

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
прикладной математики,
информатики, физики и
методики их преподавания



Е.А. Позднова
04.02.2016г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль подготовки: Информатика и информационные технологии в образовании

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

**Паспорт
фонда оценочных средств
по учебной дисциплине
ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ
И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ**

1. В результате изучения Исследования операций обучающийся должен:

1.1. Знать:

- проблемы вычислительной математики и её основные разделы,
- базовые определения и понятия вычислительной математики,
- основы теории погрешностей,
- постановки задач интерполирования, численного дифференцирования, численного интегрирования функций и дифференциальных уравнений, решения нелинейных уравнений, решения СЛАУ, обработки экспериментальных данных, оптимизации функций,
- численные методы решения математических задач,
- базовые определения и понятия исследования операций,
- основы теории линейного программирования,
- основы теории нелинейного программирования,
- основы теории динамического программирования,
- основы теории игр,
- основные понятия теории систем массового обслуживания.

1.2. Уметь:

- применять теорию погрешностей для оценки результатов расчётов,
- решать вручную простейшие задачи с помощью численных методов,
- применять для решения стандартных задач компьютерные программные средства,
- решать типовые задачи исследования операций и давать рекомендации на основе полученных результатов.

1.3. Владеть:

- методикой построения и анализа математических моделей,
- методикой интерпретации результатов анализа математических моделей.

2. Программа оценивания контролируемой компетенции

Текущая аттестация	Контролируемые модули, разделы, (темы) дисциплины, их наименование	Код контролируемой компетенции (или её части)	Наименование оценочного средства
Модуль «Численные методы»			
1	Раздел 1. Базовые определения и понятия вычислительной математики	ОК-3, ПК-4	
2	Раздел 2. Численное интерполирование	ОК-3, ПК-4	
3	Раздел 3. Численное интегрирование	ОК-3, ПК-4	
4	Раздел 4. Численное интегрирование дифференциальных уравнений	ОК-3, ПК-4	
5	Раздел 5. Численное дифференцирование	ОК-3, ПК-4	
6	Раздел 6. Численное решение нелинейных уравнений	ОК-3, ПК-4	
7	Раздел 7. Численное решение СЛАУ	ОК-3, ПК-4	
Промежуточная аттестация		ОК-3, ПК-4	Тест 1. Контрольная работа
Модуль «Исследование операций»			
1	Раздел 1. Исследование операций как наука. Базовые понятия и определения. Примеры моделей операций	ОК-3, ПК-4	
2	Раздел 2. Линейное программирование	ОК-3, ПК-4	Контрольная работа 1
3	Раздел 3. Нелинейное программирование	ОК-3, ПК-4	Контрольная работа 2
4	Раздел 4. Многокритериальная оптимизация	ОК-3, ПК-4	
5	Раздел 5. Теория игр. Основные понятия и определения. Элементы теории матричных игр	ОК-3, ПК-4	
Итоговая аттестация – экзамен		ОК-3, ПК-4	Тест 2. Вопросы к экзамену

3. Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Вопросы к экзамену – см. Приложение 1.

Тесты – см. Приложение 2.

Контрольные работы – см. Приложение 3

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Форма контрольно-измерительного материала

УТВЕРЖДАЮ
заведующий кафедрой
прикладной математики, информатики, физики и
методики преподавания

подпись, расшифровка подписи

___.___.20__

Направление подготовки / специальность 44.03.01 Педагогическое образование
шифр, наименование

Дисциплина Исследование операций и численные методы

Форма обучения заочное
очное, очно-заочное, заочное

Вид контроля экзамен
экзамен, зачет;

Вид аттестации промежуточная
текущая, промежуточная

Контрольно-измерительный материал №__

1. _____

2. _____

.....

Преподаватель _____
подпись расшифровка подписи

Приложение 1

МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра прикладной математики,
информатики, физики и
методики преподавания

**Вопросы к экзамену по учебной дисциплине
Исследование операций и численные методы**

РАЗДЕЛ «ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ»

1. Вычислительная математика. Основные разделы вычислительной математики. Предмет, методы и задачи вычислительной математики. Численные методы как раздел вычислительной математики. Математическое моделирование и этапы решения задач на ЭВМ.
2. Методы решения математических задач. Основные группы методов: графические, качественные, аналитические, методы возмущений, численные.
3. Причины возникновения погрешностей. Классификация погрешностей и связь между ними.
4. Величина и число. Приближенные числа. Абсолютная и относительная погрешности. Границы погрешностей. Десятичная запись приближенных чисел. Цифры, верные в широком и узком смысле. Сомнительные цифры. Значение цифр. Формы записи приближенных значений числа. Округление чисел. Правило округления.
5. Постановка задачи интерполирования. Узлы интерполирования. Интерполирующая функция. Единственность решения задачи интерполирования.
6. Интерполяционные полиномы Лагранжа для произвольных и равноотстоящих узлов. Оценка погрешности.
7. Интерполяционные полиномы Ньютона для произвольных и равноотстоящих узлов. Оценка погрешности.
8. Линейное и обратное интерполирование.
9. Некорректность задачи численного дифференцирования. Разностные формулы.
10. Численное дифференцирование функций. Двухточечная аппроксимация.
11. Численное дифференцирование функций. Многоточечная аппроксимация.
12. Постановка задачи численного интегрирования функций. Формулы левых и правых прямоугольников. Оценки погрешности.
13. Постановка задачи численного интегрирования функций. Формула средних прямоугольников. Оценки погрешности.
14. Постановка задачи численного интегрирования функций. Формула трапеции. Оценка погрешности.
15. Постановка задачи численного интегрирования функций. Формула парабол. Оценка погрешности.
16. Постановка задачи численного интегрирования обыкновенного дифференциального уравнения. Теорема Пикара. Метод Эйлера. Методы Рунге-Кутты. Интегрирование систем уравнений.
17. Нелинейные уравнения с одной переменной. Задача отделения корней. Графическое отделение корней. Метод деления пополам.

