МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
естественнонаучных и
общеобразовательных дисциплин

С.Е. Зюзин

01.09.2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.В.06 Математическая логика и теория алгоритмов

1. Шифр и наименование направления подготовки:

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

2. Профили подготовки:

Математика. Информатика и информационные технологии в образовании

3. Квалификация выпускника:

Бакалавр

4. Форма обучения:

Очная, заочная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:

естественнонаучных и общеобразовательных дисциплин

6. Составители программы:

Л.В. Лободина, кандидат педагогических наук, доцент,

О.Г. Ромадина, кандидат педагогических наук

7. Рекомендована:

научно-методическим советом Филиала (протокол № 1 от 31.08.2018 г.)

8. Семестры: 5 (офо), 5,6 (зфо)

9.Цель и задачи учебной дисциплины:

Целью учебной дисциплины является формирование систематизированных знаний в области математической логики и о теории алгоритмов как о теоретическом фундаменте современной вычислительной техники, формирование умений применять полученные знания в сфере своей профессиональной деятельности.
Задачи учебной дисциплины:
– формировать представление о роли математической логики в системе современного образования;
– формировать умение работать с логической символикой, логическими законами, техникой логического вывода;
– знакомство с теорией и методами исчисления высказываний и предикатов, булевых функций и основами построения формальных теорий;
– формирование представлений о различных подходах к построению математической модели алгоритма и их равносильности;
– изложить математические основы теории сложности вычислений;
– ознакомить с математическими методами построения и анализа алгоритмов.
При проведении учебных занятий по дисциплине обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств.

10. Место учебной дисциплины в структуре образовательной программы:

Учебная дисциплина «*Математическая логика и теория алгоритмов*» входит в блок Б1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной дисциплиной вариативной части образовательной программы.
Для освоения дисциплины «Математическая логика и теория алгоритмов» студенты используют знания, умения, навыки, сформированные в ходе изучения дисциплин «Информатика», «Математический анализ», «Алгебра и теория чисел», «Информационно-коммуникационные технологии».
Изучение данной дисциплины является необходимой основой для последующего изучения дисциплин «Теория вероятностей и математическая статистика», «Методика обучения математике», «Методика обучения информатике», «Программирование».
Условия реализации дисциплины для лиц с ОВЗ определяются особенностями восприятия учебной информации и с учетом индивидуальных психофизических особенностей.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ПК-1	готовность реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов	**знает (имеет представление):** – связь теоретических основ и технологических приёмов учебной дисциплины «Математическая логика и теория алгоритмов» с содержанием преподаваемых учебных предметов; – связь учебной дисциплины с содержанием преподаваемых учебных предметов; **умеет:** – ставить познавательные цели учебной деятельности; – осуществлять самоконтроль и самооценку своих учебных достижений; – применять навыки владения ИКТ, проектной и исследовательской деятельностью в процессе изучения учебной дис-

		циплины; **имеет навыки:** – исследовательской и проектной деятельности; – общепользовательской ИКТ-компетентности.
ПК-4	способность использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов	**умеет:** – использовать знание основ учебной дисциплины «Математическая логика и теория алгоритмов» для перевода информации с естественного языка на язык соответствующей предметной области и обратно; – применять теоретические знания по учебной дисциплине «Математическая логика и теория алгоритмов» в описании процессов и явлений в различных областях знания; – использовать преимущества технологических приемов учебной дисциплины «Математическая логика и теория алгоритмов» при решении задач преподаваемых учебных предметов; – осуществлять поиск и отбор информации, необходимой для решения конкретной задачи; **владеет:** – материалом учебной дисциплины «Математическая логика и теория алгоритмов» на уровне, позволяющем формулировать и решать задачи, возникающие в ходе учебной деятельности по преподаваемым предметам, а также в практической деятельности, требующие углубленных профессиональных знаний; – навыками формализации теоретических и прикладных практических задач.

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах —6/216.

Форма промежуточной аттестации: экзамен

13. Виды учебной работы

Очная форма обучения

Вид учебной работы	Трудоемкость	
	Всего	По семестрам
		5 семестр
Контактная работа, в том числе:	90	90
лекции	36	36
практические занятия	54	54
лабораторные работы	0	0
Самостоятельная работа	90	90
Форма промежуточной аттестации *(экзамен – 36 час.)*	36	36
Итого:	216	216

Заочная форма обучения

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	Всего	По семестрам	
		5 семестр	6 семестр
Контактная работа, в том числе:	22	14	8
лекции	8	6	2
практические занятия	14	8	6
лабораторные работы	0	0	0
Самостоятельная работа	185	100	85
Форма промежуточной аттестации *(экзамен – 9 час.)*	9	–	9

