяется по индукции; б) замене суммы на вычисление площади некоторой фигуры; в) выделении первого и последнего членов суммы; г) замене суммы соответствующим рекуррентным соотношением
6.	Чтобы проверить непропорциональность двух решений рекуррентного соотношения:	а) необходимо проверять непропорциональность всех соответствующих членов этих последовательностей; б) достаточно проверить непропорциональность первых двух членов;
7.	Равенство: $C_n^k = \frac{n}{k} \cdot C_{n-1}^{k-1}$ выражает:	а) соотношение симметрии; б) формулу сложения биномиальных коэффициентов; в) правило обращения верхнего индекса; г) правило внесения.
8.	Рекуррентное соотношение порядка k:	а) всегда имеет ровно k решений; б) всегда имеет бесконечное множество решений; в) может не иметь ни одного решения; г) имеет либо бесконечное множество решений, либо единственное.
9.	Базис рекуррентного соотношения k-го порядка: 1) может быть выбран однозначно; 2) состоит из k решений; 3) состоит из (k + 1)-го решения;	а) 1) и 3); б) 2) и 4); в) 3) и 4);

	4) может быть выбран неоднозначно.	г) 1) и 4).
10.	Следующее равенство $\sum_{k \in K} c \cdot a_k = c \cdot \sum_{k \in K} a_k$ выражает:	а) свойство переименования индексов суммы; б) сочетательный закон суммирования; в) распределительный закон; г) переместительный закон.
11.	Метод суммирования, который состоит в решении вместо данной суммы соответствующего ей рекуррентного соотношения в замкнутой форме, называется:	а) метод приведения; б) метод усложнения и упрощения; в) метод гипотезы с подтверждением по индукции; г) метод подбора репертуара.
12.	Сумма всех биномиальных коэффициентов равна:	а) $2n$ ; б) $2^n$ ; в) $n^2$ ; г) $2^{n+1}$ .
13.	Эффект «комбинаторного взрыва», который возникает при решении некоторых задач, заключается:	а) в экспоненциальном росте числа решений задачи при линейном увеличении ее размеров; б) в неограниченном возрастании численных решений задачи; в) в том, что решение задачи выражается числом, которое равно некоторому биномиальному коэффициенту.
14.	Следующее равенство $\sum_k (a_k + b_k) = \sum_k a_k + \sum_k b_k$ выражает:	а) свойство переименования индексов суммы; б) сочетательный закон суммирования; в) распределительный закон; г) переместительный закон.
15.	Решение комбинаторной задачи с помощью рекуррентного соотношения означает, что:	а) решение сводится к решению той же задачи при меньших значениях $n$ ; б) решение выражается положительным числом; в) решение находится в приближенном виде; г) при решении возникает эффект «комбинаторного взрыва».
16.	Равенство: $C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$ выражает:	а) соотношение симметрии; б) формулу сложения биномиальных коэффициентов; в) правило обращения верхнего индекса; г) правило внесения.
17.	Метод приведения заключается в:	а) выдвигении гипотезы о виде общего члена суммы, которая затем проверяется по индукции; б) замене суммы на вычисление площади некоторой фигуры; в) выделении первого и последнего членов суммы; г) замене суммы соответствующим рекуррентным соотношением
18.	Суммирующий множитель позволяет:	а) упростить выражение, стоящее под знаком суммы; б) найти решение рекуррентного соотношения в «замкнутом виде» методом геометрических прогрессий; в) свести решение рекуррентного соотношения к решению соответствующей суммы в «замкнутом виде»; г) избавиться от суммы и перейти к решению соответствующего рекуррентного соотношения.
19.	Геометрическая прогрессия является:	а) рекуррентным соотношением 1-го порядка; б) второго порядка; в) вообще не является рекуррентным