18. Нелинейные уравнения с одной переменной. Задача отделения корней. Графическое отделение корней. Метод Ньютона. Оценка погрешности.
19. Нелинейные уравнения с одной переменной. Задача отделения корней. Графическое отделение корней. Метод хорд. Оценка погрешности.
20. Принцип сжимающих отображений. Метод простых итераций. Теоремы сходимости. Теоремы о скорости сходимости.
21. Системы линейных алгебраических уравнений. Итерационные методы. Метод простой итерации. Сходимость.
22. Системы линейных алгебраических уравнений. Итерационные методы. Метод Зейделя. Сходимость.
23. Постановка задачи обработки экспериментальных данных. Метод наименьших квадратов. Нахождение приближающей функции в виде линейной функции. Нахождение приближающей функции в виде квадратного трёхчлена.

РАЗДЕЛ «ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ»

24. Постановки задач оптимизации функции. Основные понятия: целевая функция, допустимое множество, глобальное и локальное решение, существование решения, предварительная оценка погрешности.
25. Постановка задачи оптимизации функции. Необходимые и достаточные условия оптимальности в задаче без ограничений.
26. Постановка задачи оптимизации функции. Необходимые и достаточные условия оптимальности в задаче с ограничениями общего вида.
27. Классическая задача с ограничениями-равенствами. Принцип множителей Лагранжа.
28. Выпуклая задача оптимизации. Условия оптимальности.
29. Задача математического программирования. Условия оптимальности.
30. Понятие о численных методах оптимизации и их структура. Сходимость. Критерии окончания счёта.
31. Направление убывания. Выбор длины шага из условия минимума функции. Адаптивный способ нахождения длины шага. Априорный выбор длины шага. Дробление шага.
32. Градиентный метод.
33. Метод штрафных функций.
34. Многошаговые процессы принятия решений. Постановка задачи. Описание метода. Задачи о распределении ресурсов.
35. Постановка задачи многокритериальной оптимизации. Особенности многокритериальных задач. Эффективное по Парето решение, его свойства и условия оптимальности. Явный вид решения в квадратичной задаче.
36. Теория игр как наука. Основные понятия и определения. Примеры игр. Решение (стратегия). Правила игры. Конфликт. Классификация игр. Содержательные примеры игр.
37. Матричные игры. Нижняя и верхняя цена игры. Принцип «минимакса».
38. Игры с чистыми и смешанными стратегиями. Решение игры в смешанных стратегиях. Элементарные методы решения игр. Игры 2×2 и $2 \times n$.
39. Бескоалиционная игра двух лиц: равновесие по Парето, свойства и условия оптимальности.
40. Бескоалиционная игра двух лиц: равновесие по Нэшу, свойства и условия оптимальности.
41. Системы массового обслуживания и их классификация. Понятие марковского случайного процесса. Пуассоновский поток событий. Уравнения Колмогорова. Предельные вероятности состояний.
42. СМО с отказами.
43. Обслуживание с ожиданием (очередью).

44. СМО с неограниченной очередью.
45. СМО с ограниченной очередью. СМО с ограниченным временем ожидания

Приложение 2

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра прикладной математики,
информатики, физики и
методики преподавания

**Тест по учебной дисциплине
Исследование операций и численные методы**

Тест по исследованию операций

Ответ отмечается

1. Операция – это

- некоторое мероприятие, направленное на вычисление значений функции
- управляемое мероприятие, направленное на достижение некоторой цели
- управляемое мероприятие, направленное на построение условий оптимальности

2. Оптимальным считается решение, которое

- по тем или иным показателям предпочтительнее других
- лучше других учитывает мнение лица, принимающего решение
- по своим качествам полностью удовлетворяет заказчика

3. Исследование операций – это

- построение, разработка и приложения математических моделей принятия оптимальных решений
- наука о принятии решений, устраивающих лицо, принимающее решение
- совокупность математических моделей для принятия оптимальных решений

4. Основной задачей исследования операций является

- построение математической модели объекта или явления
- предварительное описание возможного оптимального решения
- предварительное количественное обоснование оптимальности решения

5. Оперирующей стороной называются

- участники операции, стремящиеся к достижению некоторой цели
- лица, ответственные за операцию и принимающие решения
- эксперты, разрабатывающие математические модели операций