Итого:	216	114	102

13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1. Лекции		
1.1	Алгебра высказываний.	Высказывания, логические операции над ними. Совершенные нормальные формы. Логическое следствие. Прямая и обратная теоремы, противоположная и обратная теоремы; закон контрапозиции. Методы математических доказательств. Исчисление высказываний. Формулы исчисления высказываний. Свойства формализованного исчисления высказываний.
1.2	Логика предикатов.	Предикат. Логические операции над предикатами. Кванторные операции. Формулы логики предикатов, их классификация. Интерпретация формул логики предикатов. Выполнимость и общезначимость формул логики предикатов. Исчисление предикатов.
1.3	Булевы функции.	Булевы функции от одной и двух переменных. Булевы функции от n переменных. Системы булевых функций. Классы Поста. Применение булевых функций к описанию релейно-контактных схем.
1.4	Элементы теории алгоритмов.	Алгоритмы в математике. Интуитивное понятие алгоритма. Необходимость уточнения понятия алгоритма. Различные подходы к определению алгоритма (машина Тьюринга, машина Поста, машина произвольного доступа, нормальные алгоритмы Маркова, частично-рекурсивные функции). Понятие об эффективной нумерации. Нумерация машин Тьюринга. Нумерация МПД-программ. Алгоритмически неразрешимые проблемы (Теорема Клини. Недетерминированная машина Тьюринга. Основные алгоритмически неразрешимые проблемы. Алгоритмическая сводимость). Основы теории сложности вычислений. Классы сложности P и NP. Оптимизационные задачи теории алгоритмов.
2. Практические занятия		
2.1	Алгебра высказываний.	Высказывания и операции над ними. Формулы алгебры высказываний: построение таблиц истинности, доказательство выполнимости (опровержимости), классификация формул алгебры высказываний, равносильные преобразования. Проверка выполнения логического следствия (по определению, доказательством методом от противного). Отыскание нормальных форм. Применение нормальных форм. Нахождение следствий из посылок. Нахождение посылок для данных следствий. Приложения алгебры высказываний к логико-математической практике. Построение формализованного исчисления высказываний и исследование системы аксиом на независимость: построение выводов из аксиом, построение выводов из гипотез, теорема о дедукции и ее применение, производные правила вывода и их применение.
2.2	Логика предикатов.	Понятие предиката и операции над предикатами. Множество истинности предиката. Равносильность и следование предикатов. Формулы логики предикатов, их интерпретация и классификация. Тавтологии логики предикатов. Равносильные преобразования формул: приведенная форма, предваренная нормальная форма. Применение логики предикатов к логико-математической практике.
2.3	Булевы функции.	Понятие булевой функции и свойства булевых функций: число булевых функций, равенство булевых функций, дока-

		зательство и проверка свойств булевых функций. Специальные классы булевых функций: линейные булевы функции, двойственные и самодвойственные булевы функции, монотонные функции, функции, сохраняющие нуль и сохраняющие единицу. Полные системы и функционально замкнутые классы булевых функций. Применение булевых функций к релейно-контактным схемам.
2.4	Элементы теории алгоритмов.	Машины Тьюринга. Применение машин Тьюринга к словам. Конструирование машин Тьюринга. Машина Поста. Примитивно рекурсивные функции. Нормальные алгоритмы Маркова. Понятие об эффективной нумерации. Нумерация машин Тьюринга. Нумерация МПД-программ. Алгоритмически неразрешимые проблемы.

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

Очная форма обучения

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Самостоятельная работа	Всего
1.	Алгебра высказываний.	10	14	0	20	44
2.	Логика предикатов.	8	10	0	30	48
3.	Булевы функции.	6	10	0	10	26
4.	Элементы теории алгоритмов.	12	20	0	30	62
5.	Экзамен					36
	Итого:	36	54	0	90	216

Заочная форма обучения

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Самостоятельная работа	Всего
5 семестр						
1.	Алгебра высказываний.	3	4	0	30	37
2.	Логика предикатов.	2	2	0	40	44
3.	Булевы функции.	1	2	0	30	33
	Итого в 5 семестре	6	8	0	100	114
6 семестр						
1.	Элементы теории алгоритмов.	2	6	0	85	93
2.	Экзамен					9
	Итого в 6 семестре	2	6	0	85	102
	Итого:	8	14	0	185	216

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Приступая к изучению учебной дисциплины, прежде всего обучающиеся должны ознакомиться с учебной программой дисциплины.

Знание основных положений, отраженных в рабочей программе дисциплины, поможет обучающимся ориентироваться в изучаемом курсе, осознавать место и роль изучаемой дисциплины в подготовке будущего педагога, строить свою работу в соответствии с требованиями, заложенными в программе.

Основными формами контактной работы по дисциплине являются лекции и практические занятия.

В ходе лекционных занятий необходимо критически осмысливать предлагаемый материал, задавать вопросы как уточняющего характера, помогающие уяснить отдельные излагаемые положения, так и вопросы продуктивного типа, направленные на расширение и углубление сведений по изучаемой теме, на выявление недостаточно освещенных вопросов, слабых мест в аргументации и т.п.

На практических занятиях необходимо активно участвовать в решении предлагаемых задач, начиная уже с этапа анализа условия и поиска путей решения. Студенту, вызванному для решения задачи к доске, следует подробно комментировать ход решения задачи, а стальным студентам — выполнять основные этапы решения предложенной задачи самостоятельно, но при этом контролируя ход решения на доске.
Для достижения планируемых результатов обучения используются интерактивные лекции, групповые дискуссии.
Для успешного освоения дисциплины желательно выполнять индивидуальные задания, сдавать коллоквиумы, готовить доклады и рефераты.
При подготовке к промежуточной аттестации необходимо повторить пройденный материал в соответствии с учебной программой, примерным перечнем вопросов, выносящихся на экзамен. Рекомендуется использовать конспекты лекций и источники, перечисленные в списке литературы в рабочей программе дисциплины, а также ресурсы электронно-библиотечных систем. Необходимо обратить особое внимание на темы учебных занятий, пропущенных по разным причинам. При необходимости можно обратиться за консультацией и методической помощью к преподавателю.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Игошин, В.И. Математическая логика и теория алгоритмов: учеб. пос. для вузов [Текст] / В.И. Игошин – М.: Академия, 2010.
2	Игошин, В.И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов [Текст] / В.И. Игошин.— М.: Академия, 2008 .— 304с.
3	Судоплатов, С.В. Математическая логика и теория алгоритмов: учебник [Электронный ресурс] / С.В. Судоплатов, Е.В. Овчинникова. - 3-е изд. - Новосибирск: НГТУ, 2012. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=135676 (11.07.2018)

