

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ  
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
естественнонаучных и  
общеобразовательных дисциплин

 С.Е. Зюзин

01.09.2018 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ  
Б1.В.ДВ.01.01 Математика**

**1. Шифр и наименование направления подготовки:**

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

**2. Профиль подготовки:**

Математика. Информатика и информационные технологии в образовании

**3. Квалификация выпускника:**

Бакалавр

**4. Форма обучения:**

Очная, заочная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию практики:**

Кафедра естественнонаучных и общеобразовательных дисциплин

**6. Составитель программы:**

О.Г. Ромадина, кандидат педагогических наук

**7. Рекомендована:**

научно-методическим советом Филиала (протокол № 1 от 31.08.2018 г.)

**8. Семестры:** 1 (офо), 2-3 (зфо)

## 9. Цель и задачи учебной дисциплины:

**Целью учебной дисциплины** является получение математической подготовки, необходимой для изучения дисциплин, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

### **Задачи учебной дисциплины:**

- формировать представление о роли математики в системе современного образования;
- формировать умение работать с математической символикой;
- формировать умение строго формулировать задачи, исследовать корректность исходных данных, предлагать подходящие методы решений проблемы и проводить анализ конечного результата.

При проведении учебных занятий по дисциплине обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре образовательной программы:

Учебная дисциплина «Математика» входит в блок Б1 «Дисциплины (модули)» и является дисциплиной по выбору вариативной части образовательной программы.

Для освоения дисциплины «Математика» студенты используют знания, умения, навыки, сформированные в ходе изучения школьного курса математики.

Изучение данной дисциплины является необходимой основой для последующего изучения дисциплин «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Методика обучения математике», «Элементарная математика», «Численные методы и исследование операций».

Условия реализации дисциплины для лиц с ОВЗ определяются особенностями восприятия учебной информации и с учетом индивидуальных психофизических особенностей.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ПК-1	готовность реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов	знает (имеет представление): – связь теоретических основ и технологических приёмов учебной дисциплины с содержанием преподаваемых учебных предметов; умеет: – ставить познавательные цели учебной деятельности; – осуществлять самоконтроль и самооценку своих учебных достижений; имеет навыки: – общепользовательской ИКТ-компетентности; – владения профессиональным инструментарием, позволяющим реализовывать учебные программы в соответствии с требованиями образовательных стандартов;

## 12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах — 8/288.

**Форма промежуточной аттестации:** экзамен

### 13. Виды учебной работы

#### Очная форма обучения

Вид учебной работы	Трудоемкость	
	Всего	По семестрам
		1 семестр
Контактная работа, в том числе:	144	144
лекции	72	72
практические занятия	72	72
лабораторные работы	0	0
Самостоятельная работа	108	108
Форма промежуточной аттестации (экзамен – 36 час.)	36	36
Итого:	288	288

#### Заочная форма обучения

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	Всего	По семестрам	
		2 семестр	3 семестр
Контактная работа, в том числе:	32	16	16
лекции	16	8	8
практические занятия	16	8	8
лабораторные работы	0	0	0
Самостоятельная работа	247	164	83
Форма промежуточной аттестации (экзамен – 9 час.)	9	-	9
Итого:	288	180	108

#### 13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Элементы линейной алгебры.	Матрицы. Определители. Обратная матрица. Ранг матрицы. Системы линейных уравнений: основные понятия, решение систем линейных уравнений, теорема Кронекера-Капелли, решение невырожденных линейных систем, формулы Крамера, решение систем линейных уравнений методом Гауса, системы линейных однородных уравнений.
1.2	Элементы векторной алгебры.	Векторы: линейные операции над векторами; проекция вектора на ось; разложение вектора по ортам координатных осей; модуль вектора; действия над векторами, заданными проекциями. Скалярное произведение векторов и его свойства: определение скалярного произведения; свойства скалярного произведения; выражение скалярного произведения через координаты. Векторное произведение векторов и его свойства: выражение векторного произведения через координаты. Смешанное произведение векторов: свойства смешанного произведения; выражение смешанного произведения через координаты.
1.3	Аналитическая геометрия на плоскости.	Система координат на плоскости: основные приложения метода координат на плоскости; преобразование системы координат. Линии на плоскости: основные понятия; уравнение прямой на плоскости. Линии второго порядка на плоскости:

		основные понятия; окружность; эллипс; гипербола; парабола; общее уравнение линий второго порядка.
1.4	Введение в анализ.	<p>Действительные числа: множества; множество действительных чисел; числовые промежутки; окрестность точки. Функция: понятие функции; график функции; способы задания функций; обратная функция; основные элементарные функции и их графики. Последовательности: числовая последовательность; предел числовой последовательности; бесконечно малые и бесконечно большие величины; предельный переход в неравенствах; предел монотонной ограниченной последовательности; число <math>e</math>. Предел функции: предел функции в точке; односторонние пределы; предел функции при <math>x \rightarrow \infty</math>; основные теоремы о пределах; замечательные пределы. Непрерывность функций: непрерывность функции в точке; непрерывность функции в интервале и на отрезке; точки разрыва и их классификация; непрерывность элементарных функций; свойства функций, непрерывных на отрезке. Производная функции: задачи, приводящие к понятию производной; определение производной; ее механический и геометрический смысл; уравнение касательной и нормали к кривой; связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции; производная суммы, разности, произведения и частного функции; производная сложной и обратной функции; производные основных элементарных функций. Дифференциал функции: понятие дифференциала функции; геометрический смысл дифференциала функции; основные теоремы о дифференциалах. Исследование функций при помощи производных: теоремы о дифференцируемых функциях; возрастание и убывание функций; максимум и минимум функций; наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке; выпуклость графика функции; точки перегиба; асимптоты графика функции; общая схема исследования функции и построения графика. Формула Тейлора: формула Тейлора для многочлена; формула Тейлора для произвольной функции.</p>
1.5	Комплексные числа.	<p>Понятие и представления комплексных чисел: основные понятия; геометрическое изображение комплексных чисел; формы записи комплексных чисел. Действия над комплексными числами: сложение комплексных чисел; вычитание комплексных чисел; умножение комплексных чисел; деление комплексных чисел; извлечение корней из комплексных чисел.</p>
<b>2. Практические занятия</b>		
2.1	Элементы линейной алгебры.	<p>Работа с матрицами. Вычисление определителей. Нахождение обратной матрицы, ранга матрицы. Решение систем линейных уравнений с помощью формул Крамера, методом Гауса и т.д.</p>
2.2	Элементы векторной алгебры.	<p>Векторы: линейные операции над векторами; проекция вектора на ось; разложение вектора по ортам координатных осей; модуль вектора; действия над векторами, заданными проекциями. Нахождение скалярного произведения векторов, выражение скалярного произведения через координаты. Выражение векторного произведения через координаты. Выражение смешанного произведения через координаты.</p>
2.3	Аналитическая геометрия на плоскости.	<p>Линии на плоскости: основные понятия; уравнение прямой на плоскости. Линии второго порядка на плоскости: основные понятия; окружность; эллипс; гипербола; парабола; общее уравнение линий второго порядка.</p>
2.4	Введение в анализ.	<p>Действительные числа: множества; множество действительных чисел; числовые промежутки; окрестность точки. Функция: понятие функции; график функции; способы зада-</p>