		соотношением.
20.	Следующее равенство $\sum_k a_k = \sum_{p(k)} a_{p(k)}$ выражает:	а) свойство переименования индексов суммы; б) сочетательный закон суммирования; в) распределительный закон; г) переместительный закон.
21.	Метод гипотезы с подтверждением по индукции заключается в:	а) выдвижении гипотезы о виде общего члена суммы, которая затем проверяется по индукции; б) замене суммы на вычисление площади некоторой фигуры; в) выделении первого и последнего членов суммы; г) замене суммы соответствующим рекуррентным соотношением
22.	Правило, по которому вычисляются значения биномиальных коэффициентов называется:	а) формула суммирования Эйлера; б) алгоритм Краскала; в) треугольник Паскаля; г) бином Ньютона.
23.	Арифметическая прогрессия является:	а) рекуррентным соотношением 1-го порядка; б) второго порядка; в) вообще не является рекуррентным соотношением.
24.	Метод геометрических прогрессий при решении рекуррентного соотношения используется, если:	а) его характеристическое уравнение степени $n$ имеет кратные корни; б) вообще не имеет корней; в) имеет $n$ различных корней; г) имеет только целые корни.
25.	Метод подбора репертуара заключается в:	а) выдвижении гипотезы о виде общего члена суммы, которая затем проверяется по индукции; б) замене суммы на вычисление площади некоторой фигуры; в) выделении первого и последнего членов суммы; г) замене суммы соответствующим рекуррентным соотношением
26.	Равенство: $C_n^k = C_n^{n-k}$ выражает:	а) соотношение симметрии; б) формулу сложения биномиальных коэффициентов; в) правило обращения верхнего индекса; г) правило внесения.

### Критерии оценки результата

Каждое правильно выполненное задание – 1 б.

«5» – 24-26 баллов, «4» – 18-25 баллов,

«3» – 12-17 баллов, «2» – 0-11 баллов

### Тест №2 Вариант 1

#### Вопрос 1.

Рекуррентной называется последовательность, у которой каждый член определяется как:

- +некоторая функция от предыдущих членов
- некоторая функция от последующих членов
- некоторая числовая константа
- произвольным образом

#### Вопрос 2

Решить рекуррентное соотношение «в замкнутой форме» - это значит:

- найти сумму  $n$  первых членов рекуррентной последовательности
- +получить аналитическое выражение  $n$ -го члена последовательности через номер  $n$

- получить аналитическое выражение n-го члена, не зависящее от номера n
- вычислить n-й член последовательности

### Вопрос 3

Граф называется планарным, если он:

- не содержит циклов
- +допускает укладку на плоскости
- не имеет концевых вершин
- содержит простую цепь

### Вопрос 4

Последовательность чисел Фибоначчи задается соотношением:

1. 
$$\begin{cases} U_N = U_{N-1} + U_{N-2}, \\ U_1 = U_2 = 1. \end{cases}$$
2. 
$$\begin{cases} U_N = U_{N-1} + U_{N-2} + U_{N-3}, \\ U_1 = U_2 = U_3 = 1. \end{cases}$$
3. 
$$U_N = U_{N-1} + U_{N-2},$$
4. 
$$\begin{cases} U_{N+2} = U_{N+1} + U_N, \\ U_0 = U_1 = 1. \end{cases}$$

- +1
- 2
- 3
- +4

### Вопрос 5

Данное равенство выражает:

$$C_n^k = (-1)^k \cdot C_{k-n-1}^k$$

- соотношение симметрии
- формулу сложения биномиальных коэффициентов
- +правило обращения верхнего индекса
- правило внесения

### Вопрос 6

У изоморфных графов матрицы смежности

- +получаются друг из друга одинаковыми перестановками строк и столбцов
- являются транспонированными
- являются взаимнообратными
- совпадают

### Вопрос 7

Метод замены сумм интегралами заключается в:

- выдвижении гипотезы о виде общего члена суммы, которая затем проверяется по индукции
- +замене суммы на вычисление площади некоторой фигуры
- выделении первого и последнего членов суммы
- замене суммы соответствующим рекуррентным соотношением

### Вопрос 8

Чтобы проверить непропорциональность двух решений рекуррентного соотношения:

- необходимо проверять непропорциональность всех соответствующих членов этих последовательностей
- +достаточно проверить непропорциональность первых двух членов

### Вопрос 9

Данное равенство выражает:

$$C_n^k = \frac{n}{k} \cdot C_{n-1}^{k-1}$$

- соотношение симметрии
- формулу сложения биномиальных коэффициентов
- правило обращения верхнего индекса
- +правило внесения

### Вопрос 10

Рекуррентное соотношение порядка k:

- всегда имеет ровно k решений

- +всегда имеет бесконечное множество решений
- может не иметь ни одного решения
- имеет либо бесконечное множество решений, либо единственное

### Вопрос 11

Один из асимптотических приемов носит название:

- метод замены переменной
- метод «подбора репертуара»
- метод обращения индексов
- +метод «смены хвостов»

### Вопрос 12

Базис рекуррентного соотношения k-го порядка:

- 1) может быть выбран однозначно
  - 2) состоит из k решений
  - 3) состоит из (k + 1)-го решения
  - 4) может быть выбран неоднозначно
- 1) и 3)
  - +2) и 4)
  - 3) и 4)
  - 1) и 4)

### Вопрос 13

Алгоритм Прима решает задачу:

- +нахождения остова минимального веса
- укладки графа на плоскости
- раскраски графа
- построения в графе эйлерова цикла

### Вопрос 14

Следующее равенство выражает:

$$\sum_{k \in K} c \cdot a_k = c \cdot \sum_{k \in K} a_k$$

- свойство переименования индексов суммы
- +сочетательный закон суммирования
- распределительный закон
- переместительный закон

### Вопрос 15

Метод суммирования, который состоит в решении вместо данной суммы соответствующего ей рекуррентного соотношения в замкнутой форме, называется:

- метод приведения
- метод усложнения и упрощения
- метод гипотезы с подтверждением по индукции
- +метод подбора репертуара

## Вариант 2

### Вопрос 1

Каким из следующих соотношений определяются числа Бернулли:

$$a) \sum_{j=0}^m C_{m+1}^j \cdot B_j = 0, \dots, m \geq 0;$$

$$b) \sum_{k=0}^m \tilde{N}_k^m \cdot B_k \cdot x^{m-k}$$

- +a)
- б)

### Вопрос 2

Говорят, что при решении рекуррентного соотношения имеет место аппроксимация, если:

- рекуррентное соотношение не имеет решения
- решение рекуррентного соотношения выражается не только целыми числами
- +решение не находится в точном виде

### Вопрос 3

Сумма всех биномиальных коэффициентов равна:

- а)  $2n$ ;
- б)  $2^n$ ;
- в)  $n^2$ ;
- г)  $2^{n+1}$ .

- а)
- +б)
- в)
- г)

#### Вопрос 4

Один из асимптотических приемов носит название:

- метод замены переменной
- +метод «смены хвостов»
- метод обращения индексов
- метод усложнения и упрощения

#### Вопрос 5

Если в графе допускается наличие кратных ребер, то он называется

- псевдографом
- +мультиграфом
- орграфом
- связным графом

#### Вопрос 6

Граф, у которого смежны те и только те вершины, которые не смежны в графе  $G$ , называется

- отрицанием графа  $G$
- степенью графа  $G$
- +дополнением графа  $G$

#### Вопрос 7

Следующее равенство выражает:

$$\sum_k (a_k + b_k) = \sum_k a_k + \sum_k b_k$$

- свойство переименования индексов суммы
- сочетательный закон суммирования
- +распределительный закон
- переместительный закон

#### Вопрос 8

Решение комбинаторной задачи с помощью рекуррентного соотношения означает, что:

- +решение сводится к решению той же задачи при меньших значениях  $n$
- решение выражается положительным числом
- решение находится в приближенном виде
- при решении возникает эффект «комбинаторного взрыва»

#### Вопрос 9

Равенство  $C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$  выражает:

- соотношение симметрии
- +формулу сложения биномиальных коэффициентов
- правило обращения верхнего индекса
- правило внесения

#### Вопрос 10

Метод приведения заключается в:

- выдвижении гипотезы о виде общего члена суммы, которая затем проверяется по индукции
- замене суммы на вычисление площади некоторой фигуры
- +выделении первого и последнего членов суммы
- замене суммы соответствующим рекуррентным соотношением

#### Вопрос 11

Если в графе любые две различные вершины могут быть соединены маршрутом, то он называется

- псевдографом
- мультиграфом
- орграфом

+связным графом

### **Вопрос 12**

Суммирующий множитель позволяет:

-упростить выражение, стоящее под знаком суммы

-найти решение рекуррентного соотношения в «замкнутом виде» методом геометрических прогрессий

+свести решение рекуррентного соотношения к решению соответствующей суммы в «замкнутом виде»

-избавиться от суммы и перейти к решению соответствующего рекуррентного соотношения

### **Вопрос 13**

Геометрическая прогрессия является:

+рекуррентным соотношением 1-го порядка

-второго порядка

-вообще не является рекуррентным соотношением

### **Вопрос 14**

Если в графе допускается наличие петель, то он называется

+псевдографом

-мультиграфом

-орграфом

-связным графом

### **Вопрос 15**

Эффект «комбинаторного взрыва», который возникает при решении некоторых задач, заключается:

+в экспоненциальном росте числа решений задачи при линейном увеличении ее размеров

-в неограниченном возрастании численных решений задачи

-в том, что решение задачи выражается числом, которое равно некоторому биномиальному коэффициенту

## **Вариант 3**

### **Вопрос 1**

Метод гипотезы с подтверждением по индукции заключается в:

+выдвижении гипотезы о виде общего члена суммы, которая затем проверяется по индукции

-замене суммы на вычисление площади некоторой фигуры

-выделении первого и последнего членов суммы

-замене суммы соответствующим рекуррентным соотношением

### **Вопрос 2**

Правило, по которому вычисляются значения биномиальных коэффициентов называется:

-формула суммирования Эйлера

-алгоритм Краскала

+треугольник Паскаля

-бином Ньютона

### **Вопрос 3**

Арифметическая прогрессия является:

-рекуррентным соотношением 1-го порядка

+рекуррентным соотношением второго порядка

-вообще не является рекуррентным соотношением

### **Вопрос 4**

Метод геометрических прогрессий при решении рекуррентного соотношения используется, если:

-его характеристическое уравнение степени  $n$  имеет кратные корни

-вообще не имеет корней

+имеет  $n$  различных корней

-имеет только целые корни

### **Вопрос 5**

Лесом называют

-связный орграф

+ациклический граф

-планарный граф

### **Вопрос 6**

Если для некоторых функций от натурального аргумента  $n$  выполняется соотношение  $f(n) \prec g(n)$ , то говорят, что

+ $g(n)$  имеет более высокую «асимптотическую скорость роста», чем  $f(n)$

-более низкую «асимптотическую скорость роста», чем  $f(n)$

- $g(n)$  и  $f(n)$  имеют «асимптотическую скорость роста» одного порядка

-скорости роста этих функций не сравнимы

### Вопрос 7

Метод подбора репертуара заключается в:

-выдвижении гипотезы о виде общего члена суммы, которая затем проверяется по индукции

-замене суммы на вычисление площади некоторой фигуры

-выделении первого и последнего членов суммы

+замене суммы соответствующим рекуррентным соотношением

### Вопрос 8

Если в графе каждое ребро ориентированно (имеет начало и конец), то он называется