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
4	Бояринцева, Т.Е. Математическая логика и теория алгоритмов: Методические указания к выполнению типового расчета [Электронный ресурс]/ Т.Е. Бояринцева, Н.В. Золотова, И.Р. Исмагилов: Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. – URL:http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=257607 (11.07.2018)
5	Лавров, И. А. Математическая логика : учебное пособие для студентов вузов [Текст] / И.А.Лавров; под ред. Л.Л.Максимовой.— М. : Академия, 2006 .— 240 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
6	Агарева, О.Ю. Математическая логика и теория алгоритмов: учебное пособие [Электронный ресурс] / О.Ю. Агарева, Ю.В. Селиванов. – М.: МАТИ, 2011. – URL: http://window.edu.ru/resource/893/76893 (11.07.2018)
7	Гладких, О.Б. Математическая логика: учебно-методическое пособие [Электронный ресурс]/ О.Б. Гладких, О.Н. Белых; Министерство образования Российской Федерации, Елецкий государственный университет. – Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2011. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=272140 (11.07.2018)
8	Перемитина, Т.О. Математическая логика и теория алгоритмов: учебное пособие [Электронный ресурс]/ Т.О. Перемитина. – Томск : ТУСУР, 2016. - 132 с. URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=480886 (11.07.2018).

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Методические материалы по дисциплине.

2	Лободина, Л. В. Математическая логика : учеб-метод. пособ.для организации самостоятельной работы студентов [Текст] / Л.В. Лободина, О.Г. Ромадина .— Борисоглебск : ООО «Кристина и К», 2015 .— 54 с.

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение, информационно-справочные системы и профессиональные базы данных

Технологии создания и обработки тестовых заданий (тестовая оболочка MyTestX).
Microsoft Office Standard 2010
Microsoft Office 2007 (Word, Excel, PowerPoint)
Dr. Web Enterprise Security Suite
Операционная система Microsoft Windows
Сетевые технологии: браузеры: Yandex, Google, Opera, Mozilla Firefox, Explorer.
Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU – http://elibrary.ru/
Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов – http://fcior.edu.ru
Единая коллекция Цифровых Образовательных Ресурсов – http://school-collection.edu.ru/
Лекции ведущих преподавателей вузов России в свободном доступе – https://www.lektorium.tv/
Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» – http://biblioclub.ru/

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Мультимедийное оборудование (проектор, ноутбук или стационарный компьютер, экран).

19. Фонд оценочных средств:

19.1 Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся
ПК-1: готовность реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов	Знать: – связь теоретических основ и технологических приёмов учебной дисциплины «Математическая логика и теория алгоритмов» с содержанием преподаваемых учебных предметов; – связь учебной дисциплины с содержанием преподаваемых учебных предметов;	Алгебра высказываний. Логика предикатов. Булевы функции. Элементы теории алгоритмов.	индивидуальное задание, контрольная работа, реферат, коллоквиум
	Уметь: – ставить познавательные цели учебной деятельности; – осуществлять самоконтроль и самооценку своих учебных достижений; – применять навыки владения ИКТ, проектной и исследовательской деятельностью в процессе изучения учебной дисциплины;	Алгебра высказываний. Логика предикатов. Булевы функции. Элементы теории алгоритмов	индивидуальное задание, контрольная работа, реферат, коллоквиум
	Владеть:	Алгебра высказы-	индивидуальное

	– исследовательской и проектной деятельности; общепользовательской ИКТ-компетентности.	ваний. Логика предикатов. Булевы функции. Элементы теории алгоритмов.	задание, контрольная работа, реферат, коллоквиум
ПК-4: способность использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов	Уметь: – использовать знание основ учебной дисциплины «Математическая логика и теория алгоритмов» для перевода информации с естественного языка на язык соответствующей предметной области и обратно; – применять теоретические знания по учебной дисциплине «Математическая логика и теория алгоритмов» в описании процессов и явлений в различных областях знания; – использовать преимущества технологических приемов учебной дисциплины «Математическая логика и теория алгоритмов» при решении задач преподаваемых учебных предметов; осуществлять поиск и отбор информации, необходимой для решения конкретной задачи;	Алгебра высказываний. Логика предикатов. Булевы функции. Элементы теории алгоритмов	индивидуальное задание, контрольная работа, реферат, коллоквиум
	Владеть: – материалом учебной дисциплины «Математическая логика и теория алгоритмов» на уровне, позволяющем формулировать и решать задачи, возникающие в ходе учебной деятельности по преподаваемым предметам, а также в практической деятельности, требующие углубленных профессиональных знаний; навыками формализации теоретических и прикладных практических задач.	Алгебра высказываний. Логика предикатов. Булевы функции. Элементы теории алгоритмов	индивидуальное задание, контрольная работа, реферат, коллоквиум
Промежуточная аттестация – экзамен			КИМ (вопросы к экзамену)

19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Студент свободно ориентируется в теоретическом материале; умеет изложить и корректно оценить различные подходы к излагаемому материалу, способен сформулировать и доказать собственную точку зрения; обнаруживает свободное владение понятийным аппаратом; демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности.	*Повышенный уровень*	*Отлично*
Студент хорошо ориентируется в теоретическом материале; имеет представление об основных подходах к излагаемому материалу; знает определения основных теоретических понятий излагаемой темы, в основном демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности.	*Базовый уровень*	*Хорошо*
Студент может ориентироваться в теоретическом материале; в целом имеет представление об основных понятиях изла-	*Пороговый уровень*	*Удовлетворительно*