		<p>ния функций; обратная функция; основные элементарные функции и их графики. Последовательности: числовая последовательность; предел числовой последовательности; бесконечно малые и бесконечно большие величины. Предел функции: предел функции в точке; односторонние пределы; предел функции при <math>x \rightarrow \infty</math>; основные теоремы о пределах; замечательные пределы. Непрерывность функций: непрерывность функции в точке; непрерывность функции в интервале и на отрезке; точки разрыва и их классификация; непрерывность элементарных функций. Производная функции. Дифференциал функции. Исследование функций при помощи производных: возрастание и убывание функций; максимум и минимум функций; наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке; выпуклость графика функции; точки перегиба; асимптоты графика функции; общая схема исследования функции и построения графика. Формула Тейлора.</p>
2.5	Комплексные числа.	<p>Действия над комплексными числами: сложение комплексных чисел; вычитание комплексных чисел; умножение комплексных чисел; деление комплексных чисел; извлечение корней из комплексных чисел.</p>

## 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

### Очная форма обучения

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1	Элементы линейной алгебры	10	10	0	20	40
2	Элементы векторной алгебры	10	10	0	20	40
3	Аналитическая геометрия на плоскости	10	10	0	20	40
4	Введение в анализ	32	32	0	28	92
5	Комплексные числа	10	10	0	20	40
6	Экзамен					36
	Итого:	72	72	0	108	288

### Заочная форма обучения

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
<b>2 семестр</b>						
1	Элементы линейной алгебры	2	2	0	50	54
2	Элементы векторной алгебры	2	2	0	50	54
3	Аналитическая геометрия на плоскости	4	4	0	64	72
	Итого в 2 семестре	8	8	0	164	180
<b>3 семестр</b>						
4	Введение в анализ	6	2	0	50	58
5	Комплексные числа	2	6	0	33	41
6	Экзамен					9
7	Итого в 3 семестре	8	8	0	83	108
	Итого:	16	16	0	247	288

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Приступая к изучению учебной дисциплины, прежде всего обучающиеся должны ознакомиться с учебной программой дисциплины. Знание основных положений, отраженных в рабочей программе дисциплины, поможет обучающимся ориентироваться в изучаемом курсе, осознавать место и роль изучаемой дисциплины в подготовке будущего педагога, строить свою работу в соответствии с требованиями, заложенными в программе.

Основными формами аудиторных занятий по дисциплине являются лекции и практические занятия, посещение которых обязательно для студентов.

В ходе лекционных занятий необходимо критически осмысливать предлагаемый материал, задавать вопросы как уточняющего характера, помогающие уяснить отдельные излагаемые положения, так и вопросы продуктивного типа, направленные на расширение и углубление сведений по изучаемой теме, на выявление недостаточно освещенных вопросов, слабых мест в аргументации и т.п.

На практических занятиях необходимо активно участвовать в решении предлагаемых задач, начиная уже с этапа анализа условия и поиска путей решения. Студенту, вызванному для решения задачи к доске, следует подробно комментировать ход решения задачи, а стальным студентам — выполнять основные этапы решения предложенной задачи самостоятельно, но при этом контролируя ход решения на доске.

Для достижения планируемых результатов обучения используются интерактивные лекции, групповые дискуссии.

Для успешного освоения дисциплины желательно выполнять индивидуальные задания, сдавать коллоквиумы, готовить доклады и рефераты.

При подготовке к промежуточной аттестации необходимо повторить пройденный материал в соответствии с учебной программой, примерным перечнем вопросов, выносящихся на экзамен. Рекомендуется использовать конспекты лекций и источники, перечисленные в списке литературы в рабочей программе дисциплины, а также ресурсы электронно-библиотечных систем. Необходимо обратить особое внимание на темы учебных занятий, пропущенных по разным причинам. При необходимости можно обратиться за консультацией и методической помощью к преподавателю.

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Демидович Б. П., Кудрявцев В.А. Краткий курс высшей математики: учеб. пос. для вузов.- М.: Астрель, 2008.
2	Письменный Д. Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс.- 9-е изд.- М.: Айрис-Пресс, 2009.
3	Письменный Д. Т. Конспект лекций по высшей математике: в 2-х.-Ч.1-2: - М.: Айрис-Пресс, 2008.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
4	Баврин И. И., Матросов В.Л. Высшая математика: учеб. для вузов.- М.: Владос, 2002.
5	Данко П. Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах: в 2-х ч.: учеб. пос. для вузов.- М.: ОНИКС 21 век; Мир и Образование, 2005.
6	Мироненко Е. С. Высшая математика: Методические указания и контрольные задания для студ.- заочн.: - М.: Высшая школа, 2000

**в) информационные электронно-образовательные ресурсы:**

№ п/п	Источник
7	Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа: учебник. В 2 т. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ. - М.: Физматлит, 2010. – URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&amp;book_id=82818">http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&amp;book_id=82818</a> . (11.07.2018)
8	Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа : учебник. В 2 т. Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды. - М.: Физматлит, 2009. – URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&amp;book_id=82814">http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&amp;book_id=82814</a> . (11.07.2018)
9	Ащеулова А. С., Карнадуд О. С., Саблинский А. И. Высшая математика: линейная алгебра и аналитическая геометрия: конспект лекций. - КемГУКИ, 2011. – URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&amp;id=227693&amp;sr=1">http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&amp;id=227693&amp;sr=1</a> . (11.07.2018)
10	Гусак А. А. , Бричикова Е. А. Основы высшей математики: пособие для студентов вузов. - ТетраСистемс, 2012. – URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&amp;id=111939&amp;sr=1">http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&amp;id=111939&amp;sr=1</a> . (11.07.2018)
11	Кузнецова Т. А. Высшая математика. - М.: Физматлит, 2009. – URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&amp;id=68379&amp;sr=1">http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&amp;id=68379&amp;sr=1</a> . (11.07.2018)

