МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
естественнонаучных и
общеобразовательных дисциплин

С.Е. Зюзин

31.05.2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.О.05.08 Теория вероятностей и математическая статистика

1. Код и наименование направления подготовки:

44.03.05. Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

2. Профили подготовки:

Математика. Информатика и информационные технологии в образовании

3. Квалификация выпускника: бакалавр

4. Форма обучения: очная/заочная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: кафедра естественнонаучных и общеобразовательных дисциплин

6. Составитель программы: Хвостов М.Н., кандидат физико-математических наук

7. Рекомендована: научно-методическим советом Филиала от 25.04.2023 протокол № 7

8. Учебный год: ОФО – 2026-2027 **Семестр:** 7

ЗФО – 2026-2027 **Семестры:** 7, 8

9.Цели и задачи учебной дисциплины

Целью освоения учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» является формирование систематизированных знаний в области теории вероятностей и математической статистики и умений использовать эти знания при решении профессиональных задач.

Задачи учебной дисциплины:

- ознакомление студентов с концептуальными основами теории вероятностей и математической статистики;
- создание представлений о классических методах теории вероятностей и математической статистики;
- формирование навыков решения задач по теории вероятностей и математической статистике;
- формирование умения осуществлять поиск, отбор информации и перевод её с языка, характерного для предметной области, на язык теории вероятностей и математической статистики;
- ознакомление с программными средствами статистической обработки экспериментальных данных.

При проведении учебных занятий по дисциплине обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Учебная дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к дисциплинам обязательной части блока Б1 и включена в Предметно-содержательный модуль. Для освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» необходимы знания, умения, навыки, сформированные в ходе изучения дисциплин «Математический анализ» и «Геометрия». Изучение данной дисциплины является необходимой основой для изучения дисциплин «Методика обучения математике», «Теоретические основы информатики».

Условия реализации дисциплины для лиц с ОВЗ определяются особенностями восприятия учебной информации и с учетом индивидуальных психофизических особенностей.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-8	Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	ОПК-8.4	Демонстрирует специальные научные знания в соответствующей предметной области	Знать: – логическую структуру дисциплины; – основные понятия и аксиоматику теории вероятностей; – основные виды распределений случайных величин и их числовых характеристик; – теоретические основы математической статистики; – классические методы математической статистики, используемые при планировании, проведении и обработке результатов экспериментов. Уметь: – решать типовые вероятностные и статистические задачи; – выбирать вид вероятностной модели для

				решения практической задачи; – проводить практические расчеты по имеющимся экспериментальным данным с использованием статистических таблиц и компьютерной поддержки; – анализировать полученные результаты. Владеть: – терминологией теории вероятностей и математической статистики; – навыками расчета вероятностей событий и числовых характеристик распределений; – основными технологиями статистической обработки экспериментальных данных на основе теоретических положений классической теории вероятности.
ПК-3	Способен осваивать и использовать базовые научно-теоретические знания и практические умения по предмету в профессиональной деятельности	ПК-3.1	Демонстрирует знание основ общетеоретических и профильных дисциплин в объеме, необходимом для решения педагогических, методических и организационно-управленческих задач	Знать: – логическую структуру дисциплины; – основные понятия и аксиоматику теории вероятностей; – основные виды распределений случайных величин и их числовых характеристик; – теоретические основы математической статистики; – классические методы математической статистики, используемые при планировании, проведении и обработке результатов экспериментов.
		ПК-3.2	Применяет навыки комплексного анализа и систематизации базовых научно-теоретических знаний предметной области «Математика и информатика» для решения профессиональных задач (в соответствии с профилем и уровнем обучения)	Уметь: – решать типовые вероятностные и статистические задачи; – выбирать вид вероятностной модели для решения практической задачи; – проводить практические расчеты по имеющимся экспериментальным данным с использованием статистических таблиц и компьютерной поддержки; – анализировать полученные результаты. Владеть: – терминологией теории вероятностей и математической статистики; – навыками расчета вероятностей событий и числовых характеристик распределений; – основными технологиями статистической обработки экспериментальных данных на основе теоретических положений классической теории вероятности.

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 3/108.

Форма промежуточной аттестации *зачёт с оценкой*

13. Трудоемкость по видам учебной работы

ОФО

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам
			семестр №7
Контактная работа		68	68
в том числе:	лекции	34	34
	практические	34	34
Самостоятельная работа		40	40
Итого:		108	108

ЗФО

Вид учебной работы		Трудоемкость		
		Всего	По семестрам	
			семестр №7	семестр №8
Контактная работа		18	14	4
в том числе:	лекции	8	8	0
	практические	10	6	4
Самостоятельная работа		86	58	28
Промежуточная аттестация – зачет с оценкой		4	0	4
Итого:		108	72	36

13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лекции			
1.1	Предмет теории вероятностей	Массовые случайные явления. Статистические закономерности. История развития теории вероятностей. Эмпирическое определение вероятности. Относительная частота появления события, ее свойства. Статистическая устойчивость и статистическое определение вероятности	–
1.2	События и действия над ними.	Случайный эксперимент. Понятие события в теории вероятностей. Элементарное событие. Пространство элементарных событий, его неоднозначность. Классификация событий. Случайное, достоверное, невозможное события. Совместные и несовместные события. Полная группа событий. Действия над событиями и их свойства. Теоретико-множественная трактовка событий и действий над ними. Диаграммы Эйлера - Венна. Алгебра событий.	–
1.3	Вероятностное пространство случайного эксперимента.	Аксиоматическое определение вероятности. Свойства вероятности как следствия аксиом Колмогорова. Понятие вероятностного пространства случайного эксперимента. Дискретное и непрерывное вероятностные пространства. Классическое вероятностное пространство. Классическая вероятность. Подсчет	–