6. Контролируемые факторы – это те, которые
- оперирующая сторона считает важнейшими
 - измеряет и использует оперирующая сторона
 - находятся в распоряжении оперирующей стороны для достижения цели
7. Критерием эффективности называется
- значение функции, к оптимизации которого стремится оперирующая сторона
 - функция, к уменьшению или увеличению значения которой стремится оперирующая сторона
 - функция, предназначенная для принятия оперирующей стороной некоторого решения
8. Стратегией оперирующей стороны называется
- функция, описывающая поведение игрока в конфликтной ситуации
 - множество планов поведения игрока в конфликтной ситуации
 - функция, заданная на множестве информационных состояний субъекта
9. Экстремальной называется задача нахождения
- наибольшего или наименьшего значения функции
 - значения функции, устраивающего лицо, принимающее решение
 - функции, которая в точке экстремума равна нулю
10. Какая из приведённых задач является задачей условной оптимизации?
- $f(x) \rightarrow extr, x \notin X$
 - $f(x) \rightarrow extr$
 - $f(x) \rightarrow extr, x \in X$
11. В какой форме записана задача линейного программирования $\max \langle c, x \rangle, Ax \leq b, x \geq 0$?
- В канонической
 - В стандартной
 - В общей
12. Куда направлен вектор-градиент функции?
- В сторону убывания её значений
 - В сторону её экстремума
 - В сторону возрастания её значений

13. Множество называется выпуклым, если

- вместе с любыми двумя своими точками оно содержит и отрезок, их соединяющий
- пересечение любых двух его подмножеств выпукло
- любая совокупность его точек содержит и попарно соединяющие их отрезки

14. Какая из указанных теорем верна?

- Объединение выпуклых множеств выпукло
- Пересечение выпуклых множеств выпукло
- Разность выпуклых множеств выпукло

15. Гиперплоскостью в пространстве R^n называется множество точек $x = (x_1, \dots, x_n)$, координаты которых удовлетворяют уравнению:

- $p_1x_1 + p_2x_2 + \dots + p_nx_n = c$
- $p_1x_1 + p_2x_2^2 + \dots + p_nx_n^n = c$
- $p_1x_1^n + p_2x_2^{n-1} + \dots + p_nx_n = c$

16. Выпуклой линейной комбинацией произвольной совокупности точек $x^1, x^2, \dots, x^m \in R^n$ называется выражение вида:

- $\sqrt{a_1x^1 + a_2x^2 + \dots + a_mx^m}$
- $a_1x^1 \times a_2x^2 \times \dots \times a_mx^m$
- $a_1x^1 + a_2x^2 + \dots + a_mx^m$

17. Выпуклой оболочкой множества X называется

- множество всех выпуклых линейных комбинаций точек из X
- пересечение конечного числа выпуклых линейных комбинаций, содержащих X
- объединение всех выпуклых линейных комбинаций точек их X

18. Множество X называется выпуклым многогранником, если оно является

- выпуклой оболочкой конечного множества точек
- пересечением конечного числа плоскостей, содержащих X
- объединением счётного числа выпуклых оболочек конечного множества точек

19. Точка множества называется граничной, если

- она принадлежит его границе
- в любой её окрестности содержатся как точки данного множества, так и не принадлежащие ему
- в его пересечении с другим множеством содержится только эта точка

20. Множество называется ограниченным, если

- можно подобрать другое множество, содержащееся в данном
- оно содержит все свои граничные точки
- существует другое множество конечного диаметра, содержащее данное

21. Множество называется замкнутым, если

- любая последовательность его точек сходится
- оно содержит все свои граничные точки
- оно содержит конечное число точек

22. Точка $x \in X$ называется внутренней для множества $X = \{x \in R^n \mid Ax \leq b\}$, если

- $Ax > b$
- $Ax \neq b$
- $Ax < b$

23. В чём смысл принципа Лагранжа?

- Принцип Лагранжа сводит оптимизационную задачу с ограничениями к оптимизационной задаче без ограничений
- Принцип Лагранжа сводит оптимизационную задачу с ограничениями к решению системы линейных алгебраических уравнений
- Принцип Лагранжа сводит оптимизационную задачу с ограничениями к оптимизационной задаче с линейными ограничениями

24. Функция называется выпуклой, если

- её график можно заключить в ограниченную область
- её график расположен выше произвольной касательной к графику
- её график расположен ниже произвольной касательной к графику

25. Классической задачей оптимизации называется задача

- $f(x) \rightarrow \min_{x \in X}, X = \{x \mid g(x) \leq 0\}$
- $f(x) \rightarrow \min_{x \in X}, X = \{x \mid g(x) = 0, h(x) \leq 0\}$
- $f(x) \rightarrow \min_{x \in X}, X = \{x \mid g(x) = 0\}$

26. Глобальный минимум задачи оптимизации отличается от локального тем, что

- в глобальном минимуме значение целевой функции равно нулю, а в локальном – нет
- в глобальном минимуме градиент целевой функции равен нулю, а в локальном – нет
- в глобальном минимуме значение целевой функции меньше, чем в локальном

27. Необходимым условием оптимальности в задаче $f(x) \rightarrow \min_{x \in R}$ является:

- Пусть функция $f(x)$ дифференцируема в точке $x^* \in R$. Если x^* – локальное решение, то $f'(x^*)(x - x^*) \geq 0 \quad \forall x \in R$.
- Если функция $f(x)$ дифференцируема в точке $x^* \in R$ и $f'(x^*) = 0$, то x^* – локальное решение
- Пусть функция $f(x)$ дифференцируема в точке $x^* \in R$. Если x^* – локальное решение, то $f'(x^*) = 0$,

28. Задачей математического программирования называется задача

- $f(x) \rightarrow \min_{x \in X}, X = \{x \mid g(x) \leq 0\}$
- $f(x) \rightarrow \min_{x \in X}, X = \{x \mid g(x) = 0\}$
- $f(x) \rightarrow \min_{x \in X}, X = \{x \mid g(x) = 0, h(x) \leq 0\}$

29. Необходимым условием оптимальности в задаче $f(x) \rightarrow \min_{x \in X}$ является:

- Пусть функция $f(x)$ дифференцируема в точке $x^* \in X$. Если x^* – локальное решение, то $\langle f'(x^*), x - x^* \rangle \leq 0 \quad \forall x \in X$.
- Если функция $f(x)$ дифференцируема в точке $x^* \in X$ и $\langle f'(x^*), x - x^* \rangle \geq 0 \quad \forall x \in X$, то x^* – локальное решение
- Пусть функция $f(x)$ дифференцируема в точке $x^* \in X$. Если x^* – локальное решение, то $f'(x^*)(x - x^*) \geq 0 \quad \forall x \in X$.

30. Теорией игр называется

- теория математических моделей принятия решений в условиях конфликта
- теория математических моделей принятия решений экспертами
- раздел математики, в котором исследуются стратегии для снятия противоречий

31. Конфликтной называется ситуация, в которой

- игроки вступают в противоречие
- игроки стремятся к достижению различных целей
- игроки стремятся преодолеть конфликт

32. Точка называется седловой если выполняются неравенства

- $f(x^*, y) \leq f(x^*, y^*) \leq f(x, y^*)$
- $f(x, y^*) \leq f(x^*, y^*) \leq f(x^*, y)$
- $f(x^*, y) \geq f(x^*, y^*) \geq f(x, y^*)$

Тест по численным методам

33. Что называется погрешностью?

- Разность между двумя числами
- Разность между точным и приближённым числами
- Модуль разности между двумя числами

34. Что называется абсолютной погрешностью?

- Модуль разности между точным и приближённым числами
- Модуль разности между двумя числами
- Разность между точным и приближённым числами

35. Что называется относительной погрешностью приближенного числа?

- Отношение погрешности к абсолютной погрешности
- Отношение модуля погрешности к абсолютной погрешности
- Отношение модуля погрешности к модулю приближённого числа

36. Какие цифры в числе называются значащими?

- Все цифры, начиная с первой справа, отличной от нуля
- Все верные цифры, начиная с первой справа, отличной от нуля
- Все верные цифры, начиная с первой слева, отличной от нуля

37. Цифра α в десятичной записи приближённого значения величины a называется верной в строгом смысле, если

- абсолютная погрешность приближения не превосходит половины единицы того разряда, которому принадлежит цифра α
- абсолютная погрешность приближения не превосходит единицы того разряда, которому принадлежит цифра α
- погрешность приближения не превосходит половины единицы того разряда, которому принадлежит цифра α

38. Всякое число, записанное в десятичной системе, можно представить в виде $a = a_0 \times 10^p$. Форма записи называется нормальной, если

$|a_0| \leq 1$

$|a_0| < 1$

$|a_0| < 1/2$

39. Всякое число, записанное в десятичной системе, можно представить в виде $a = a_0 \times 10^p$. Форма записи называется нормализованной, если у числа a_0 первая цифра после десятичной точки

 равна 1 не равна 0 больше 0

40. Всякое число, записанное в десятичной системе, можно представить в виде $a = a_0 \times 10^p$. Форма записи называется стандартной, если

$-1 \leq a_0 \leq 1$

$0 < a_0 < 1$

$1 \leq a_0 < 10$

41. Функция $y = f(x)$ задана таблицей своих значений $(x_i, f(x_i))$, $i = \overline{0, n}$, с постоянным шагом. Основным условием интерполирования функции $f(x)$ функцией $F(x)$ является:

$F^2(x_i) = f^2(x_i)$

$|F(x_i)| = |f(x_i)|$

$F(x_i) = f(x_i)$

42. Задача интерполирования будет иметь единственное решение, если

 интерполирующая функция ищется в виде полинома интерполирующая функция ищется в виде отношения двух полиномов интерполирующая функция ищется в виде разности двух полиномов

43. Функция $y = f(x)$ задана таблицей с постоянным шагом $(x_k, f(x_k))$, $k = \overline{0, n}$, своих значений. Формула линейного интерполирования на отрезке $[x_k, x_{k+1}]$ имеет вид:

$f(x) \approx y_k + \frac{\Delta x}{h} (\Delta y_k)^2$

$f(x) \approx y_k + \frac{\Delta x}{h} \Delta y_k$

$f(x) \approx y_k - \frac{\Delta x}{h^2} \Delta y_k$

44. Функция $y = f(x)$ задана таблицей с постоянным шагом $(x_k, f(x_k))$, $k = \overline{0, n}$, своих значений. Формула обратного интерполирования на отрезке $[x_k, x_{k+1}]$ имеет вид:

$\bar{x} \approx x_k + \left| \frac{\Delta y}{\Delta y_k} \right| h$

$\bar{x} \approx x_k + \frac{\Delta y}{\Delta y_k} h^3$

$\bar{x} \approx x_k + \frac{\Delta y}{\Delta y_k} h$

45. Интерполяционные полиномы Чебышёва образуют на отрезке $[-1, 1]$

ортогональную систему

ортонормированную систему

нормальную систему

46. Сплайн определяется алгебраическими полиномами. Степенью сплайна называется

произведение степеней использованных полиномов

сумма степеней использованных полиномов

максимальная степень из использованных полиномов

47. Метод наименьших квадратов является методом

обработки экспериментальных данных

интегрирования функций

решения задач минимизации функций

48. Пусть построен точечный график функция $y = f(x)$, заданной таблицей $(x_k, f(x_k))$, $k = \overline{0, n}$, своих значений. График приближающей для $f(x)$ функции, построенной методом наименьших квадратов,

проходит через все точки точечного графика

является огибающей точек точечного графика

проходит через сгущение точек точечного графика

49. Функция, полученная после применения метода наименьших квадратов, называется

квадратичной

50. Задача численного интегрирования заключается

интерполирующей

уравнением регрессии

в вычислении приближённого значения неопределённого интеграла функции на основе ряда её значений

в вычислении приближённого значения определённого интеграла функции на основе ряда её значений

в вычислении точного значения определённого интеграла функции на основе ряда её значений

51. Методами приближённого интегрирования функций являются методы:

Ньютона, квадратичного интерполирования, наибольших кубов

трапеций, прямоугольников, парабол

наименьших квадратов, гипербол, статистических испытаний

52. Формула Гаусса для приближённого интегрирования функций основана на полиномах

Лагранжа

Лежандра

Лагерра

53. В чём заключается идея приближённого вычисления производной функции?

В получении таблицы разделённых разностей

В замене функции уравнением регрессии и вычислении его производной

В замене функции интерполяционным полиномом и вычислении его производной

54. В силу какой причины задача численного дифференцирования функции некорректна?

Из-за сильной нелинейности функции

Из-за несовпадения в одной и той же точке значений производной функции и производной её интерполяционного полинома

Из-за несовпадения в одной и той же точке значений производной функции и интерполяционного полинома функции

55. Какая формула является формулой двухточечной аппроксимации производной функции $f(x)$?

$f'(x) \approx \frac{f(x + \Delta) - f^2(x) + f(x - \Delta)}{2\Delta}$

$f'(x) \approx \frac{f(x + \Delta) - f(x - \Delta)}{2\Delta}$

$f'(x) \approx \frac{f(x - \Delta) - 2f(x) + f(x + \Delta)}{2\Delta}$

56. В чём заключается геометрическая идея метода Эйлера приближённого интегрирования обыкновенного дифференциального уравнения?

В замене интегральной кривой ломаной линией, построенной из отрезков касательных к кривой

В замене интегральной кривой другой кривой линией, отстоящей не дальше, чем на ε

В замене интегральной кривой системой касательных

57. Система линейных алгебраических уравнений $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = b_i, i = \overline{1, m}$, называется

неоднородной, если:

все $b_i \neq 0$

хотя бы одно $b_i \neq 0$

$b_i \neq b_j, i \neq j, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}$

58. Рангом матрицы A называется

число её линейно зависимых строк (столбцов)

число её линейно независимых строк (столбцов)

число её уравнений

59. Для того чтобы система линейных алгебраических уравнений была совместна, необходимо и достаточно, чтобы

ранг её матрицы был равен рангу расширенной матрицы

число её линейно независимых строк равнялось числу её линейно независимых столбцов

ранг её матрицы был равен рангу расширенной матрицы, полученной добавлением к матрице коэффициентов столбца свободных членов

60. Квадратная матрица B называется обратной для квадратной матрицы A того же порядка, если

$AB \neq BA$

$AB^{-1} = B^{-1}A$

$AB = BA = E, E$ – единичная матрица

61. Матрица A называется симметрической, если

- $AA^T = 1$
- $AA^T = A^T A$
- $A = A^T$

62. В чём смысл принципа Лагранжа?

- Принцип Лагранжа сводит оптимизационную задачу с ограничениями к оптимизационной задаче без ограничений
- Принцип Лагранжа сводит оптимизационную задачу с ограничениями к решению системы линейных алгебраических уравнений
- Принцип Лагранжа сводит оптимизационную задачу с ограничениями общего вида к оптимизационной задаче с ограничениями-равенствами

63. Функция называется выпуклой, если

- её график можно заключить в ограниченную область
- её график расположен ниже произвольной касательной к графику
- её график расположен выше произвольной касательной к графику

64. Классической задачей оптимизации называется задача

- $f(x) \rightarrow \min_{x \in X}, X = \{x \mid g(x) \leq 0\}$
- $f(x) \rightarrow \min_{x \in X}, X = \{x \mid g(x) = 0\}$
- $f(x) \rightarrow \min_{x \in X}, X = \{x \mid g(x) = 0, h(x) \leq 0\}$