-псевдографом

-мультиграфом

+орграфом

-связным графом

### Вопрос 9

Равенство  $C_n^k = C_n^{n-k}$  выражает:

+соотношение симметрии

-формулу сложения биномиальных коэффициентов

-правило обращения верхнего индекса

-правило внесения

### Вопрос 10

Граф называется полным, если:

-некоторые две его вершины смежны

+любые две его вершины смежны

-никакие две вершины не смежны

-все вершины имеют четные степени

### Вопрос 11

Запись  $[n = k]$  означает, что это выражение равно

- $k$ , если  $n=k$  и  $0$  -в противном случае

- $0$ , если  $n=k$  и  $1$  -в противном случае

+  $1$ , если  $n=k$  и  $0$  -в противном случае

- $k$ , если  $n$  не равно  $k$  и  $1$  – а противном случае

### Вопрос 12

Степенью вершины графа называется:

+число инцидентных ей ребер

-число соседних с ней вершин

+число смежных с ней вершин

+число вершин в ее окружении

### Вопрос 13

Отношение инцидентности задается на множестве:

+всех элементов графа

-всех вершин графа

-всех ребер графа

### Вопрос 14

Многочлен той же степени, каков порядок рекуррентного соотношения и с теми же коэффициентами, называется

-примитивным

-неприводимым

+характеристическим

-минимальным

### Вопрос 15

Вершина графа называется изолированной, если:

-ее степень равна  $1$

+ее степень равна 0

-ее степень равна числу вершин графа

-ее степень равна числу ребер графа

## Вариант 4

### Вопрос 1

Отношение смежности задается на множестве:

- всех элементов графа
- +всех вершин графа
- +всех ребер графа

### Вопрос 2

Равенство  $\sum_k a_k = \sum_{p(k)} a_{p(k)}$  выражает:

- свойство переименования индексов суммы
- сочетательный закон суммирования
- распределительный закон
- +переместительный закон

### Вопрос 3

Граф H называется остовом графа G, если выполняется:

а)  $V_H \subset V_G, E_H = E_G$ ;

б)  $V_H \subseteq V_G, E_H = E_G$ ;

в)  $V_H = V_G, E_H \subset E_G$ .

-а)

-б)

+в)

### Вопрос 4

Стягиванием ребра называется:

- +отождествление двух смежных вершин
- отождествление двух несмежных вершин
- отождествление вершины и ребра

### Вопрос 5

Цепь - это

- простой маршрут
- +маршрут, у которого все ребра различны
- маршрут, у которого все вершины различны
- маршрут, у которого первая и последняя вершины совпадают

### Вопрос 6

Обхватом графа называется:

- минимальная из длин его цепей
- максимальная из длин его маршрутов
- +минимальная из длин его циклов
- максимальная из длин его циклов

### Вопрос 7

Граф называется связным, если:

- любые два его ребра имеют общую вершину
- любые две вершины имеют общее ребро
- любые две вершины соединены цепью
- +любые две вершины соединены маршрутом

### Вопрос 8

Матрица смежности (n,m) -графа имеет:

- +порядок n
- размерность m x n
- порядок m
- размерность n x m

### Вопрос 9

Матрица инцидентности (n,m) -графа имеет:

- порядок n
- размерность m x n
- порядок m
- +размерность n x m

### Вопрос 10

Наибольшее из расстояний от данной вершины графа до любой другой его вершины называется  
- степенью данной вершины  
- диаметром графа  
- обхватом графа  
+ эксцентриситетом данной вершины

#### **Вопрос 11**

Минимальный из эксцентриситетов графа называется его  
+ радиусом графа  
- диаметром графа  
- обхватом графа

#### **Вопрос 12**

Диаметр графа  
- равен двум радиусам  
- меньше двух радиусов  
+ не меньше радиуса  
- меньше радиуса