		числа возможных и благоприятных исходов по формулам комбинаторики. Правила умножения и сложения в комбинаторике. Формулы для подсчета числа размещений, перестановок, сочетаний в схемах выбора без повторений и с повторениями. Непрерывное вероятностное пространство. Геометрическая вероятность. Понятие о методе Монте-Карло.	
1.4	Вероятности сложных событий.	Определение условной вероятности. Вероятность произведения событий. Независимость событий. Попарная независимость и независимость в совокупности. Формула для подсчета полной вероятности. Априорные и апостериорные вероятности гипотез. Формула Байеса для подсчета апостериорной вероятности. Независимые испытания. Схема Бернулли. Вероятностное пространство схемы Бернулли. Формула Бернулли для числа успехов. Производящая функция в схеме Бернулли. Теорема Пуассона. Формула Пуассона, условия ее применимости. Простейший поток событий. Локальная теорема Муавра-Лапласа. Интегральная теорема Муавра-Лапласа. Функции Лапласа, их свойства. Вероятность заданного отклонения частости от вероятности.	–
1.5	Случайные величины. Законы распределения и числовые характеристики.	Понятие случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Понятие о законе распределения. Условие нормировки распределения. Ряд распределения дискретной случайной величины. Многоугольник распределения. Сумма, разность и произведение двух дискретных случайных величин. Функция распределения, ее свойства. Функция распределения дискретной случайной величины. Непрерывная случайная величина. Функция распределения непрерывной случайной величины. Плотность распределения и ее свойства. Элемент вероятности. Характеристики положения и рассеяния. Математическое ожидание и его свойства. Дисперсия и среднее квадратичное отклонение, их свойства. Стандартная случайная величина. Мода и медиана. Начальные и центральные моменты. Коэффициенты асимметрии и эксцесса. Квантили. Вычисление параметров распределений дискретной случайной величины с помощью производящей функции.	–
1.6	Основные виды распределений. Нормальное распределение.	Биномиальное распределение, распределение Пуассона для дискретных случайных величин. Равномерное и показательное распределения непрерывных случайных величин. Плотность нормального распределения. Функция распределения стандартной нормальной случайной величины. Вероятность попадания значения нормально распределенной случайной величины в заданный интервал. «Правило 3σ».	–
1.7	Системы случайных величин. Двумерная случайная величина.	Законы распределения двумерной случайной величины (дискретной и непрерывной). Числовые характеристики двумерной случайной величины. Математическое ожидание, дисперсия, ковариация, коэффициент корреляции.	–
1.8	Предельные теоремы теории вероятностей.	Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Неравенство Маркова. Теорема Чебышева.	–

		Сходимость по вероятности. Теорема Бернулли. Центральная предельная теорема.	
1.9	Выборочный метод. Распределение и характеристики выборки.	Предмет и задачи математической статистики. Сущность выборочного метода. Генеральная и выборочная совокупности. Статистическое распределение выборки и его виды. Вариационный ряд. Статистический ряд и его графическое изображение. Интервальный статистический ряд. Гистограмма статистического распределения выборки. Эмпирическая функция распределения. Числовые характеристики выборки: выборочные среднее, дисперсия, среднеквадратичное отклонение, исправленные дисперсия и среднеквадратичное отклонение.	–
1.10	Статистическое оценивание.	Понятие оценки вероятностных характеристик. Основные требования к оценкам. Оценивание законов распределения случайных величин. Точечное оценивание числовых характеристик генеральной совокупности Интервальное оценивание. Понятие доверительной вероятности и доверительного интервала. Распределения Пирсона, Стьюдента, Фишера. Оценивание вероятности наступления события. Доверительные интервалы для математического ожидания в случаях выборок большого и малого объемов. Доверительные интервалы для среднеквадратичного отклонения.	–
1.11	Проверка статистических гипотез.	Сущность проверки статистических гипотез. Общий подход к решению задачи проверки гипотез. Выдвижение гипотезы. Показатель согласованности. Статистический критерий. Критическая область и область принятия гипотезы. Уровень значимости и мощность критерия. Ошибки первого и второго рода. Методы проверки гипотез о законах распределения (критерии А.Н. Колмогорова, Н.В. Смирнова, критерий согласия К. Пирсона). Проверка гипотез о параметрах законов распределения.	–
1.12	Статистические методы обработки экспериментальных данных.	Дисперсионный анализ. Корреляционный анализ. Коэффициент корреляции. Корреляционная матрица. Регрессионный анализ. Линейный регрессионный анализ. Множественная линейная регрессия. Уравнения регрессии, коэффициенты регрессии.	–
1.13	Случайные процессы.	Понятие случайного процесса. Классификация случайных процессов. Цепи Маркова. Марковский процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем. Пуассоновский процесс. Процесс «гибели и размножения».	–
2. Практические занятия			
2.1	События и действия над ними.	Теоретико-множественная трактовка событий и действий над ними. Диаграммы Эйлера - Венна.	–
2.2	Вероятностное пространство случайного эксперимента.	Классическая вероятность. Подсчет числа возможных и благоприятных исходов по формулам комбинаторики. Правила умножения и сложения в комбинаторике. Формулы для подсчета числа размещений, перестановок, сочетаний в схемах выбора без повторений и с повторениями. Геометрическая вероятность.	–
2.3	Вероятности сложных событий.	Формула для подсчета полной вероятности. Априорные и апостериорные вероятности гипотез. Формула Байеса для подсчета апостериорной вероятности. Независимые испытания. Схема Бернулли.	–