65. Глобальный минимум задачи оптимизации отличается от локального тем, что

- в глобальном минимуме значение целевой функции равно нулю, а в локальном – нет
- в глобальном минимуме градиент целевой функции равен нулю, а в локальном – нет
- в глобальном минимуме значение целевой функции меньше, чем в локальном

66. Необходимым условием оптимальности в задаче $f(x) \rightarrow \min_{x \in R}$ является:

Пусть функция $f(x)$ дифференцируема в точке $x^* \in R$. Если x^* – локальное решение, то $f'(x^*) = 0$,

Если функция $f(x)$ дифференцируема в точке $x^* \in R$ и $f'(x^*) = 0$, то x^* – локальное решение

Пусть функция $f(x)$ дифференцируема в точке $x^* \in R$. Если x^* – локальное решение, то $f'(x^*)(x - x^*) \geq 0 \quad \forall x \in R$.

67. Задачей математического программирования называется задача

$f(x) \rightarrow \min_{x \in X}, X = \{x \mid g(x) \leq 0\}$

$f(x) \rightarrow \min_{x \in X}, X = \{x \mid g(x) = 0\}$

$f(x) \rightarrow \min_{x \in X}, X = \{x \mid g(x) = 0, h(x) \leq 0\}$

68. Необходимым условием оптимальности в задаче $f(x) \rightarrow \min_{x \in X}$ является:

Пусть функция $f(x)$ дифференцируема в точке $x^* \in X$. Если x^* – локальное решение, то $\langle f'(x^*), x - x^* \rangle \leq 0 \quad \forall x \in X$.

Если функция $f(x)$ дифференцируема в точке $x^* \in X$ и $\langle f'(x^*), x - x^* \rangle \geq 0 \quad \forall x \in X$, то x^* – локальное решение

Пусть функция $f(x)$ дифференцируема в точке $x^* \in X$. Если x^* – локальное решение, то $f'(x^*)(x - x^*) \geq 0 \quad \forall x \in X$.

Приложение 3

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра прикладной математики,
информатики, физики и
методики преподавания

Контрольная работа по исследованию операций

ВАРИАНТ 1

1. Графически решить задачу ЛП

$$f = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max \quad 5x_1 + 4x_2 \leq 20 \quad 4x_1 + 7x_2 \leq 28 \quad x_1 \leq 3 \quad x_i \geq 0$$

2. Решить задачу ЛП симплекс-методом

$$f = -2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max \quad x_1 + x_2 \leq 4 \quad 2x_1 - x_2 \geq 1 \quad x_1 - 2x_2 \leq 1 \quad x_i \geq 0$$

3. Составить математическую модель задачи ЛП. Мебельная фабрика выпускает стулья двух типов. На изготовление одного стула, который стоит 80 руб., расходуется 2м досок, 0.5м обивочной ткани и 2 человеко-часа рабочего времени. Аналогичные данные для второго стула: 120 руб., 4м, 0.25м и 2.5 чел.-час. Фабрика имеет в распоряжении 440м досок, 65м ткани и 320 чел.-час. рабочего времени. Какие стулья и в каком количестве Вы прикажете выпускать, чтобы стоимость продукции была максимальна?

ВАРИАНТ 2

1. Графически решить задачу ЛП

$$f = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max \quad -\frac{1}{3}x_1 + x_2 \leq 3 \quad 5x_1 + 7x_2 \leq 35 \quad -x_1 + x_2 \geq -3 \quad x_i \geq 0$$

2. Решить задачу ЛП симплекс-методом

$$f = x_1 + x_2 \rightarrow \max \quad 2x_1 + 4x_2 \leq 16 \quad -4x_1 + 2x_2 \leq 8 \quad x_1 + 3x_2 \geq 9 \quad x_i \geq 0$$

3. Составить математическую модель задачи ЛП. Для повышения содержания гемоглобина в крови больного ему необходимо принимать препараты А и Б, содержащие железо и глюкозу. Известно, что суточная норма глюкозы колеблется от 50 до 70 г, а железа – от 3 до 3.7 г. В единице веса препарата А содержится 8.3 г глюкозы, 0.2 г железа, 0.1 г вредных примесей. В единице веса препарата В содержится 5.6 г глюкозы, 0.3 г железа, 0.12 г вредных примесей. Какие вещества и в каком количестве должен принимать больной ежедневно, чтобы количество вредных примесей, поступающих вместе с веществами, было минимальным?