**16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы**

№ п/п	Источник
1	Методические материалы по дисциплине
2	Макаров Е. В. , Лунгу К. Н. Высшая математика. Руководство к решению задач: учебное пособие, Ч. 1. - М.: Физматлит, 2013. – URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&amp;id=275606&amp;sr=1">http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&amp;id=275606&amp;sr=1</a> . (11.07.2018)
3	Лунгу, К.Н. Высшая математика: руководство к решению задач : учебное пособие / К.Н. Лунгу, Е.В. Макаров. - 3-е изд., перераб. - Москва : Физматлит, 2013. - Ч. 1. - 217 с. – URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=275606">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=275606</a> (11.07.2018)

**17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение, информационно-справочные системы и профессиональные базы данных**

Технологии создания и обработки тестовых заданий (тестовая оболочка MyTestX).  
Microsoft Office Standard 2010  
Microsoft Office 2007 (Word, Excel, PowerPoint)  
Dr. Web Enterprise Security Suite  
Операционная система Microsoft Windows  
Сетевые технологии: браузеры: Yandex, Google, Opera, Mozilla Firefox, Explorer.  
Лекции ведущих преподавателей вузов России в свободном доступе – <https://www.lektorium.tv/>  
Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» – <http://biblioclub.ru/>

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

Мультимедийное оборудование (проектор, ноутбук или стационарный компьютер, экран).

## 19. Фонд оценочных средств:

### 19.1 Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся
ПК-1: готовность реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов	Знать: (иметь представление): – связь теоретических основ и технологических приёмов учебной дисциплины «Математика» с содержанием преподаваемых учебных предметов;	Элементы линейной алгебры. Элементы векторной алгебры. Аналитическая геометрия на плоскости. Введение в анализ. Комплексные числа	Индивидуальные задания, доклады, рефераты, контрольные работы
	Уметь: – ставить познавательные цели учебной деятельности; – осуществлять самоконтроль и самооценку своих учебных достижений;	Элементы линейной алгебры. Элементы векторной алгебры. Аналитическая геометрия на плоскости. Введение в анализ. Комплексные числа	Индивидуальные задания, доклады, рефераты, контрольные работы
	Иметь навыки: – общепользовательской ИКТ-компетентности; – владения профессиональным инструментарием, позволяющим реализовывать учебные программы в соответствии с требованиями образовательных стандартов;	Элементы линейной алгебры. Элементы векторной алгебры. Аналитическая геометрия на плоскости. Введение в анализ. Комплексные числа	Индивидуальные задания, доклады, рефераты, контрольные работы
<b>Промежуточная аттестация – экзамен</b>			<b>КИМ</b>

### 19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на экзамене (зачете с оценкой) используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
<i>Студент знает связь теоретических основ и технологических приёмов учебной дисциплины «Математика» с содержанием преподаваемых учебных предметов; свободно ориентируется в теоретическом материале; умеет изложить и корректно оценить различные подходы к излагаемому материалу, способен сформулировать и доказать собственную точку зрения; обнаруживает свободное владение понятийным аппаратом; демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности и освоение показателей формируемых компетенций.</i>	<i>Повышенный уровень</i>	<i>Отлично</i>
<i>Студент хорошо ориентируется в теоретическом материале; имеет представление об основных подходах к излагаемому материалу; знает определения основных теоретических понятий излагаемой темы, в основном демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности.</i>	<i>Базовый уровень</i>	<i>Хорошо</i>
<i>Студент может ориентироваться в теоретическом материале; в целом имеет представление об основных понятиях излагаемой темы, частично демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности.</i>	<i>Пороговый уровень</i>	<i>Удовлетворительно</i>
<i>Студент не ориентируется в теоретическом материале; не сформировано представление об основных понятиях излагаемой темы, не демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности и освоение показателей формируемых компетенций.</i>	<i>–</i>	<i>Неудовлетворительно</i>

### **19.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

#### **19.3.1 Перечень вопросов к экзамену:**

1. Определители (основные понятия). Свойства определителей.
2. Матрицы (основные понятия). Действия над матрицами. Обратная матрица. Ранг матрицы.
3. Системы линейных уравнений (основные понятия).
4. Решение невырожденных линейных систем. Формулы Крамера.
5. Решение систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
6. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
7. Системы линейных однородных уравнений.
8. Векторы и линейные операции над ними. Проекция вектора на ось.
9. Разложение вектора по ортам координатных осей. Модуль вектора.
10. Действия над векторами, заданными проекциями.
11. Скалярное произведение векторов и его свойства.
12. Векторное произведение векторов и его свойства.
13. Смешанное произведение векторов, его геометрический смысл и свойства.
14. Система координат на плоскости
15. Основные задачи на метод координат (на плоскости).
16. Преобразование системы координат.
17. Линии на плоскости: основные понятия; уравнение прямой на плоскости.
18. Линии второго порядка на плоскости: основные понятия; окружность; эллипс; гипербола; парабола; общее уравнение линий второго порядка.
19. Действительные числа: множества; множество действительных чисел; числовые промежутки; окрестность точки.

20. Функция: понятие функции; график функции; способы задания функций; обратная функция; основные элементарные функции и их графики.
21. Последовательности: числовая последовательность; предел числовой последовательности.
22. Бесконечно малые и бесконечно большие величины; предельный переход в неравенствах.
23. Предел монотонной ограниченной последовательности; число  $e$ .
24. Предел функции: предел функции в точке; односторонние пределы; предел функции при  $x \rightarrow \infty$ ; основные теоремы о пределах; замечательные пределы.
25. Непрерывность функций: непрерывность функции в точке; непрерывность функции в интервале и на отрезке; точки разрыва и их классификация; непрерывность элементарных функций; свойства функций, непрерывных на отрезке.
26. Производная функции: задачи, приводящие к понятию производной; определение производной; ее механический и геометрический смысл; уравнение касательной и нормали к кривой; связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
27. Производная суммы, разности, произведения и частного функции; производная сложной и обратной функции; производные основных элементарных функций.
28. Дифференциал функции: понятие дифференциала функции; геометрический смысл дифференциала функции; основные теоремы о дифференциалах.
29. Исследование функций при помощи производных: теоремы о дифференцируемых функциях; возрастание и убывание функций; максимум и минимум функций; наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке; выпуклость графика функции; точки перегиба; асимптоты графика функции; общая схема исследования функции и построения графика.
30. Формула Тейлора: формула Тейлора для многочлена; формула Тейлора для произвольной функции.
31. Понятие и представления комплексных чисел: основные понятия; геометрическое изображение комплексных чисел; формы записи комплексных чисел.
32. Действия над комплексными числами: сложение комплексных чисел; вычитание комплексных чисел; умножение комплексных чисел; деление комплексных чисел; извлечение корней из комплексных чисел.