		Вероятностное пространство схемы Бернулли. Формула Бернулли для числа успехов. Производящая функция в схеме Бернулли. Теорема Пуассона. Формула Пуассона, условия ее применимости. Локальная теорема Муавра-Лапласа. Интегральная теорема Муавра-Лапласа. Вероятность заданного отклонения частости от вероятности.	
2.4	Случайные величины. Законы распределения и числовые характеристики.	Ряд распределения дискретной случайной величины. Многоугольник распределения. Функция распределения дискретной случайной величины. Функция распределения непрерывной случайной величины. Плотность распределения и ее свойства. Характеристики положения и рассеяния. Математическое ожидание и его свойства. Дисперсия и среднее квадратичное отклонение, их свойства. Мода и медиана. Начальные и центральные моменты. Коэффициенты асимметрии и эксцесса. Квантили. Вычисление параметров распределений дискретной случайной величины с помощью производящей функции.	–
2.5	Основные виды распределений. Нормальное распределение.	Вероятность попадания значения нормально распределенной случайной величины в заданный интервал. «Правило 3σ».	–
2.6	Системы случайных величин. Двумерная случайная величина.	Числовые характеристики двумерной случайной величины. Математическое ожидание, дисперсия, ковариация, коэффициент корреляции.	–
2.7	Предельные теоремы теории вероятностей.	Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Неравенство Маркова. Теорема Чебышева. Сходимость по вероятности. Теорема Бернулли. Центральная предельная теорема.	–
2.8	Выборочный метод. Распределение и характеристики выборки.	Вариационный ряд. Статистический ряд и его графическое изображение. Интервальный статистический ряд. Гистограмма статистического распределения выборки. Эмпирическая функция распределения. Числовые характеристики выборки: выборочные среднее, дисперсия, среднеквадратичное отклонение, исправленные дисперсия и среднеквадратичное отклонение.	–
2.9	Статистическое оценивание.	Интервальное оценивание. Понятие доверительной вероятности и доверительного интервала. Распределения Пирсона, Стьюдента, Фишера. Оценивание вероятности наступления события. Доверительные интервалы для математического ожидания в случаях выборок большого и малого объемов. Доверительные интервалы для среднеквадратичного отклонения.	–
2.10	Проверка статистических гипотез.	Методы проверки гипотез о законах распределения (критерии А.Н. Колмогорова, Н.В. Смирнова, критерий согласия К. Пирсона). Проверка гипотез о параметрах законов распределения.	–
2.11	Статистические методы обработки экспериментальных данных.	Дисперсионный анализ. Корреляционный анализ. Коэффициент корреляции. Корреляционная матрица. Регрессионный анализ. Линейный регрессионный анализ. Множественная линейная регрессия. Уравнения регрессии, коэффициенты регрессии.	–
2.12	Случайные процессы.	Цепи Маркова. Марковский процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем. Пуассоновский процесс.	–

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий (очная форма обучения)

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Самостоятельная работа	Всего
1	Предмет теории вероятностей	2	0	0	2	4
2	События и действия над ними.	2	2	0	2	6
3	Вероятностное пространство случайного эксперимента.	4	4	0	4	12
4	Вероятности сложных событий.	2	2	0	4	8
5	Случайные величины. Законы распределения и числовые характеристики.	2	4	0	4	10
6	Основные виды распределений. Нормальное распределение.	4	4	0	4	12
7	Системы случайных величин. Двумерная случайная величина.	4	4	0	4	12
8	Предельные теоремы теории вероятностей.	2	2	0	2	6
9	Выборочный метод. Распределение и характеристики выборки.	4	4	0	4	12
10	Статистическое оценивание.	2	2	0	4	8
11	Проверка статистических гипотез.	2	2	0	2	6
12	Статистические методы обработки экспериментальных данных.	2	2	0	2	6
13	Случайные процессы.	2	2	0	2	6
	Итого:	34	34	0	40	108

Темы (разделы) дисциплины и виды занятий (заочная форма обучения)

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Самостоятельная работа	Всего
7 семестр						
1	Предмет теории вероятностей	0,5			6	6,5
2	События и действия над ними.	0,5	1		6	7,5
3	Вероятностное пространство случайного эксперимента.	1	0,5		8	9,5
4	Вероятности сложных событий.	1	0,5		8	9,5
5	Случайные величины. Законы распределения и числовые характеристики.	1	0,5		6	7,5
6	Основные виды распределений. Нормальное распределение.	1	1		6	8
7	Системы случайных величин. Двумерная случайная величина.	1	1		6	8
8	Предельные теоремы теории вероятностей.	1	0,5		6	7,5
9	Выборочный метод. Распределение и характеристики выборки.	1	1		6	8

	Всего в 7 семестре:	8	6	0	58	72
8 семестр						
10	Статистическое оценивание.	0	1	0	8	9
11	Проверка статистических гипотез.	0	1	0	6	7
12	Статистические методы обработки экспериментальных данных.	0	1	0	8	9
13	Случайные процессы.	0	1	0	6	7
	Зачет с оценкой					4
	Всего в 8 семестре:	0	4	0	28	36
	Итого:	10	0	18	107	144

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Приступая к изучению учебной дисциплины, целесообразно ознакомиться с учебной программой дисциплины, электронный вариант которой размещён на сайте БФ ВГУ.