гаемой темы, частично демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности.		
Студент не ориентируется в теоретическом материале; не сформировано представление об основных понятиях излагаемой темы, не демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности.	–	*Неудовлетворительно*

19.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

19.3.1 Перечень вопросов к экзамену:

1. Высказывания и логические операции над ними.
2. Свойства логических операций.
3. Определение и классификация формул исчисления высказываний.
4. Логическое следование и равносильность. Равносильные преобразования формул.
5. СДНФ и СКНФ формул исчисления высказываний.
6. Построение формализованного исчисления высказываний.
7. Теорема дедукции.
8. Применение теоремы дедукции.
9. Свойства системы аксиом исчисления высказываний. Полнота, непротиворечивость и разрешимость.
10. Свойства системы аксиом исчисления высказываний. Независимость.
11. Определение предиката. Область определения, множества значений и истинности предиката. Классификация предикатов.
12. Логические операции над предикатами. Множество истинности сложного предиката.
13. Кванторы общности и существования.
14. Формулы логики предикатов, их классификация. Интерпретация формул.
15. Проблема общезначимости и выполнимости формул, ее неразрешимость в общем виде в логике предикатов.
16. Решение проблемы общезначимости и выполнимости для случая замкнутой формулы, содержащей только кванторы существования. Решение проблемы общезначимости и выполнимости для случая замкнутой формулы, содержащей только кванторы общности.
17. Тавтологии логики предикатов. Законы пронесения кванторов через конъюнкцию и дизъюнкцию.
18. Тавтологии логики предикатов. Законы де Моргана для кванторов.
19. Тавтологии логики предикатов. Законы пронесения кванторов через импликацию.
20. Предваренная нормальная форма формул логики предикатов.
21. Построение формализованной теории исчисления предикатов.
22. Булевы функции от одной и двух переменных.
23. Булевы функции от n переменных. Число булевых функций от n переменных.
24. Суперпозиция булевых функций. Разложение булевой функции от n переменных по k-той переменной. Полнота системы булевых функций $\{\rceil, \wedge, \vee\}$.
25. Полные системы булевых функций.
26. Классы булевых функций. Теорема Поста.
27. Релейно-контактные схемы. Задачи анализа и синтеза РКС.
28. Построение формальной аксиоматической теории первого порядка и ее интерпретация.
29. Алгоритмы в математике. Интуитивное понятие алгоритма. Необходимость уточнения понятия алгоритма.
30. Машина Тьюринга как математическая модель алгоритма. Два типа задач, связанных с машиной Тьюринга.
31. Машина Поста как математическая модель алгоритма. Примеры.
32. Машина произвольного доступа как математическая модель алгоритма.
33. Нормальные алгоритмы Маркова как математическая модель алгоритма.
34. Частично-рекурсивные функции как математическая модель алгоритма.
35. Понятие об эффективной нумерации алгоритмов.

36. Алгоритмически неразрешимые проблемы. Понятие массовой проблемы. Метод сводимости.
37. Характеристики сложности вычислений. Понятие полиномиальной и экспоненциальной сложности вычислений.
38. Классы сложности P и NP и их взаимосвязь.
39. Понятие NP-полной задачи. Недетерминированная машина Тьюринга.
40. Основные NP-полные задачи. Теорема Кука.

19.3.2 Примерный перечень индивидуальных заданий

Тема «Алгебра высказываний»

1. Какие из следующих предложений являются высказываниями? Какие из высказываний истинные, а какие – ложные?
- *Солнце есть спутник Земли*.
- *2+3>4*.
- *Сегодня отличная погода*.
- *В романе Л.Н. Толстого «Война и мир» 3 432 536 слов*.

2. Приведите пример высказывания, в котором содержатся логические операции конъюнкция и импликация.
3. Докажите, что следующая формула выполнима не составляя для неё таблиц истинности, указав какие-нибудь значения входящих в неё пропозициональных переменных, при которых эта формула обращаются в истинное высказывание.
$\left(Q \to (P \wedge R)\right) \wedge \neg\left((P \vee R) \to Q\right)$.
4. Применяя равносильные преобразования, приведите формулу к возможно более простой форме:
$\neg(\neg P \vee Q) \to \left((P \vee Q) \to P\right)$
5. С помощью равносильных преобразований установите, выполняется ли равносильность:
$P \to (Q \vee R) \cong (P \to Q) \vee (P \to R)$.
6. Упростите систему истинных высказываний, т.е. найдите логически эквивалентную ей систему, состоящую из меньшего числа не более сложных высказываний:
$C \to (A \vee B),\ (B \wedge C) \to A,\ (A \wedge B) \to C$.
7. Проверьте, справедливо ли следующее логическое следование, руководствуясь определением этого понятия:
$P \to Q,\ \neg R \wedge P \models P \vee (Q \to R)$.
8. Расположите формулы так, чтобы из каждой логически следовали все стоящие после нее:
$(\neg Q \to \neg P) \vee \neg P,\ P \to Q,\ (\neg P \to Q) \vee \neg P,\ \neg P \leftrightarrow \neg Q,\ P \wedge Q$.
9. Методом от противного выясните, верно ли следующее логическое следование:
$F \to G,\ K \to \neg H,\ H \vee \neg G \models F \to \neg K$.
10. Андрей или очень переутомился (A), или болен (B). Если он очень переутомился, то он раздражается (C). Он не раздражается. Следует ли отсюда, что он не болен?
11. Приведите равносильными преобразованиями формулу к дизъюнктивной нормальной форме, конъюнктивной нормальной форме, совершенной дизъюнктивной нормальной форме, совершенной конъюнктивной нормальной форме $\left((X \to Y) \to (Z \to \neg X)\right) \to (X \to \neg Z)$.
12. Для формулы алгебры высказываний из задания 11 найдите СДН-форму, СКН-форму с помощью таблицы истинности.
13. Найдите наипростейшую из равносильных формулу от трех переменных, которая принимает значение 1 тогда и только тогда, когда точно два ее аргумента принимают значение 0.
14. Найдите все следствия из посылок: «Если целое число делится на 2 и на 5, то оно делится на 10»; «Целое число делится на 2 и не делится на 5». Выразите полученные следствия в содержательной форме.