### 19.3.2 Примерный перечень индивидуальных заданий

#### Тема «Элементы линейной алгебры»

1. Найти:

$$\text{а) } A \cdot B^{-1} + C, \text{ б) } A^{-1} \cdot C^{-1} + D^2, \text{ в) } D^{-1} + C \cdot B^{-1}, \text{ г) } C^2 + A \cdot D^{-1}, \text{ д) } A^{-1} \cdot B^{-1} \cdot C^{-1}$$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 6 & -2 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}; D = \begin{pmatrix} 7 & -4 & -2 \\ -2 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}.$$

2. Решить систему по формулам Крамера

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 21 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 9 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$$

3. Пользуясь методом Гаусса, решить систему уравнений

$$\begin{cases} 3x_2 + 4x_3 = 21 \\ 3x_1 + 4x_2 = 9 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$$

4. Пользуясь матричным методом, решить систему уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$$

5. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 1, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 0; \end{cases}$$

6. Решить системы уравнений:

a. 
$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 + 34x_4 - 5x_5 = 0. \end{cases}$$

b. 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 10x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 5x_1 - x_2 + 8x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 - 12x_3 - 4x_4 + 4x_5 = 0. \end{cases}$$

c. 
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 10x_2 - 3x_3 - 2x_4 - x_5 = 0, \\ 4x_1 + 19x_2 - 4x_3 - 5x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

d. 
$$\begin{cases} 12x_1 - x_2 + 7x_3 + 11x_4 - x_5 = 0, \\ 24x_1 - 2x_2 + 14x_3 + 22x_4 - 2x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 0. \end{cases}$$

e. 
$$\begin{cases} 8x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 - 2x_3 + x_4 - 3x_5 = 0, \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 5x_5 = 0. \end{cases}$$

f. 
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 - 3x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + 6x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 16x_2 - 6x_3 + 6x_4 + 7x_5 = 0. \end{cases}$$

g. 
$$\begin{cases} 7x_1 - 14x_2 + 3x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 + 7x_5 = 0, \\ 5x_1 - 10x_2 + x_3 + 5x_4 - 13x_5 = 0. \end{cases}$$

h. 
$$\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$$

i. 
$$\begin{cases} 6x_1 - 9x_2 + 21x_3 - 3x_4 - 12x_5 = 0, \\ -4x_1 + 6x_2 - 14x_3 + 2x_4 + 8x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - x_4 - 4x_5 = 0. \end{cases}$$

j. 
$$\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + 9x_3 - 4x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 2x_4 - 5x_5 = 0, \\ 6x_1 + 2x_2 + 11x_3 - 2x_4 - 6x_5 = 0. \end{cases}$$

k. 
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 + 3x_2 - 3x_3 + 6x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

l. 
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

m. 
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + 12x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 - 10x_4 + x_5 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_4 = 0. \end{cases}$$

n. 
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 6x_3 - 4x_4 + x_5 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

7. Решить систему уравнений методом Крамера

a. 
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8 \end{cases}$$

b. 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 1 \\ 4x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 4 \end{cases}$$

c. 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

e. 
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 6 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 2 \\ x_1 + 7x_2 - 6x_3 = 1 \end{cases}$$

f. 
$$\begin{cases} 5x_1 + 8x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 - 2x_2 + 6x_3 = -7 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -5 \end{cases}$$

d. 
$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 1 \\ 2x_1 + 6x_2 - 3x_3 = 0 \\ 4x_1 + 8x_2 = 2 \end{cases}$$

$$d. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3 \\ 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 4 \end{cases}$$

$$i. \begin{cases} 6x_1 - 2x_2 + x_3 = 3 \\ x_2 - 3x_3 = 4 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 6 \end{cases}$$

$$j. \begin{cases} 2x_1 - 7x_2 + x_3 = -4 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 17 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = 3 \end{cases}$$

$$k. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 = -3 \end{cases}$$

$$h. \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -7 \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 = -1 \\ x_1 - 4x_2 = -5 \end{cases}$$

$$l. \begin{cases} -x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ -2x_1 + x_2 - 6x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 4 \end{cases}$$

$$m. \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 4 \\ 3x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 5 \end{cases}$$

$$n. \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \\ 2x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 4 \\ 3x_1 - 3x_2 + 6x_3 = 3 \end{cases}$$

### Тема «Элементы векторной алгебры»

1. Написать разложение вектора  $x$  по векторам  $p, q, r$ .

$$x = \{-2, 4, 7\}, \quad x = \{6, 12, -1\}, \quad x = \{1, -4, 4\}, \quad x = \{-9, 5, 5\}, \quad x = \{-5, -5, 5\},$$

$$1. p = \{0, 1, 2\}, \quad 2. p = \{1, 3, 0\}, \quad 3. p = \{2, 1, -1\}, \quad 4. p = \{4, 1, 1\}, \quad 5. p = \{-2, 0, 1\},$$

$$q = \{1, 0, 1\}, \quad q = \{2, -1, 1\}, \quad q = \{0, 3, 2\}, \quad q = \{2, 0, -3\}, \quad q = \{1, 3, -1\},$$

$$r\{-1, 2, 4\}. \quad r\{0, -1, 2\}. \quad r\{1, -1, 1\}. \quad r\{-1, 2, 1\}. \quad r\{0, 4, 1\}.$$

$$x = \{13, 2, 7\}, \quad x = \{-19, -1, 7\}, \quad x = \{3, -3, 4\}, \quad x = \{3, 3, -1\}, \quad x = \{-1, 7, -4\},$$

$$6. p = \{5, 1, 0\}, \quad 7. p = \{0, 1, 1\}, \quad 8. p = \{1, 0, 2\}, \quad 9. p = \{3, 1, 0\}, \quad 10. p = \{-1, 2, 1\},$$

$$q = \{2, -1, 3\}, \quad q = \{-2, 0, 1\}, \quad q = \{0, 1, 1\}, \quad q = \{-1, 2, 1\}, \quad q = \{2, 0, 3\},$$

$$r\{1, 0, -1\}. \quad r\{3, 1, 0\}. \quad r\{2, -1, 4\}. \quad r\{-1, 0, 2\}. \quad r\{1, 1, -1\}.$$

$$x = \{6, 5, -14\}, \quad x = \{6, -1, 7\}, \quad x = \{5, 15, 0\}, \quad x = \{2, -1, 11\}, \quad x = \{11, 5, -3\},$$

$$11. p = \{1, 1, 4\}, \quad 12. p = \{1, -2, 0\}, \quad 13. p = \{1, 0, 5\}, \quad 14. p = \{1, 1, 0\}, \quad 15. p = \{1, 0, 2\},$$

$$q = \{0, -3, 2\}, \quad q = \{-1, 1, 3\}, \quad q = \{-1, 3, 2\}, \quad q = \{0, 1, -2\}, \quad q = \{-1, 0, 1\},$$

$$r\{2, 1, -1\}. \quad r\{1, 0, 4\}. \quad r\{0, -1, 1\}. \quad r\{1, 0, 3\}. \quad r\{2, 5, -3\}.$$

2. Найти косинус угла между векторами  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC}$ .