Знание основных положений, отраженных в рабочей программе дисциплины, поможет обучающимся ориентироваться в изучаемом курсе, осознавать место и роль изучаемой дисциплины в подготовке будущего выпускника, строить свою работу в соответствии с требованиями, заложенными в программе.

Основными формами контактной работы по дисциплине являются лекции и практические занятия, посещение которых обязательно для всех студентов (кроме студентов, обучающихся по индивидуальному плану).

В ходе лекционных занятий следует не только слушать излагаемый материал и кратко его конспектировать, но очень важно участвовать в анализе примеров, предлагаемых преподавателем, в рассмотрении и решении проблемных вопросов, выносимых на обсуждение. Необходимо критически осмысливать предлагаемый материал, задавать вопросы как уточняющего характера, помогающие уяснить отдельные излагаемые положения, так и вопросы продуктивного типа, направленные на расширение и углубление сведений по изучаемой теме, на выявление недостаточно освещенных вопросов, слабых мест в аргументации и т.п.

Подготовка к практическим занятиям ведется на основе планов практических занятий, которые размещены на сайте филиала. В ходе подготовки к практическим занятиям необходимо изучить в соответствии с вопросами для повторения конспекты лекций, основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой. Кроме того, следует повторить материал лекций, ответить на контрольные вопросы, изучить образцы решения задач, выполнить упражнения (если такие предусмотрены).

При подготовке к промежуточной аттестации необходимо повторить пройденный материал в соответствии с учебной программой, примерным перечнем вопросов, выносящихся на зачет с оценкой. Рекомендуется использовать конспекты лекций и источники, перечисленные в списке литературы в рабочей программе дисциплины, а также ресурсы электронно-библиотечных систем.

Для достижения планируемых результатов обучения используются интерактивные лекции, групповые дискуссии, анализ имитационных моделей.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Кочетков, Е.С. Теория вероятностей в задачах и упражнениях: учеб. пос./ Е.С. Кочетков, С.О. Смерчинская - М.: Форум, 2008
2	Письменный, Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам.- 3-е изд./ Д.Т. Письменный.- М.: Айрис-Пресс, 2008.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3	Афанасьев, В.В. Теория вероятностей: учеб. пос. для вузов/ В.В. Афанасьев. – М.:

	Владос, 2007.
4	Калинина, В.Н. Теория вероятностей и математическая статистика: Компьютерно-ориентированный курс: учеб. пос. для вузов / В.Н.Калинина.- М.: Дрофа, 2008.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*:

№ п/п	Ресурс
5	Константинова, Л.И. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / Л.И. Константинова. - Томск: Изд-во Национального исследовательского Томского политехнического университета, 2010 http://window.edu.ru/resource/137/75137 (14.04.2022)
6	Попов, В.А. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике / В.А.Попов, М.Х. Бренерман. - Казань: Издательство КГУ, 2008. http://window.edu.ru/resource/331/78331 (14.04.2022)

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Гутова, С.Г. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / С.Г. Гутова, О.А. Алтемерова ; Министерство образования и науки РФ, Кемеровский государственный университет. - Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2016. - 216 с. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-8353-1914-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=481538 (14.04.2022)
2	Кибзун, А.И. Теория вероятностей и математическая статистика: Базовый курс с примерами и задачами : учебное пособие / А.И. Кибзун, Е.Р. Горяинова, А.В. Наумов ; ред. А.И. Кибзун. - 3-е изд., перераб. и доп. - Москва : Физматлит, 2007. - 232 с. - ISBN 978-5-9221-0836-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69320 (14.04.2022)

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

При реализации дисциплины используются вводная лекция, обзорная лекция по разделу «Основные виды распределений. Нормальное распределение»; практические работы.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Программное обеспечение:

–Win10, OfficeProPlus 2010
–браузеры: Yandex, Google, Opera, Mozilla Firefox, Explorer
–STDU Viewer version 1.6.2.0
–7-Zip

Мультимедийное оборудование (проектор, ноутбук или стационарный компьютер, экран), компьютерный класс (компьютеры, объединенные в сеть с выходом в Интернет и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ВГУ и БФ).

19. Оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Предмет теории вероятностей	ОПК-8 ПК-3	ОПК-8.4 ПКВо-3.1	Глоссарий
2.	События и действия над ними.	ОПК-8 ПК-3	ОПК-8.4 ПК-3.1 ПК-3.2	Индивидуальное домашнее задание №1, реферат
3.	Вероятностное пространство	ОПК-8 ПК-3	ОПК-8.4 ПК-3.1	Индивидуальное домашнее задание №2–4, контрольная работа, глоссарий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
	случайного эксперимента.		ПК-3.2	
4.	Вероятности сложных событий.	ОПК-8 ПК-3	ОПК-8.4 ПК-3.1 ПК-3.2	Индивидуальное домашнее задание №5–7, контрольная работа
5.	Случайные величины. Законы распределения и числовые характеристики.	ОПК-8 ПК-3	ОПК-8.4 ПК-3.1 ПК-3.2	Индивидуальное домашнее задание №8, контрольная работа, тест
6.	Основные виды распределений. Нормальное распределение.	ОПК-8 ПК-3	ОПК-8.4 ПК-3.1 ПК-3.2	Индивидуальное домашнее задание №9, контрольная работа
7.	Системы случайных величин. Двумерная случайная величина.	ОПК-8 ПК-3	ОПК-8.4 ПК-3.1 ПК-3.2	Индивидуальное домашнее задание №10, контрольная работа
8.	Предельные теоремы теории вероятностей.	ОПК-8 ПК-3	ОПК-8.4 ПК-3.1 ПК-3.2	Реферат, глоссарий
9.	Выборочный метод. Распределение и характеристики выборки.	ОПК-8 ПК-3	ОПК-8.4 ПК-3.1 ПК-3.2	Индивидуальное домашнее задание №11, реферат, глоссарий
10.	Статистическое оценивание.	ОПК-8 ПК-3	ОПК-8.4 ПК-3.1 ПК-3.2	Индивидуальное домашнее задание №12, реферат, глоссарий
11.	Проверка статистических гипотез.	ОПК-8 ПК-3	ОПК-8.4 ПК-3.1 ПК-3.2	Индивидуальное домашнее задание №13, реферат, глоссарий
12.	Статистические методы обработки экспериментальных данных.	ОПК-8 ПК-3	ОПК-8.4 ПК-3.1 ПК-3.2	Индивидуальное домашнее задание №14, реферат, глоссарий
13.	Случайные процессы.	ОПК-8 ПК-3	ОПК-8.4 ПК-3.1 ПК-3.2	Реферат, глоссарий
Промежуточная аттестация форма контроля – зачёт				Перечень вопросов к зачёту Тестовые задания

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Перечень практических занятий

1. Определить вероятность выпадения четного числа очков при бросании игральной кости.
2. Двое условились встретиться в определенном месте, договорившись о том, что каждый явится туда в любой момент времени между 11 и 12 часами и ждет в течение 20 минут. Если партнер к этому времени еще не пришел или успел покинуть условленное место, встреча не состоится. Найти вероятность того, что встреча состоится.
3. В ящике 300 деталей. Известно, что 150 из них 1-го сорта, 120 – 2-го, а остальные – 3-го сорта. Сколько способов существует извлечения из ящика одной детали 1-го или 2-го сорта.
4. В шахматном турнире участвуют 16 человек. Сколько партий должно быть сыграно в турнире, если между двумя участниками должна быть сыграна одна партия?

5. Вероятность выхода прибора из строя при эксплуатации сроком до одного года равна 0,13, а при эксплуатации сроком до 3 лет – 0,36. Найти вероятность выхода прибора из строя при эксплуатации от 1 года до 3 лет.
6. Работа электронного устройства прекратилась вследствие выхода из строя одного из пяти унифицированных блоков. Производится последовательная замена каждого блока новым до тех пор, пока устройство не начнет работать. Какова вероятность того, что придется заменить 2 блока?
7. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,8, для второго – 0,7, для третьего 0,9. Каждый из стрелков делает по одному выстрелу. Какова вероятность того, что в мишени 3 пробоины?
8. В магазин поступили телевизоры от трех поставщиков в отношении 1:4:5. Практика показала, что телевизоры, поступающие от 1-го, 2-го и 3-го поставщиков, не потребуют ремонта в течении гарантийного срока соответственно в 98, 88 и 92% случаев. Найти вероятность того, что поступивший в магазин телевизор не потребует ремонта в течении гарантийного срока. Проданный телевизор потребовал ремонта в течении гарантийного срока. От какого поставщика вероятнее всего поступил этот телевизор?
9. Вероятность изготовления на автоматическом станке стандартной детали равна 0,8. Найти вероятности возможного числа появления бракованных деталей среди 5 отобранных.
10. На факультете насчитывается 1825 студентов. Какова вероятность того, что 1 сентября является днем рождения одновременно 4 студентов факультета?
11. В некоторой местности из каждых 100 семей 80 имеют холодильники. Найти вероятность того, что из 400 семей 300 имеют холодильники.
12. В некоторой местности из каждых 100 семей 80 имеют холодильники. Найти вероятность того, что от 280 до 360 семей из 400 семей имеют холодильники.
13. В 1-й урне содержится 6 белых и 4 черных шара, а во 2-й – 3 белых и 7 черных шаров. Из 1-й урны берут на удачу 2 шара и перекладывают во вторую урну, а затем из 2-й урны берут на удачу один шар и перекладывают в 1-ю урну. Составить законы распределения белых шаров в 1-й и 2-урнах.
14. Дан ряд распределения случайной величины.

X	2	4
p	p_1	p_2

Найти функцию распределения этой случайной величины, если ее математическое ожидание равно 3,4, а дисперсия равна 0,84.
15. Полагая, что рост мужчины определенной возрастной группы есть нормально распределенная случайная величина X с параметрами a=173 и DX=36, найти а) выражение плотности вероятности и функции распределения случайной величины X; б) доли костюмов 4-го роста (176 – 182 см) и 3-го роста (170 – 176 см), которые нужно предусмотреть в общем объеме производства для данной возрастной группы; в) квантиль $x_{0,7}$. Сформулируйте «правило трех сигм» для случайной величины X.
16. Закон распределения двумерной дискретной случайной величины задан в таблице

X \ Y	0	1	2	3
-1	0,02	0,03	0,09	0,01
0	0,04	0,20	0,16	0,10
1	0,05	0,10	0,15	0,05

1) найти частные законы распределения для *X* и *У*;
2) *вычислить M(X),* $\sigma(X)$*, M(У) и* $\sigma(Y)$*;*
3) вычислить коэффициент корреляции $r(X,Y)$;
4) найти линейную среднеквадратическую регрессию: а) случайной величины *Y* на случайную величину *X*, б) случайной величины X на случайную величину *Y*;
5) найти условные законы распределения: а) для *X* при каждом значении *Y*, б) для *Y* при каждом значении *X*.