#### **Вопрос 13**

У центральной вершины графа эксцентриситет совпадает с:  
- диаметром  
- обхватом  
- порядком  
+ радиусом

#### **Вопрос 14**

У периферийной вершины графа эксцентриситет совпадает с:  
+ диаметром  
- обхватом  
- порядком  
- радиусом

#### **Вопрос 15**

(n,m) -граф G называется деревом, если:  
+ он не содержит циклов  
+ G связный граф и  $m=n-1$   
- G связный граф и  $m=n$   
+ любые две различные вершины графа G соединяет единственная простая цепь

#### **Критерии оценки результата**

Каждое правильно выполненное задание – 1 б.

«5» – 14-15 баллов, «4» – 11-13 баллов,

«3» – 8-10 баллов, «2» – 0-7 баллов

#### **19.3.4 Перечень заданий для контрольных работ**

Задание 1. Решить рекуррентное соотношение методом геометрических прогрессий.

Вариант 1.

$$\begin{cases} U_{N+2} = 2 \cdot U_{N+1} + 3 \cdot U_N + (-1)^N, \dots, N \geq 2; \\ U_0 = 0, U_1 = 2. \end{cases}$$

Вариант 2.

$$\begin{cases} -U_{N+3} = 6 \cdot U_{N+2} + 11 \cdot U_{N+1} + 6 \cdot U_N, \dots, N \geq 0, \\ U_0 = 1, U_1 = 2, U_2 = 3. \end{cases}$$

Вариант 3.

$$\begin{cases} U_{N+2} = -U_{N+1} + 6 \cdot U_N, \dots, N \geq 0; \\ U_0 = -2, U_1 = 1. \end{cases}$$

Вариант 4.

$$\begin{cases} U_{N+3} = U_{N+2} + 2 \cdot U_{N+1} - 2 \cdot U_N, \dots, N \geq 0; \\ U_0 = \frac{1}{2}, U_1 = 0, U_2 = -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

Вариант 5.

$$\begin{cases} U_{N+3} = -3 \cdot U_{N+2} + 4 \cdot U_N, \dots, N \geq 0; \\ U_0 = \frac{1}{2}, U_1 = 0, U_2 = -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

Задание 2. Решить рекуррентные соотношения из задания 1 методом производящих функций.

### 19.3.5 Темы курсовых работ

Не предусмотрены

### 19.3.6 Темы докладов, сообщений

1. Числа Стирлинга 1-го и 2-го рода.
2. Вывод формулы Стирлинга.
3. Различные достаточные условия гамильтоновости графа.
4. Доказательство теоремы Жордана.
5. Графы в математике. Примеры решения различных задач средствами теории графов.
6. Занимательные задачи теории графов.
7. Применение формулы Эйлера к решению некоторых прикладных задач.
8. История создания и развития нечеткой логики.

### 19.3.7 Комплект разноуровневых заданий

- 1 Составление глоссария и кластера основных терминов раздела (нескольких разделов) дисциплины (реконструктивный уровень)
- 2 Составление сравнительных, концептуальных таблиц по заданной теме (творческий уровень)
- 3 Составление, коррекция синквейнов и денотатных графов с основными понятиями (творческий уровень)
- 4 Составление аннотированного перечня источников сети Интернет (реконструктивный уровень)
- 5 Написание рецензий на готовые рефераты по разделам дисциплины, скачанные с различных сайтов (творческий уровень)
- 6 Составление таблицы толстых и тонких вопросов по разделам дисциплины (реконструктивный уровень)
- 7 Составление вопросов к ромашке Блума (таксономия целей) к разделам дисциплины (творческий уровень)

## 19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущий контроль успеваемости проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущий контроль успеваемости проводится в формах: *фронтальных опросов, контрольных работ, сообщений (докладов), тестирования*. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практическое задание, позволяющее оценить степень сформированности умений и навыков.

При оценивании используются количественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.