1.  $A(1,-2,3), B(0,-1,2), C(3,-4,5)$ , 2.  $A(0,-3,6), B(-12,-3,-3), C(-9,-3,-6)$ , 3.  $A(3,3,-1), B(5,5,-2), C(4,1,1)$ , 4.  $A(1,-2,3), B(0,-1,2), C(3,-4,5)$ , 5.  $A(-4,-20), B(-1,-2,4), C(3,-2,1)$ , 6.  $A(5,3,-1), B(5,2,0), C(6,4,-1)$ .

7.  $A(-3,-7,-5), B(0,-1,-2), C(2,3,0)$ , 8.  $A(2,-4,6), B(0,-2,4), C(6,-8,10)$ , 9.  $A(0,1,-2), B(3,1,2), C(4,1,1)$ , 10.  $A(3,3,-1), B(1,5,-2), C(4,1,1)$ , 11.  $A(2,1,-1), B(6,-1,-4), C(4,2,1)$ , 12.  $A(-1,-2,1), B(-4,-2,5), C(-8,-2,2)$ .

13.  $A(6,2,-3), B(6,3,-2), C(7,3,-3)$ , 14.  $A(0,0,4), B(-3,-6,1), C(-5,-10,-1)$ , 15.  $A(2,-8,-1), B(4,-6,0), C(-2,-5,-1)$ .

3. Найти угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$

1.  $\vec{a}=(1;1;0)$  и  $\vec{b}=(1;1;1)$ ; 2.  $\vec{a}=(1;0;1)$  и  $\vec{b}=(1;1;1)$ ;  
 3.  $\vec{a}=(0;1;1)$  и  $\vec{b}=(1;1;1)$ ; 4.  $\vec{a}=(1;1;1)$  и  $\vec{b}=(1;0;1)$ ;  
 5.  $\vec{a}=(1;1;2)$  и  $\vec{b}=(1;0;1)$ ; 6.  $\vec{a}=(1;2;0)$  и  $\vec{b}=(1;1;0)$ ;  
 7.  $\vec{a}=(1;2;1)$  и  $\vec{b}=(1;1;1)$ ; 8.  $\vec{a}=(2;1;1)$  и  $\vec{b}=(2;1;1)$ ;  
 9.  $\vec{a}=(2;2;1)$  и  $\vec{b}=(1;1;2)$ ; 10.  $\vec{a}=(2;2;1)$  и  $\vec{b}=(2;1;1)$ ;  
 11.  $\vec{a}=(2;2;1)$  и  $\vec{b}=(1;2;1)$ ; 12.  $\vec{a}=(2;2;1)$  и  $\vec{b}=(1;1;2)$ ;  
 13.  $\vec{a}=(2;2;2)$  и  $\vec{b}=(1;1;2)$ ; 14.  $\vec{a}=(2;2;2)$  и  $\vec{b}=(1;2;1)$ ;  
 15.  $\vec{a}=(2;2;2)$  и  $\vec{b}=(2;1;1)$ ; 16.  $\vec{a}=(2;0;2)$  и  $\vec{b}=(2;1;1)$ ;  
 17.  $\vec{a}=(2;2;0)$  и  $\vec{b}=(2;1;1)$ ; 18.  $\vec{a}=(0;2;2)$  и  $\vec{b}=(1;2;1)$ ;  
 19.  $\vec{a}=(0;2;2)$  и  $\vec{b}=(1;1;2)$ ; 20.  $\vec{a}=(2;0;2)$  и  $\vec{b}=(1;1;1)$ ;

### Тема «Аналитическая геометрия на плоскости»

Написать канонические уравнения прямой.

- $2x + y + z - 2 = 0, 2x - y - 3z + 6 = 0$ ;
- $x - 3y + 2z + 2 = 0, x + 3y + z + 14 = 0$ ;
- $x - 2y + z - 4 = 0, 2x + 2y - z - 8 = 0$ ;
- $x + y + z - 2 = 0, x - y - 2z + 2 = 0$ ;
- $2x + 3y + z + 6 = 0, x - 3y - 2z + 3 = 0$ ;
- $3x + y - z - 6 = 0, 3x - y + 2z = 0$ ;
- $x + 5y + 2z + 11 = 0, x - y - z - 1 = 0$ ;
- $3x + 4y - 2z + 1 = 0, 2x - 4y + 3z + 4 = 0$ ;
- $5x + y - 3z + 4 = 0, x - y + 2z + 2 = 0$ ;
- $x - y - z - 2 = 0, x - 2y + z + 4 = 0$ ;
- $4x + y - 3z + 2 = 0, 2x - y + z - 8 = 0$ ;
- $3x + 3y - 2z - 1 = 0, 2x - 3y + z + 6 = 0$ ;
- $6x - 7y - 4z - 2 = 0, x + 7y - z - 5 = 0$ ;
- $8x - y - 3z - 1 = 0, x + y + z + 10 = 0$ ;
- $6x - 5y - 4z + 8 = 0, 6x + 5y + 3z + 4 = 0$ ;

## Тема «Введение в анализ»

### Вещественные числа

1. Дано два множества  $A = \{2, 3, 5, 6, 7\}$  и  $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ . Является ли множество А подмножеством множества В?
2. Какими должны быть два конечных множества, чтобы между ними можно было установить взаимно однозначное соответствие?
3. Даны два множества А – множество, состоящее из десяти стульев, и В – множество, состоящее из 10 студентов. Можно ли сказать, что  $A=B$ ? Можно ли установить между этими множествами взаимно однозначное соответствие?
4. Обладает ли свойством плотности множество целых чисел?
5. Доказать, что число  $\sqrt{3}$  не является рациональным.
6. Доказать, что уравнение  $x^2 - 2 = 0$  не имеет рациональных корней.
7. Доказать, что среди положительных рациональных чисел, квадрат которых больше двух, нет наименьшего.
8. Доказать, что множество, ограниченное снизу, имеет точную нижнюю грань.
9. Доказать, что число 0 является точной нижней границей множества всех положительных правильных дробей.
10. Определить, какие из нижеследующих бесконечных десятичных дробей выражают рациональные числа, какие – иррациональные, и записать рациональные числа в ряде обыкновенных дробей: а) 2,(32); б) 3,52(375); в) 1,37(9); г) 1,212012001...
11. Указать какие-нибудь два иррациональных числа, сумма которых рациональна.
12. Доказать, что между двумя различными вещественными числами содержатся как рациональные, так и иррациональные числа.