15. Найдите все неравносильные между собой и не тождественно ложные формулы алгебры высказываний (посылки), зависящие от пропозициональных переменных X, Y, Z, из которых логически следует формула:
$(X \leftrightarrow Y) \wedge \neg Y$

16. Четверо друзей – Андрей, Борис, Сергей и Дмитрий – решили пойти на рыбалку. Но Дмитрий в последний момент отказался и высказал следующие предположения:
– Андрей не пойдет на рыбалку, но Борис обязательно пойдет.
– Не верно, что пойдут Андрей и Сергей.
– Борис пойдет на рыбалку или не пойдет Сергей.
– Если пойдет Борис, то пойдет на рыбалку и Сергей.
Если предположить, что все высказывания Дмитрия оказались истинными, кто пошел на рыбалку?

17. Составьте логическую задачу, которую можно решить средствами алгебры высказываний (для решения задачи вводится не менее трех переменных). Решите составленную задачу.

Тема «Логика предикатов»

1. Какие из следующих выражений являются предикатами:
– «x делится на 5» (x$\in$N);
– «x2+2x+4» (x$\in$R).

2. Изобразите на координатной прямой или координатной плоскости множество истинности следующих двухместных предикатов, заданных на множестве действительных чисел R:
$\left(x^2 + y^2 < 16\right) \to \left(xy < -4\right)$

3. Определить, являются ли предикаты равносильными, или один из них есть следствие другого, или они не связаны отношением логического следования.
«x^2<y», «$y \geq 0$»

4. Задайте множество M предметной переменной так, чтобы на этом множестве второй предикат был следствием первого: «x кратно 3», «x четно».

5. Записать символически на языке логики предикатов следующее предложение: Все змеи ядовиты.

6. Придайте следующим формулам указанные интерпретации и определите истинностные значения получающихся высказываний:
$(\exists x)(P(x)) \wedge (\exists x)(Q(x)),\ M = N,\ P(x)"x < 5",\ Q(x)\ "x > 6"$.

7. Определите, является ли формула выполнимой или тождественно ложной
$(\forall x)(\exists y)(P(x) \wedge \neg P(y))$.

8. Докажите, что следующие формулы являются тавтологиями логики предикатов:
– $(\exists x)\left(P(x) \wedge Q(x)\right) \to \left((\exists x)\left(P(x)\right) \wedge (\exists x)\left(Q(x)\right)\right)$;
– $(\forall x)\left(P(x)\right) \to (\exists x)\left(P(x) \vee Q(x)\right)$;
– $(\forall x)(\forall y)(P(x, y)) \to (\forall x)\left(P(x, x)\right)$.

9. Применяя равносильные преобразования, приведите формулу к предваренной нормальной форме
$((\exists x)\left(P(x)\right) \vee (\forall x)\left(Q(x)\right)) \wedge \left(S(y) \to (\forall x)\left(R(x)\right)\right)$.

Тема «Булевы функции»

1. Построив соответствующую таблицу значений, выясните, равны ли следующие булевы функции:
$f(x, y, z) = \left(\left(x \vee y\right)' \downarrow z'\right) \vee xz' \vee \left(z\left(y \vee z'\right)\right),\ \ g(x, y, z) = x \vee z$

2. Выясните, линейна ли следующая булева функция:
$x'\left(y + z\right) \vee \left(\left(x \vee y \vee z\right) \to x' yz\right)$

3. Выясните, самодвойственна ли следующая булева функция:
$xz + \left(x + z\right)\left(y + 1\right)$

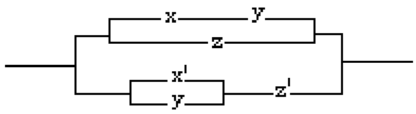
4. Выясните, монотонна ли следующая булева функция:

$xyz + x' + yz'$

5. Постройте релейно-контактную схему с заданной функцией проводимости:

$(xy \to x'y)(x \vee zy)$

6. Упростите релейно-контактную схему:



7. Постройте релейно-контактную схему с четырьмя переключателями, которая проводит ток, тогда и только тогда, когда замкнуты два или три из ее переключателей.

8. Используя теорему Поста, исследуйте на полноту систему булевых функций

$\{+,\ \bullet,\ 0\}$

Тема «Элементы теории алгоритмов»

1. Применить машину Тьюринга с данной программой:

A / Q	a_0	1	*
q_1	$q_1 a_0$ П	$q_3 a_0$ Л	$q_0 a_0$
q_2	$q_2 a_0$ Л	$q_4 a_0$ П	$q_4 a_0$ П
q_3	$q_2 a_0$ П	q_3 1Л	q_3 *Л
q_4	$q_1 a_0$ Л	q_4 1П	q_4 *П

к слову α =1111*1, воспринимаемому в начальном стандартном положении.

2. Сконструировать машину Тьюринга, которая вычисляла бы функцию $f(x) = 3x$ для чисел в десятичной системе счисления.