ВАРИАНТ 3

1. Графически решить задачу ЛП

$$f = 2x_1 + 4x_2 \rightarrow \min \quad 5x_1 + x_2 \geq 5 \quad 3x_1 + 2x_2 \geq 6 \quad 2x_1 + 5x_2 \geq 10 \quad x_i \geq 0$$

2. Решить задачу ЛП симплекс-методом

$$f = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max \quad 2x_1 + x_2 \leq 10 \quad -2x_1 + 3x_2 \leq 6 \quad 2x_1 + 4x_2 \geq 8 \quad x_i \geq 0$$

3. Составить математическую модель задачи ЛП. Из четырёх видов сырья необходимо составить

смесь, в состав которой должно входить не менее 26 ед. химического вещества А, 30 ед. вещества Б, 24 ед. вещества В. В 1 кг сырья вида 1 содержится 1 ед. вещества А, 2 ед. вещества Б, 1 ед. вещества В, стоимость 1 кг этого сырья 5 у.е. В 1 кг сырья вида 2 содержится 1 ед. вещества А, 2 ед. вещества В, стоимость 1 кг этого сырья 6 у.е. В 1 кг сырья вида 3 содержится 3 ед. вещества Б, 4 ед. вещества В, стоимость 1 кг этого сырья 7 у.е. В 1 кг сырья вида 3 содержится 4 ед. вещества А, 5 ед. вещества Б, 6 ед. вещества В, стоимость 1 кг этого сырья 4 у.е. Составить смесь, содержащую не менее нужного количества веществ данного вида и имеющую минимальную стоимость.

ВАРИАНТ 4

1. Графически решить задачу ЛП

$$f = 3x_1 + 6x_2 \rightarrow \max \quad 2x_1 + 5x_2 \geq 10 \quad 7x_1 + 5x_2 \leq 35 \quad -\frac{1}{5}x_1 + x_2 \leq 3 \quad x_i \geq 0$$

2. Решить задачу ЛП симплекс-методом

$$f = x_1 + x_2 \rightarrow \max \quad 3x_1 + 6x_2 \leq 18 \quad 7x_1 + 4x_2 \leq 28 \quad 8x_1 + 9x_2 \leq 36 \quad x_i \geq 0$$

3. Составить математическую модель задачи ЛП. Маленькая швейная фабрика выпускает костюмчики для мальчиков, платья для девочек и пеленки, используя для этого два вида ткани: белую и цветную. На костюм идёт 0.2 м² белой ткани и 0.8 м² цветной, стоимость костюма 3.5 у.е. На платье идёт 0.3 м² белой ткани и 1.1 м² цветной, стоимость платья 5 у.е. На пелёнку идёт 0.9 м² белой ткани или 0.9 м² цветной, стоимость пелёнки 1 у.е. По плану фабрика должна выпускать в день 10 костюмов, 10 платьев, 20 пеленок из любой ткани. На складе имеется 50 м² белой ткани и 45 м² цветной. Какие изделия и в каком количестве надо выпускать, чтобы получить наибольшую прибыль?

ВАРИАНТ 5

1. Графически решить задачу ЛП

$$f = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \min \quad 5x_1 + 2x_2 \geq 10 \quad 2x_1 + 7x_2 \geq 14 \quad x_1 + x_2 \leq 5 \quad x_i \geq 0$$

2. Решить задачу ЛП симплекс-методом

$$f = 4x_1 + 6x_2 \rightarrow \max \quad 3x_1 + x_2 \leq 9 \quad x_1 + 2x_2 \leq 8 \quad x_1 + 6x_2 \geq 12 \quad x_i \geq 0$$

3. Составить математическую модель задачи ЛП. Для откорма животных на ферме используется 3 вида кормов: А, Б и В. В единице веса корма А содержится 0.45 г белков, 0.31 г жиров, 0.2 г углеводов, 0.15 г вредных примесей. В единице веса корма Б содержится 0.3 г белков, 0.25 г жиров, 0.38 г углеводов, 0.1 г вредных примесей. В единице веса корма В содержится 0.34 г белков, 0.17 г жиров, 0.15 г углеводов, 0.2 г вредных примесей. Необходимо так организовать откорм животных, чтобы ежедневное потребление белков было не менее 20 единиц, углеводов – не менее 35, а потребление жиров при этом не превышало бы 40 единиц. Количество вредных примесей должно быть как можно меньше.

ВАРИАНТ 6

1. Графически решить задачу ЛП

$$f = -\frac{3}{2}x_1 + x_2 \rightarrow \max \quad 5x_1 + 3x_2 \geq 15 \quad 2x_1 + 7x_2 \geq 14 \quad (-2/3)x_1 + x_2 \leq 1 \quad x_i \geq 0$$

2. Решить задачу ЛП симплекс-методом

$$f = 20x_1 + 30x_2 \rightarrow \max \quad x_1 + 3x_2 \leq 18 \quad 2x_1 + x_2 \leq 16 \quad 3x_1 \leq 21 \quad x_i \geq 0$$

3. Составить математическую модель задачи ЛП. Для производства изделий А и Б используется токарное, фрезерное и шлифовальное оборудование. На обработку одного изделия А тратится 10

станко-часов фрезерного оборудования, 5 ст.-ч. токарного, 6 ст.-ч. шлифовального. На обработку одного изделия Б тратится 8 ст.-ч. фрезерного оборудования, 10 ст.-ч. токарного, 12 ст.-ч. шлифовального. Общий фонд рабочего времени фрезерного оборудования 168 ч, токарного 180 ч, шлифовального 144 ч. Прибыль от реализации одного изделия А – 14 у.е., одного изделия Б – 18 у.е. Найти план выпуска изделий, обеспечивающий максимальную прибыль.