13. Доказать, что множество чисел вида  $\frac{n^2}{n^2 + 4}$ , где n пробегает все натуральные значения, ограничено. Найти точные нижнюю и верхнюю грани этого множества.
14. Доказать, что множество М чисел вида  $a_n = \left\{ \left[ 1 + (-1)^n \right] \cdot n + \frac{1 - (-1)^n}{n} \right\}$  не ограничено сверху, но ограничено снизу. Найти  $\inf M$ .

### Функции одной переменной

2. Найти области определения функций:

$$f(x) = x^3 + 5 \cdot x^2 - 5 \cdot x + 1;$$

$$f(x) = \frac{2 \cdot x + 1}{x^2 - 3 \cdot x + 2};$$

$$f(x) = \lg \sin(x - 3) + \sqrt{16 - x^2};$$

$$f(x) = 1 + x + \sqrt{x^2 - 9};$$

$$f(x) = \arccos \frac{2 \cdot x - 5}{3} + \lg 2^x;$$

$$f(x) = \frac{|x| + 1}{x};$$

$$f(x) = (x - 3) \cdot \sqrt{\frac{x - 2}{x + 1}};$$

$$f(x) = \sqrt{E(x) - x} + 2 \cdot x.$$

3. Установить, какие из данных функций  $f(x)$  являются четными, а какие нечетными:

$$f(x) = x^3 + 3 \cdot x^4 - 5 \cdot x^6;$$

$$f(x) = x - x^3;$$

$$f(x) = a^x + a^{-x};$$

$$f(x) = \lg \frac{1+x}{1-x};$$

$$f(x) = \frac{|x|}{x};$$

$$f(x) = 3^x - 1.$$

4. Определить, какие из функций являются периодическими, и установить их наименьший положительный период:

$$f(x) = \sin x + tg \frac{x}{2};$$

$$f(x) = \cos^2 x;$$

$$f(x) = \cos x^2;$$

$$f(x) = \sqrt{tg x};$$

$$f(x) = \sin 2 \cdot x;$$

$$f(x) = A \cdot \sin \lambda x + B \cos \lambda x (\lambda > 0).$$

5. Для заданных функций найти обратные. Построить графики тех и других функций, используя свойства обратных функций:

$$f(x) = 2 \cdot x;$$

$$f(x) = x^2 - 2;$$

$$f(x) = \frac{1}{2-x};$$

$$f(x) = \frac{1}{x};$$

$$f(x) = 2^x - 1;$$

$$f(x) = \log_5 x.$$

### Теория пределов

1. Вычислить пределы числовых последовательностей:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 1});$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n(n-2)} - \sqrt{n^2 - 3});$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt[3]{n^3 - 5})n\sqrt{n};$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{(n^2 + 1)(n^2 - 4)} - \sqrt{n^4 - 9});$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^5 - 8} - n\sqrt{n(n^2 + 5)}}{\sqrt{n}};$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n^2 - 6n + 7}{3n^2 + 20n - 1} \right)^{-n+1};$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n-10}{n+1} \right)^{3n+1}$$

2. Доказать:

a.  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x + 3} = -7$  ;

d.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2 - 14x + 6}{x - 3} = 10$  ;

g.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{x - 2} = 7$  ;

b.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x - 1} = 6$  ;

e.  $\lim_{x \rightarrow -1/2} \frac{6x^2 - x - 1}{x - 1/2} = -5$  ;

h.  $\lim_{x \rightarrow -1/3} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x + 1/3} = -4$  ;

c.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 5x - 2}{x + 2} = -7$  ;

f.  $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{6x^2 - x - 1}{x - 1/2} = 5$  ;

i.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{7x^2 + 8x + 1}{x + 1} = -6$  .

3. Вычислить пределы функций:

a.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}$  ;

i.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 - x - 2}$  ;

q.  $\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x} - 2}{\sqrt{x} - 4}$  ;

b.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x + x^2}$  ;

j.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}$  ;

r.  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9 + 2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2}$  ;

c.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 + 3x + 2)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$  ;

k.  $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1 - x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}$  ;

s.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - 2x + x^2} - (1 + x)}{x}$  ;

d.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x^2 - x - 1)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$  ;

l.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1 + 2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$  ;

t.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8 + 3x + x^2} - 2}{x + x^2}$  ;

e.  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2 + 2x - 3)^2}{x^3 + 4x^2 + 3x}$  ;

m.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt[3]{x^2} - 1}$  ;

u.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27 + x} - \sqrt[3]{27 - x}}{x + 2\sqrt[3]{x^4}}$  ;

f.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}$  ;

n.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x + 13} - 2\sqrt{x + 1}}{x^2 - 9}$  ;

v.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin 4(x - \pi)}$  ;

g.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + x^3) - (1 + 3x)}{x + x^5}$  ;

o.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x - 6} + 2}{x^3 + 8}$  ;

w.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 10(x + \pi)}{e^{x^2} - 1}$  ;

h.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - x - 1}$  ;

p.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\cos 7x - \cos 3x}$  ;

x.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\operatorname{tg}(\pi(2 + x))}$  ;

y.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\operatorname{tg}(2\pi(x + 1/2))}$  ;

hh.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\ln x}$  ;

qq.  $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} x}$  ;

z.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{\sqrt{2 + x} - \sqrt{2}}$  ;

ii.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{\ln x}$  ;

rr.  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}{(x - \pi)^4}$  ;

aa.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{4x^2}$  ;

jj.  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos 3x}{\sin^2 7x}$  ;

ss.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{\operatorname{tg} \pi x}$  ;

bb.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{x+1} - 2}{\ln(1 + 4x)}$  ;

kk.  $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1 - \sin 2x}{(\pi - 4x)^2}$  ;

tt.  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{\sin^2 x}$  ;

cc.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{\sin(2\pi(x + 10))}$  ;