17. Для определения средней продолжительности горения электроламп в партии из 200 одинаковых ящиков было взято на выборку по одной лампе из каждого ящика. Оценить вероятность того, что средняя продолжительность горения отобранных 200 электроламп отличается от средней продолжительности горения ламп во всей партии не более чем на 5 ч (по

абсолютной величине), если известно, что среднее квадратическое отклонение продолжительности горения ламп в каждом ящике меньше 7ч.

18. Для контроля срока службы электроламп из большой партии было отобрано 17 электроламп. В результате исследований оказалось, что средний срок службы отобранных ламп равен 980 ч, а среднее квадратическое отклонение равно их срока службы – 18 ч. Необходимо определить: а) вероятность того, что средний срок службы ламп во всей партии отличается от среднего срока службы отобранных для испытаний ламп не более чем на 8 ч (по абсолютной величине); б) границы, в которых с вероятностью 0,95 заключен средний срок службы ламп во всей партии.

Примерный вариант тестовых заданий

Тема: Дискретная случайная величина

1. Дискретная случайная величина X задана законом распределения

X	-4	6	10
p	0.2	p(X=6)	0.15

Неизвестная вероятность p(X=6) равна

1) 0.35;
2) 0.65;
3) 1,0.

2. Дана функция распределения непрерывной случайной величины X:

$$F(x)=\begin{cases}0 \; при \; x \le 0,\\ \sin x \; при \; 0 \le x \le \pi/2,\\ 1 \; при \; x > \pi/2.\end{cases}$$

Вероятность того, что X примет значение из интервала $(0,\pi/6)$, равна

1) 0.5;
2) 1.0;
3) 0.2

3. Непрерывная случайная величина имеет следующую интегральную функцию распределения:

$$F(x)=\begin{cases}0 \; при \; x \le 0,\\ x^3 \; при \; 0 \le x \le 1,\\ 1 \; при \; x > 1.\end{cases}$$

Вероятность того, что X примет значение из интервала $(-1;0.5)$, равна

1) 0.25;
2) 0.75;
3) 0.5.

4. Функция распределения представляет собой закон распределения

1) только непрерывной случайной величины;
2) только дискретной случайной величины;
3) как непрерывной, так и дискретной случайной величины.

5. Плотность вероятности представляет собой закон распределения

4) только непрерывной случайной величины;
5) только дискретной случайной величины;
6) как непрерывной, так и дискретной случайной величины.

6. Дана плотность вероятности $f(x)$. Для определения вида функции распределения случайной величины X используют формулу

1) $\int_a^b f(x)dx$; 2) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx$; 3) $\int_{-\infty}^{x} f(x)dx$.

7. Дана плотность вероятности $f(x)$. Для определения вероятности попадания случайной величины X в интервал (a,b) используют формулу

1) $\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$; 2) $\int_a^b f(x)dx$; 3) $\int_{-\infty}^{b} f(x)dx$.

8. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины, распределенной равномерно на отрезке [1,3] равны
1) 2; 1/6;
2) 1,5; 1/3
3) 2; 1/3
9. Случайная величина распределена равномерно на отрезке [0,5]. P_1 - вероятность того, что значение случайной величины попадет на отрезок [0,1]. P_2 - вероятность того, что значение случайной величины окажется на отрезке [3,4]. Тогда можно утверждать, что
1) $P_2 = 3P_1$;
2) $P_1 > P_2$;
3) $P_1 = P_2$.
10. Случайная величина X имеет нормальное распределение N(2,2). Вероятность P(-4<X<8) равна
1) 1;
2) 0,9973;
3) 0,9544.

Критерии оценки:
Оценка **«отлично»** выставляется, если студент верно выполнил все задания теста.
Оценка **«хорошо»** – если верно выполнены 7-9 заданий.
Оценка **«удовлетворительно»** – если выполнено 5-6 заданий.
Оценка **«неудовлетворительно»** – если выполнено менее 5 заданий

Темы рефератов

1. История развития теории вероятностей
2. Вклад Б. Паскаля в развитие теории вероятностей.
3. Вклад П.-С.Лапласа в развитие теории вероятностей.
4. Вклад российских математиков в развитие теории вероятностей.
5. Аксиоматическое построение теории вероятностей.
6. Геометрическая вероятность.
7. Области применения метода Монте-Карло.
8. Практические применения основных распределений случайных величин
9. Функции случайных величин и их числовые характеристики
10. Применение теорем о числовых характеристиках функций случайных величин к решению практических задач
11. Двумерное нормальное распределение
12. Многомерное нормальное распределение
13. Метод характеристических функций
14. Закон больших чисел
15. Центральная предельная теорема
16. Методы получения точечных оценок параметров генеральной совокупности
17. Оценка надежности результатов педагогического эксперимента
18. Методы математической обработки данных в социально-психологических исследованиях
19. Модели теории массового обслуживания
20. Экономические приложения теории случайных процессов
21. Математические пакеты программ для статистических расчетов.