3. Вычислить номер машины Тьюринга, заданной программой:

$$T: \quad q_1\, a_0 \to q_1 a_1 R$$
$$q_1\, a_1 \to q_0\, a_0 .$$

4. Записать программу и построить блок-схему МПД, которая вычисляла бы функцию $f(x) = 7x$.

5. Доказать, что функция $f(x) = 7x$ является частично рекурсивной.

19.3.3 Перечень заданий для контрольных работ

В течение семестра проводится две контрольных работы.

Задания контрольных работ формируются на основе заданий, разобранных на практических занятиях и включенных в перечень индивидуальных заданий (см. пункт 19.3.2).

19.3.4 Примерный вариант итогового теста

<u>Задание #1</u>

Установите связаны ли предикаты (x>3) и ($|x| > 3$) отношением логического следствия

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1) из второго предиката следует первый предикат
2) предикаты равносильны
3) предикаты не связаны отношением логического следствия
4) из первого предиката следует второй предикат

<u>Задание #2</u>

Если формула исчисления высказываний является тождественно истинной, то для нее...

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1) не существует СКНФ
2) не существует СДНФ

3) существует несколько СДНФ
4) существует несколько СКНФ

Задание #3

Установите соответствие между утверждениями и их записью на языке логики предикатов
Укажите соответствие для всех 4 вариантов ответа

1) $(\forall x)(S(x) \to P(x))$
2) $(\forall x)(S(x) \to \neg P(x))$
3) $(\exists x)(S(x) \wedge \neg P(x))$
4) $(\exists x)(S(x) \wedge P(x))$

__ Некоторые реки не впадают в моря
__ Все собаки обладают хорошим обонянием
__ Ни один квадрат не является треугольником
__ Некоторые змеи ядовиты

Задание #4

Заполните пропуск.
Если формула $H(X_1, X_2, ..., X_n)$ обращается в истинное высказывание на всяком наборе значений пропозициональных переменных $X_1, X_2, ..., X_n$, на котором в истинные высказывания обращается и каждая из формул
$F_1(X_1, X_2, ..., X_n),\ F_2(X_1, X_2, ..., X_n), ..., F_k(X_1, X_2, ..., X_n)$, то формула
$H(X_1, X_2, ..., X_n)$ является …. формул
$F_1(X_1, X_2, ..., X_n),\ F_2(X_1, X_2, ..., X_n), ..., F_k(X_1, X_2, ..., X_n)$
*Запишите ответ:*____

Задание #5

Предикат, который обращается в ложное высказывание тогда и только тогда когда оба предиката, из которых он получен тождественно ложные
Выберите один из 5 вариантов ответа:
1) импликация предикатов
2) отрицание предикатов
3) эквиваленция предикатов
4) конъюнкция предикатов
5) дизъюнкция предикатов

Задание #6

Булева функция, которая является отрицанием дизъюнкции, называется...
Выберите один из 4 вариантов ответа:
1) антидизъюнкция
2) сумма Жегалкина
3) штрих Шеффера
4) стрелка Пирса

Задание #7

Какие из следующих выражений являются формулами логики предикатов
Выберите несколько из 4 вариантов ответа:
1) $(\exists x)(P(x))$
2) $(\exists x)(\exists y)(P(x, x))$
3) $(\exists x)(\exists y)(P(x, y))$
4) $(P(x, y))(\exists x)(\exists y)$

Задание #8

Какое из приведенных имен удовлетворяет логическому условию (первая буква согласная → вторая буква согласная) $\wedge$ (предпоследняя буква гласная → последняя буква гласная)
Выберите один из 4 вариантов ответа:
1) Степан
2) Кристина
3) Мария
4) Максим

Задание #9

Установите соответствие между равносильными формулами
Укажите соответствие для всех 5 вариантов ответа

1) $Q \vee P$
2) $\neg(Q \wedge P)$
3) $(\neg Q \vee P) \wedge (Q \vee \neg P)$
4) $(Q \wedge R) \vee (P \wedge R)$
5) $(Q \vee R) \wedge (P \vee R)$

__ $(Q \wedge P) \vee R$
__ $\neg Q \vee \neg P$
__ $Q \leftrightarrow P$
__ $\neg Q \rightarrow P$
__ $(Q \vee P) \wedge R$

Задание #10
Областью истинности предиката P(X): X - 2 = 1, заданного на множестве действительных чисел, является ...
Выберите один из 4 вариантов ответа:
1) {-3}
2) {3, -3}
3) {3}
4) {-3, 0, 3}

Задание #11
Если формула логики предикатов тождественно ложна на некотором множестве, то...
Выберите один из 4 вариантов ответа:
1) из нее логически не следует ни одна формула, заданная на этом множестве
2) из нее логически следует любая формула, заданная на этом множестве
3) она не является логическим следует ни одной формулы, заданной на этом множестве
4) она логически следует из любой формулы, заданной на этом множестве

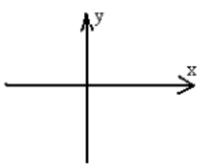
Задание #12
Какая логическая операция задается следующей таблицей истинности:

A	B	?
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Выберите один из 4 вариантов ответа:
1) импликация
2) эквиваленция
3) дизъюнкция
4) конъюнкция

Задание #13
Укажите, какое логическое выражение равносильно выражению $\mathrm{A} \vee \neg(\neg\mathrm{B} \vee \neg\mathrm{C})$
Выберите один из 4 вариантов ответа:
1) $\neg A \vee B \vee \neg C$
2) $\neg A \vee B \vee C$
3) $\mathrm{A} \vee (\mathrm{B} \wedge \mathrm{C})$
4) $\neg A \wedge B \wedge C$

Задание #14
Отметьте на рисунке область истинности предиката xy>0
Укажите место на изображении:



Задание #15
Какие из следующих предложений являются предикатами?
Выберите несколько из 4 вариантов ответа:
1) Каждый студент БГПИ - отличник

2) Действительное число x больше действительного числа y
3) Он великий русский поэт
4) Любое действительное число x больше любого действительного числа y

Задание #16

Каждая релейно-контактная схема реализует...