ll.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \pi x}{\operatorname{tg}^2 \pi x}$  ;

uu.  $\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\sin 7x - \sin 3x}{e^{x^2} = e^{4\pi^2}}$  ;

dd.  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{3x - 1}{x + 1} \right)^{1/(\sqrt[3]{x} - 1)}$  ;

mm.  $\lim_{x \rightarrow a} \left( \frac{\sin x}{\sin a} \right)^{1/(x - a)}$  ;

vv.  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{2x - 1}{x} \right)^{1/(\sqrt[3]{x} - 1)}$  ;

ee.  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{2x - 1}{x} \right)^{1/(\sqrt[3]{x} - 1)}$  ;

nn.  $\lim_{x \rightarrow 8} \left( \frac{2x - 7}{x + 1} \right)^{1/(\sqrt[3]{x} - 2)}$  ;

ww.  $\lim_{x \rightarrow a} (2 - x/a)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2a}}$  ;

$$\text{ff. } \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{\cos x}{\cos 2} \right)^{1/(x-2)} ;$$

$$\text{aa. } \lim_{x \rightarrow 2\pi} (\cos x)^{1/\sin^2 2x} ;$$

$$\text{oo. } \lim_{x \rightarrow \pi/4} (\operatorname{tg} x)^{1/(\cos(3\pi/4-x))} ;$$

$$\text{pp. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 5x}{\sin 3x} ;$$

$$\text{xx. } \lim_{x \rightarrow 2\pi} (\cos x)^{\operatorname{ctg} 2x/\sin 3x} .$$

### Непрерывность и разрывы функции

Доказать, что функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$ .

- |                                 |                                 |                                 |
|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| a. $f(x) = 5x^2 - 1, x_0 = 6.$  | i. $f(x) = -5x^2 - 8, x_0 = 2.$ | q. $f(x) = 3x^2 - 2, x_0 = 5.$  |
| b. $f(x) = 4x^2 - 2, x_0 = 5.$  | j. $f(x) = -5x^2 - 9, x_0 = 3.$ | r. $f(x) = 2x^2 - 3, x_0 = 4.$  |
| c. $f(x) = 3x^2 - 3, x_0 = 4.$  | k. $f(x) = -4x^2 + 9, x_0 = 4.$ | s. $f(x) = -2x^2 - 4, x_0 = 3.$ |
| d. $f(x) = 2x^2 - 4, x_0 = 3.$  | l. $f(x) = -3x^2 + 8, x_0 = 5.$ | t. $f(x) = 5x^2 + 3, x_0 = 8.$  |
| e. $f(x) = -2x^2 - 5, x_0 = 2.$ | m. $f(x) = -2x^2 + 7, x_0 = 6.$ | u. $f(x) = -3x^2 - 5, x_0 = 2.$ |
| f. $f(x) = -3x^2 - 6, x_0 = 1.$ | n. $f(x) = 2x^2 + 6, x_0 = 7.$  | v. $f(x) = -4x^2 - 6, x_0 = 1.$ |
| g. $f(x) = -4x^2 - 7, x_0 = 1.$ | o. $f(x) = 3x^2 + 5, x_0 = 8.$  | w. $f(x) = -5x^2 - 7, x_0 = 1.$ |
| h. $f(x) = 5x^2 + 1, x_0 = 7.$  | p. $f(x) = 4x^2 + 4, x_0 = 9.$  | x. $f(x) = -4x^2 - 8, x_0 = 2.$ |
|                                 |                                 | y. $f(x) = 4x^2 - 1, x_0 = 6.$  |

### Производная и дифференциал, Основные теоремы дифференциального исчисления

1. Найти производную:

- |   |  |   |
|---|--|---|
| a. $y = \frac{(2x^2 - 1)\sqrt{1+x^2}}{3x^3} ;$  | h. $y = \frac{(x^2 - 8)\sqrt{x^2 - 8}}{6x^3} ;$    | n. $y = \log_4 \log_2 \operatorname{tg} x ;$                            |
| b. $y = \frac{2x^2 - x - 1}{3\sqrt{2+4x}} ;$  | i. $y = \sqrt[3]{\frac{(1+x^{3/4})^2}{x^{3/2}}} ;$ | o. $y = \frac{(1+x)\operatorname{arctg} \sqrt{x} - \sqrt{x}}{x} ;$      |
| c. $y = \frac{(1+x^8)\sqrt{1+x^8}}{12x^{12}} ;$                                       | j. $y = \frac{4+3x^3}{x^3\sqrt{(2+x^3)^2}} ;$      | p. $y = \ln \cos \frac{2x+3}{x+1} ;$                                    |
| d. $y = \frac{x^2}{2\sqrt{1-3x^4}} ;$   | k. $y = \ln^4 \sqrt[4]{\frac{1+2x}{1-2x}} ;$       | q. $y = \operatorname{arctg} x + \frac{5}{6} \ln \frac{x^2+1}{x^2+4} ;$ |
| e. $y = \frac{(x^2-6)\sqrt{(4+x^2)^3}}{120x^5} ;$                                     | l. $y = \ln \sin \frac{2x+4}{x+1} ;$               | r. $y = \arcsin \frac{x-2}{(x-1)\sqrt{2}} ;$                            |
| f. $y = \frac{x^4 - 8x^2}{2(x^2 - 4)} ;$  | m. $y = \log_{16} \log_5 \operatorname{tg} x ;$    | s. $y = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1-x}}{1-\sqrt{x}} ;$           |
| g. $y = \lg \ln(\operatorname{ctg} x) ;$  |  |   |
| t. $y = x + \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \frac{x-\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}} + a^{\pi\sqrt{2}} ;$ |  |   |
| u. $y = x(\cos \ln x + \sin \ln x)/2 ;$   |  |   |
| v. $y = \frac{2\sqrt{1-x} \arcsin \sqrt{x}}{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} ;$                |  |   |
| w. $y = \frac{2x-5}{4} \sqrt{5x-4-x^2} + \frac{9}{4} \arcsin \sqrt{\frac{x-1}{3}} ;$  |  |   |

$$\text{x. } y = \sqrt{1-x^2} - x \arcsin \sqrt{1-x^2};$$

$$\text{y. } y = \sqrt{x} + \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \sqrt{x} + \frac{8}{3} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{x}}{2}.$$

2. Найти стационарные точки функции с помощью производной первого порядка:

a. Найдите количество точек экстремума функции  $y = \frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{8x^3};$

b. Найдите точку минимума функции  $y = (x-1)2\sqrt{x};$

c. Найти количество точек экстремумов функции  $y = \frac{7x^3 - 3x^2 + 9}{5x^3};$

d. Найдите количество точек экстремума функции  $y = \frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{8x^3};$

e. Найти количество точек экстремумов функции  $y = \frac{7x^3 - 3x^2 + 9}{5x^3};$