Критерии оценки

оценка **«отлично»** выставляется, если студент самостоятельно написал реферат, изучил несколько источников и сделал на них ссылки, умеет структурировать материал, последовательно и грамотно его изложить, привести примеры, сделать необходимые обобщения и выводы;

оценка **«хорошо»** ставится, если: реферат удовлетворяет в основном сформулированным выше требованиям, но при этом имеет один из недостатков: в изложении: допущены небольшие пробелы, не исказившие содержания реферата; допущены один–два недочета при освещении основного содержания темы, исправленные по замечанию

преподавателя; допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов, которые легко исправляются по замечанию преподавателя;

оценка **«удовлетворительно»** ставится, если тема реферата не раскрыта полностью, нет должной логичности и последовательности в изложении материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала; имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, исправленные после замечаний преподавателя;

оценка **«неудовлетворительно»** ставится, если: не раскрыто основное содержание учебного материала; обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части материала; допущены ошибки при использовании терминологии, не исправленные после нескольких замечаний преподавателя; нарушена логика в изложении материала, нет необходимых обобщений и выводов; недостаточно сформированы навыки письменной речи; реферат является плагиатом более чем на 90%.

Перечень понятий для глоссария

1. Математическая статистика
2. Генеральная совокупность
3. Выборка
4. Объём выборки
5. Репрезентативная выборка
6. Повторная (бесповторная) выборка
7. Способы отбора объектов из генеральной совокупности
8. Ранжирование данных
9. Вариационный ряд
10. Статистическое распределение выборки
11. Интервальный статистический ряд
12. Эмпирическая функция распределения
13. Полигон частот
14. Гистограмма распределения случайной величины
15. Выборочная средняя
16. Выборочная дисперсия
17. Выборочное среднее квадратическое отклонение
18. Исправленная выборочная дисперсия
19. Исправленное среднее квадратическое отклонение
20. Вариационный размах
21. Коэффициент вариации
22. Мода
23. Медиана
24. Квантиль
25. Квартиль
26. Статистическая оценка
27. Несмещенная статистическая оценка
28. Состоятельная статистическая оценка
29. Эффективная статистическая оценка
30. Точечная статистическая оценка
31. Доверительный интервал
32. Доверительная вероятность
33. Статистическая гипотеза
34. Нулевая (альтернативная) гипотеза
35. Простая (сложная) гипотеза
36. Статистический критерий
37. Параметрические (непараметрические) критерии
38. Ошибка первого (второго) рода
39. Уровень значимости критерия
40. Мощность критерия

Критерии оценки

Оценка **«отлично»** выставляется, если приведены точные определения всех понятий глоссария, сделаны ссылки на используемые источники.
Оценка **«хорошо»** выставляется, если приведены определения всех понятий глоссария, однако в отдельных определениях (до 20%) имеются неточности и (или) не сделаны ссылки на используемые источники.
Оценка **«удовлетворительно»** выставляется, если приведены определения всех понятий, но в (20-40)% из них есть ошибки и неточности, отсутствуют ссылки.
Оценка **«неудовлетворительно»** выставляется, если приведены не все определения, а в более чем 40% приведенных определений присутствуют ошибки и недочеты.

Контрольная работа

Образец варианта контрольной работы
1. Сколькими способами можно выбрать из слова «алгоритм» три согласных и две гласных буквы?
2. В каждом из независимых испытаний событие *А* появляется с вероятностью *0,2*. Определить вероятности того, что
1) в 7 испытаниях событие *А* появится *4* раз;
2) в *250* испытаниях событие *А* появится *100* раз;
3) в 7 испытаниях событие *А* появится не менее *2* раз и не более 5 раз;
4) в 250 испытаниях событие *А* появится не менее *100* раз и не более *150* раз;
5) найти наиболее вероятное число появлений события *А* в *250* испытаниях.
3. В магазин поступают изделия трех хлебозаводов, которые выпускают соответственно объема продукции. В продукции хлебозаводов брак составляет соответственно. Продавец наугад берет один батон и продает покупателю. Найти вероятность того, что покупатель будет доволен качеством изделия. У покупателя возникли претензии к качеству товара. На каком хлебозаводе, вероятнее всего, он изготовлен?

Дана пара дискретных случайных величин (Х,У), принимающая значения (x_j, y_i) с вероятностями $p_{ji}, j = 1,2,3; i = 1,2$:

Y \ X	0	7	17
9	0.34	0.12	0.21
10	0.07	0.22	0.04

1) найти частные законы распределения для *X* и *У*;
2) *вычислить М(Х),* $\sigma(X)$*, М(У) и* $\sigma(Y)$*;*
3) вычислить коэффициент корреляции $r(X,Y)$;

Описание технологии проведения контрольной работы

Контрольная работа проводятся в письменном виде по вариантам после изучения соответствующего теоретического материала.

Критерии оценки

Оценка **«отлично»** выставляется, если все задания выполнены верно, представлены все шаги решения.
Оценка **«хорошо»** выставляется, если представлены все шаги решения, но имеют место незначительные недочеты в вычислениях.
Оценка **«удовлетворительно»** выставляется, если не решено одно из заданий, или представлено неполное решение одного из заданий контрольной работы при наличии грубых вычислительных ошибок в нем.
Оценка **«неудовлетворительно»** выставляется, если не решено более одного задания, или имеются логические пробелы в решениях более одного задания при наличии грубых вычислительных ошибок.

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Собеседование по вопросам к зачету.