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1) некоторый предикат
2) некоторый колебательный контур
3) некоторую булеву функцию
4) закон Ома для участка цепи

Задание #17

Какая из следующих цепочек формул является выводом формулы B $\to$ A из формулы A

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1) A, A $\to$ (B $\to$ A), B $\to$ A
2) A; B; B $\to$ A
3) B $\to$ A $\to$ C; C $\to$ B; B $\to$ A
4) B $\vee$ A; A; B $\to$ A

Задание #18

Среди формул выберите аксиомы формализованного исчисления высказываний

Выберите несколько из 4 вариантов ответа:

1) $(\neg A \to \neg B) \to ((\neg A \to B) \to A)$
2) $A \to (B \to A)$
3) $(\neg A \to B) \to A$
4) $(A \to (B \to C)) \to ((A \to B) \to (A \to C))$

Задание #19

Являются ли следующие системы булевых функций полными?

Укажите истинность или ложность вариантов ответа:

__ $\{+, \to, \bullet\}$
__ $\{1, \bullet\}$
__ $\{\vee, 1\}$
__ $\{\vee, \bullet\}$
__ $\{\leftrightarrow, 0\}$

Задание #20

Если формула исчисления высказываний является тавтологией, то ее логическое следствие является...

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1) тавтологией
2) противоречием
3) выполнимой формулой
4) опровержимой формулой

19.3.5 Темы рефератов

1. Роль математической логики в обучении информатике или математике.
2. Логические основы теории аргументации.
3. Применение ПК для решения логических задач.
4. Полиномы Жегалкина.
5. Базисные системы булевых функций.
6. Приложение теории булевых функций.
7. Формализованное исчисление предикатов.
8. Теорема дедукции в логике предикатов.
9. Аксиоматический метод в математике и аксиоматические теории.
10. Математическая логика и программное обеспечение компьютеров.
11. Элементы математической логики в электронных таблицах и базах данных.
12. Математическая логика и системы искусственного интеллекта.
13. Конструктивистская, или интуиционистская, логика.

14. Многозначная логика.
15. Описание и принципы работы нормальных алгоритмов Маркова (НАМ).
16. Конечные автоматы и автоматы распознавания.
17. Понятие универсальной функции.
18. Матроиды. Основные свойства.
19. Асимптотические оценки сложности вычислений. Символ «О большое».
20. Асимптотические оценки сложности вычислений. Символ «о малое».
21. Рекурсивные предикаты.
22. Формальные грамматики.
23. Общая методология оценки сложности алгоритмов.

19.3.6 Темы докладов

1. Логика в Древней Индии.
2. Логика Древнего Китая.
3. Логика в Древней Греции.
4. Логика в средние века (VI-XV в.в.).
5. Развитие логики в XVI-XVIII в.в.
6. Логика в России.
7. Становление математической логики.
8. Вклад Г.Лейбница в развитие математической логики.
9. Вклад Дж. Буля в развитие математической логики.
10. Алан Тьюринг. История создания машины Тьюринга.
11. Описание и принципы работы машины Поста.
12. Диагональная конструкция Кантора.
13. Быстрое преобразование Фурье с использованием битовых операций.
14. Регулярные языки.

19.3.7 Вопросы для подготовки к коллоквиумам

Тема «Алгебра высказываний»
Формулы алгебры высказываний. Классификация формул алгебры высказываний.
Пример. Укажите, является ли формула Выполнимой, опровержимой, тождественно истинной (тавтологией), тождественно ложной (противоречием).
$(X \leftrightarrow Y) \vee ((Z \rightarrow \neg X) \rightarrow \neg Y)$
Логическое следование формул алгебры высказываний.
Пример. Проверьте справедливо следующие логические следования
1) $P \rightarrow Q, \neg R \wedge P \models P \vee (Q \rightarrow R)$;
2) $F \rightarrow G,\ \neg K \rightarrow \neg L,\ S \rightarrow H,$
$\neg F \rightarrow \neg K,\ H \rightarrow L \models S \rightarrow G$
Совершенные нормальные формы формул алгебры высказываний.
Пример. Найдите СКНФ и СДНФ для формулы алгебры высказываний
$((X \rightarrow Y) \vee \neg Z) \rightarrow (X \vee (X \leftrightarrow Z))$
Равносильность формул алгебры высказываний. Правила получения тавтологий. Основные равносильности.
Пример. Приведите следующие формулы к возможно более простой форме: $((P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow \neg Q) \wedge (P \vee R)) \rightarrow R$
Применение совершенных нормальных форм.
Пример.
1. Найдите все не равносильные между собой и не тождественно ложные формулы алгебры высказываний, являющиеся логическим следствием следующих формул (посылок): $X \rightarrow (Y \vee Z)$ и $Z \rightarrow Y$
2. Найдите все неравносильные между собой и не тождественно ложные формулы алгебры высказываний (посылки), зависящие от пропозициональных переменных X, Y, Z, из которых логически следует формула:
$(X \leftrightarrow Y) \wedge \neg Y$
Способы решения логических задач.