3. Найти дифференциал  $dy$ :

a.  $y = x \arcsin(1/x) + \ln|x + \sqrt{x^2 - 1}|, \quad x > 0;$

b.  $y = \operatorname{tg}(2 \arccos \sqrt{1-2x^2}), \quad x > 0;$

c.  $y = \sqrt{1+2x} - \ln|x + \sqrt{1+2x}|;$

d.  $y = x^2 \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x^2 - 1};$

e.  $y = \arccos(1/\sqrt{1+2x^2}), \quad x > 0;$

f.  $y = x \ln|x + \sqrt{x^2 + 3}| - \sqrt{x^2 + 3};$

g.  $y = \operatorname{arctg}(\operatorname{sh} x) + (\operatorname{sh} x) \operatorname{lnch} x;$

h.  $y = \arccos((x^2 - 1)/(x^2 \sqrt{2}));$

i.  $y = \ln(\cos^2 x + \sqrt{1 + \cos^4 x});$

j.  $y = \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - \sqrt{1+x^2} \operatorname{arctg} x;$

k.  $y = \frac{\ln|x|}{1+x^2} - \frac{1}{2} \ln \frac{x^2}{1+x^2};$

### Исследование функций с помощью производных

1. Найти асимптоты функций.

a.  $y = \frac{17-x^2}{4x-5};$

b.  $y = \frac{x^2+1}{\sqrt{4x^2-3}};$

c.  $y = \frac{x^3-4x}{3x^2-4};$

d.  $y = \frac{4x^2+9}{4x+8};$

e.  $y = \frac{4x^3+3x^2-8x-2}{2-3x^2};$

f.  $y = \frac{x^2-3}{\sqrt{3x^2-2}};$

g.  $y = \frac{2x^2-6}{x-2};$

h.  $y = \frac{x^3-5x}{5-3x^2};$

i.  $y = \frac{2x^3+2x^2-3x-1}{2-4x^2};$

j.  $y = \frac{x^2-6x+4}{3x-2}.$

2. Провести полное исследование функций и построить их график.

a.  $y = \frac{x^3+4}{x^2};$

b.  $y = \frac{x^2-x+1}{x-1};$

c.  $y = \frac{2}{x^2+2x};$

d.  $y = \frac{4x^2}{3+x^2};$

e.  $y = \frac{12x}{9+x^2};$

g.  $y = \frac{4-x^3}{x^2};$

h.  $y = \frac{x^2-4x+1}{x-4};$

$$f. y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1};$$

$$i. y = \frac{(x-1)^2}{x^2};$$

$$j. y = \frac{12 - 3x^2}{x^2 + 12};$$

$$k. y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2;$$

$$l. y = \frac{-8x}{x^2 + 4};$$

$$m. y = \frac{x^2}{(x-1)^2};$$

$$n. y = \frac{9 + 6x - 3x^2}{x^2 - 2x + 13}.$$

### Тема «Комплексные числа»

1. Вычислить:  $\frac{5}{1+2i}; \frac{2i-3}{1+i}; -\frac{2i}{5-i}; \frac{2-3i}{5+2i}$
2. Выполнить действия:  $\frac{(1+2i)(2+i)}{3-2i}; \frac{2+3i}{(4+i)(2-2i)}; \frac{(3+2i)(2-i)}{(2+3i)(1+i)}; \frac{1-3i}{i-2} + \frac{4i+1}{3i-1}$ .
3. Решить уравнения:  $x^2 + 2x + 2 = 0; x^2 + 6x + 34 = 0; x^2 + 4x + 29 = 0; 4x^2 - 8x + 13 = 0$ .
4. Представьте числа  $z_1 = -2 + 2i\sqrt{3}, z_2 = -\sqrt{3} - i$  в тригонометрической форме и найдите  $\frac{z_1}{z_2}$  и  $z_1 \cdot z_2$ .
5. Представьте числа  $z_1 = 1 + i$  и  $z_2 = 1 - i\sqrt{3}$  в показательной форме.
6. Представьте числа  $z_1 = -1 - i, z_2 = \sqrt{2} - \sqrt{2}i$  в тригонометрической форме и найдите  $\frac{z_1}{z_2}$  и  $z_1 \cdot z_2$ .
7. Представьте числа  $z_1 = \sqrt{3} + i$  и  $z_2 = 2 - 2i$  в показательной форме.
8. Представьте числа  $z_1 = -3 + 3i, z_2 = 1 - i\sqrt{3}$  в тригонометрической форме и найдите  $\frac{z_1}{z_2}$  и  $z_1 \cdot z_2$ .
9. Представьте числа  $z_1 = \sqrt{3} + i$  и  $z_2 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$  в показательной форме.
10. Представьте числа  $z_1 = 2\sqrt{2} - 2i\sqrt{6}, z_2 = 1 + i$  в тригонометрической форме и найдите  $\frac{z_1}{z_2}$  и  $z_1 \cdot z_2$ .
11. Представьте числа  $z_1 = \sqrt{3} + i$  и  $z_2 = 3 + i\sqrt{3}$  в показательной форме.

#### 19.3.3 Перечень заданий для контрольных работ

В течение семестра проводится две контрольных работы.

Задания контрольных работ формируются на основе заданий, разобранных на практических занятиях и включенных в перечень индивидуальных заданий (см. пункт 19.3.2).

#### 19.3.4 Темы докладов и рефератов

1. Связь математики с другими науками.
2. Понятие вещественного числа.
3. Построение графиков функций средствами информационных технологий.
4. Вклад Л. Эйлера в развитие математического анализа.
5. Жизнь и деятельность Р. Дедекинда
6. Пьер Ферма: биография, открытия в математике.
7. Мишель Ролль: биография, научная деятельность.
8. Жизнь и деятельность И. Бернулли и Г. Лопиталья.
9. Пределы и производные: сущность, значение, вычисление.
10. Определение экстремумов функций многих переменных.

11. Применение производных при решении задач из различных областей.
12. Современные открытия в области математики.

**19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущий контроль успеваемости проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущий контроль успеваемости проводится в формах: устного опроса (индивидуальный опрос, фронтальная беседа, доклады, рефераты); письменных работ (выполнение индивидуальных заданий, контрольных работ). Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования. Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практическое задание, позволяющее оценить степень сформированности умений и навыков. При оценивании используются количественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.