Перечень вопросов к зачёту с оценкой:

1. История развития теории вероятностей.
2. Пространство элементарных событий. Классификация событий в теории вероятностей.
3. Действия над событиями. Алгебра событий. Теоретико-множественная трактовка.
4. Статистическое определение вероятности.
5. Классическое определение вероятности.
6. Комбинаторика. Общие правила комбинаторики.
7. Схема выбора без повторений. Формулы для подсчета числа размещений, перестановок, сочетаний.
8. Схема выбора с повторениями. Формулы для подсчета числа размещений, перестановок, сочетаний.
9. Геометрическое определение вероятности.
10. Понятие о методе Монте-Карло.
11. Аксиоматическое определение вероятности. Свойства вероятности как следствия аксиом Колмогорова.
12. Условные вероятности.
13. Теорема умножения вероятностей. Независимость событий.
14. Вероятность суммы событий.
15. Полная вероятность. Формула Байеса.
16. Независимые испытания. Схема Бернулли. Формула Бернулли.
17. Теорема Пуассона. Формула Пуассона.
18. Локальная теорема Муавра-Лапласа.
19. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
20. Понятие случайной величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Многоугольник распределения.
21. Функция распределения, ее свойства. Функция распределения дискретной случайной величины.
22. Плотность распределения, ее свойства.
23. Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание и его свойства.
24. Дисперсия и среднее квадратичное отклонение. Мода и медиана.
25. Моменты, коэффициенты асимметрии и эксцесса.
26. Квантили.
27. Вычисление параметров распределений дискретной случайной величины с помощью производящей функции.
28. Основные законы распределения случайных величин. Биномиальное распределение.
29. Распределение Пуассона.
30. Равномерное распределение непрерывной случайной величины.
31. Показательный закон распределения.
32. Нормальное распределение. Вероятность попадания значения нормально распределенной случайной величины в заданный интервал. «Правило 3σ».
33. Предельные теоремы теории вероятностей. Неравенство Чебышева. Неравенство Маркова.
34. Теорема Чебышева. Сходимость по вероятности.
35. Теорема Бернулли.
36. Центральная предельная теорема.
37. Системы случайных величин. Двумерная случайная величина, законы ее распределения.
38. Числовые характеристики двумерной случайной величины. Математическое ожидание, дисперсия, ковариация, коэффициент корреляции.
39. Задачи и методы математической статистики.
40. Генеральная и выборочная совокупности. Вариационный ряд. Статистический ряд и его графическое изображение.
41. Интервальный статистический ряд. Формула Стерджеса. Гистограмма статистического распределения выборки.
42. Кумулята.

43. Числовые характеристики статистического распределения. Выборочное среднее, выборочная дисперсия и исправленная дисперсия как статистические оценки числовых характеристик генеральной совокупности.
44. Интервальные оценки параметров статистического распределения.
45. Проверка статистических гипотез.
46. Понятие о критериях согласия.
47. Элементы корреляционного анализа.
48. Представление о теории случайных процессов

Собеседование проводится в устной форме по вопросам, перечень которых предоставляется студентам в начале изучения дисциплины. В случае, если студент выполнил с оценкой «отлично» все виды заданий текущей аттестации, он может быть освобождён от собеседования по вопросам и получит промежуточную аттестацию с оценкой «отлично» по результатам текущей работы.

Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом теории вероятностей и математической статистики, способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, сведениями о современном состоянии отрасли, имеет представление о классических методах теории вероятностей и математической статистики, эффективно применяет теоретические знания при решении задач по теории вероятностей и математической статистике.	*Повышенный уровень*	*Отлично*
Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом теории вероятностей и математической статистики, способен иллюстрировать ответ примерами, имеет представление о классических методах теории вероятностей и математической статистики, допускает ошибки при решении задач по теории вероятностей и математической статистике.	*Базовый уровень*	*Хорошо*
Обучающийся владеет частично понятийным аппаратом теории вероятностей и математической статистики, фрагментарно способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, испытывает затруднения в применении теоретических знаний при решении задач.	*Пороговый уровень*	*Удовлетвори-тельно*
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует приведенным выше критериям. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки.	–	*Неудовлетвори-тельно*

По решению преподавателя студентам могут даваться другие или дополнительные зачетные задания, а также проводиться тестирование.

Полностью база тестовых заданий для проверки сформированности компетенций, а также критерии оценки представлены в Приложении 10 «Фонд оценочных средств» к описанию основной образовательной программы 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профили Математика. Информатика и информационные технологии в образовании, размещенном на сайте БФ ВГУ https://bsk.vsu.ru/sveden/education.

Примерные тестовые задания

Задания закрытого типа

Если событие обязательно наступит в результате опыта, то оно называется …
1. случайным
2. достоверным
3. невозможным
4. элементарным

Ответ: 2 (1 балл)

Если событие заведомо не произойдет в результате опыта, то оно называется …
1. случайным
2. достоверным
3. невозможным
4. элементарным
Ответ: 3 (1 балл)

Задания открытого типа

За контрольную работу по математике 11 учеников получили пятерки, 14 учеников получили четверки, 5 учеников получили тройки, двоек не было. Определите математическое ожидание оценки в классе. Ответ округлите до десятых.
Ответ: 4,2 (2 балла)

За контрольную работу по информатике 4 ученика получили пятерки, 13 учеников получили четверки, 7 учеников получили тройки и 1 – двойку. Определите математическое ожидание оценки в классе. Ответ округлите до десятых.
Ответ: 3,8 (2 балла)