Пример. Один из знатоков алгебры логики, приглашая к себе в гости приятеля, решил проверить его способности в решении логических задач. Он так охарактеризовал принцип действия своего четырехкнопочного кодового замка: «Замок открывается, если выполняются следующие четыре условия:
– если не нажата кнопка 3, то нужно нажать кнопку 1 и не нажимать кнопку 4;
– если нажать кнопку 4, то нужно нажать кнопку 3 и не нажимать кнопку 2;
– не верно, что нужно нажать кнопку 2 или не нажимать кнопку 3, и все это при том, что не нажата кнопка 4;
– не нажимая кнопку 4, нажать кнопку 1 и кнопку 3».
Приятель знатока решил задачу. Чему равно это решение?
Виды математических теорем
Пример. Для следующей теоремы найдите обратные, противоположные и противоположные обратной: если a=0 и b=0, то $a^2+b^2=0$ (a,b – действительные числа)
Принцип полной дизъюнкции.
Построение формализованного исчисления высказываний. Свойства выводимости. Доказательство того, что формула $F \to F$ теорема.
Применение теоремы о дедукции (лемма и доказательство теорем)
$\neg F \to (F \to G)$;
$(\neg G \to \neg F) \to (F \to G)$;
$(F \to G) \to (\neg G \to \neg F)$;
Теорема о дедукции и следствия из нее.
Свойства системы аксиом исчисления высказываний. Независимость системы аксиом.
Применение теоремы о дедукции (лемма и доказательство части теоремы)
$F \to \neg\neg F$;
$(\neg G \to \neg F) \to (F \to G)$;
$(F \to G) \to (\neg G \to \neg F)$;
$F \to (\neg G \to \neg(F \to G))$;
$(F \to G) \to ((\neg F \to G) \to G)$.
Свойства системы аксиом исчисления высказываний. Теорема: всякая теорема ФИВ является тавтологией алгебры высказываний. Непротиворечивость и разрешимость.
Свойства системы аксиом исчисления высказываний. Теорема (+лемма): что всякая тавтология алгебры высказываний является теоремой ФИВ.
Производные правила вывода.

Тема «Булевы функции»
Булевы функции от одной и двух переменных.
Булевы функции от n переменных. Число булевых функций от n переменных.
Суперпозиция булевых функций. Разложение булевой функции от n переменных по k-той переменной.
Полнота системы булевых функций $\{\neg, \wedge, \vee\}$.
Полные системы булевых функций.
Классы булевых функций. Теорема Поста.

Тема «Логика предикатов»
Понятие предиката. Область определения предиката, область значений, область истинности предиката
Доказать, что формула логики предикатов является тавтологией
$(\forall x)\big(P(x) \vee Q\big) \leftrightarrow (\forall x)(P(x)) \vee Q;$
Q – нульместная предикатная переменная.
Классификация предикатов. Равносильность и логическое следование предикатов.
Доказать, что формула логики предикатов является тавтологией
$(\exists x)\big(P(x) \to Q\big) \leftrightarrow (\forall x)(P(x)) \to Q)$
Предикатная переменная Q может быть в этих формулах любой n-местной переменной, но важно, чтобы в нее не входила предметная переменная x
Предваренная нормальная форма формул логики предикатов. Проблема разрешимости для общезначимости и выполнимости формул логики предикатов
Доказать, что формула логики предикатов является тавтологией
$(\exists x)(\exists y)\big(P(x;y)\big) \leftrightarrow (\exists y)(\exists x)\big(P(x;y)\big)$
Формулы логики предикатов. Интерпретация и классификация формул логики предикатов.

Доказать, что формула логики предикатов является тавтологией
$(\forall x)\big(Q \to P(x)\big) \leftrightarrow (Q \to (\forall x)(P(x)));$
Предикатная переменная Q может быть в этих формулах любой n-местной переменной, но важно, чтобы в нее не входила предметная переменная x
Логические операции над предикатами. Кванторные операции.
Доказать, что формула логики предикатов является тавтологией
$(\exists x)\big(Q \to P(x)\big) \leftrightarrow (Q \to (\exists x)(P(x))).$
Предикатная переменная Q может быть в этих формулах любой n-местной переменной, но важно, чтобы в нее не входила предметная переменная x

Тема «Элементы теории алгоритмов»
Алгоритмы в математике. Интуитивное понятие алгоритма. Необходимость уточнения понятия алгоритма.
Машина Тьюринга как математическая модель алгоритма. Два типа задач, связанных с машиной Тьюринга.
Машина Поста как математическая модель алгоритма. Примеры.
Машина произвольного доступа как математическая модель алгоритма.
Нормальные алгоритмы Маркова как математическая модель алгоритма.
Частично-рекурсивные функции как математическая модель алгоритма.
Понятие об эффективной нумерации алгоритмов.
Алгоритмически неразрешимые проблемы. Понятие массовой проблемы. Метод сводимости.
Характеристики сложности вычислений. Понятие полиномиальной и экспоненциальной сложности вычислений.
Классы сложности P и NP и их взаимосвязь.
Понятие NP-полной задачи. Недетерминированная машина Тьюринга.
Основные NP-полные задачи. Теорема Кука.
Алгоритм быстрого преобразования Фурье. Прямое и обратное преобразования Фурье.
Сложность алгоритмов выбора на частично-упорядоченном множестве.

19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.
Текущий контроль успеваемости проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущий контроль успеваемости проводится в формах: устного опроса (индивидуальный опрос, фронтальная беседа, доклады, рефераты); письменных работ (выполнение индивидуальных заданий, контрольных работ); тестирования. Критерии оценивания приведены выше.
Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования. Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практическое задание, позволяющее оценить степень сформированности умений и навыков. При оценивании используются количественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.