ВАРИАНТ 7

1. Графически решить задачу ЛП

$$f = \frac{6}{7}x_1 + x_2 \rightarrow \min \quad 3x_1 + 4x_2 \geq 12 \quad 2x_1 + 4x_2 \geq 8 \quad -2x_1 + x_2 \leq 1 \quad x_i \geq 0$$

2. Решить задачу ЛП симплекс-методом

$$f = 3x_1 + x_2 \rightarrow \max \quad (-2/3)x_1 + x_2 \leq 3 \quad (1/6)x_1 - x_2 \leq 0 \quad x_1 + x_2 \leq 6 \quad x_i \geq 0$$

3. Составить математическую модель задачи ЛП. На мебельной фабрике из стандартных листов фанеры необходимо вырезать заготовки трёх типов в количествах соответственно 24, 31 и 18 штук. Каждый лист фанеры может быть разрезан на заготовки двумя способами. Количество заготовок I вида при раскрое по способу 1 получается 2 шт., а по способу 2 – 6 шт. Количество заготовок II вида при раскрое по способу 1 получается 5 шт., а по способу 2 – 4 шт. Количество заготовок III вида при раскрое по способу 1 получается 2 шт., а по способу 2 – 3 шт. При этом отходы на изготовление заготовок I, II и III видов при способе 1 составляют 12 см², а при способе 2 – 16 см². Определить, сколько листов фанеры и по какому способу следует раскроить так, чтобы было получено не меньше нужного количества заготовок при минимальных отходах.

ВАРИАНТ 8

1. Графически решить задачу ЛП

$$f = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max \quad (-1/3)x_1 + x_2 \leq 3 \quad 5x_1 + 7x_2 \leq 35 \quad -x_1 + x_2 \geq -3 \quad x_i \geq 0$$

2. Решить задачу ЛП симплекс-методом

$$f = -4x_1 + x_2 \rightarrow \max \quad 2x_1 + 6x_2 \geq 12 \quad 5x_1 + 2x_2 \geq 10 \quad (-1/5)x_1 + x_2 \leq 3 \quad x_i \geq 0$$

3. Составить математическую модель задачи ЛП. В распоряжении бригады имеются следующие ресурсы: 300 кг металла, 100 м стекла, 160 чел.-час. рабочего времени. Бригаде поручено изготавливать 2 вида изделий: А и Б. Цена одного изделия А – 10 руб., а для его изготовления требуется 4 кг металла, 2 м стекла и 2 чел.-часа рабочего времени. Аналогичные данные для изделия Б: 12 руб., 5 кг, 1 м и 3 чел.-часа. Требуется так спланировать объем выпуска продукции, чтобы ее стоимость была максимальна.

ВАРИАНТ 9

1. Графически решить задачу ЛП

$$f = 3x_1 + 3x_2 \rightarrow \max \quad x_1 + x_2 \leq 8 \quad 2x_1 - x_2 \geq 1 \quad x_1 - 2x_2 \leq 2 \quad x_2 \leq 6 \quad x_i \geq 0$$

2. Решить задачу ЛП симплекс-методом

$$f = 2x_1 + 4x_2 \rightarrow \max \quad -5x_1 + 4x_2 \leq 20 \quad 2x_1 + 3x_2 \leq 24 \quad x_1 - 3x_2 \leq 3 \quad x_2 \leq 6, \quad x_i \geq 0$$

3. Составить математическую модель задачи ЛП. Стальные прутья длиной 110 см каждый необходимо разрезать на заготовки длиной 45, 35 и 50 см. Требуемое количество заготовок данного вида составляет соответственно 40, 30 и 20 шт. По 1 варианту разреза получается 2 заготовки длиной 45 см, по 2 варианту – 1 заготовка длиной 45 см и 1 – длиной 35 см, по 3 варианту – 1 заготовка длиной 45 см и 1 – длиной 50 см, по 4 варианту – 3 заготовки длиной 35 см, по 5 варианту – 1 заготовка длиной 35 см и 1 заготовка длиной 50 см, по 6 варианту – 2 заготовки длиной 50 см. Величины отходов по 1, 2, 3, 4, 5 и 6 вариантам разреза составляют соответственно 20, 30, 15, 5, 25 и 10 см. Определить, сколько прутьев по каждому из возможных вариантов следует разрезать, чтобы получить не менее нужного количества заготовок каждого вида при минимальных отходах.

ВАРИАНТ 10

1. Графически решить задачу ЛП

$$f = 5x_1 + 4x_2 \rightarrow \max, \quad x_1 + x_2 \leq 5, \quad 10x_1 + 6x_2 \leq 45, \quad x_1 \leq 3, \quad x_i \geq 0$$

2. Решить задачу ЛП симплекс-методом

$$f = x_1 + x_2 \rightarrow \max, \quad x_1 + 2x_2 \leq 14, \quad -5x_1 + 3x_2 \leq 15, \quad 4x_1 + 6x_2 \geq 24, \quad x_i \geq 0$$

3. Составить математическую модель задачи ЛП. Для изготовления двух видов продукции P_1 и P_2 используется четыре вида ресурсов S_1, S_2, S_3 и S_4 , запасы которых соответственно 18, 16, 5 и 21 единица. На изготовление единицы продукции P_1 идёт 1 ед. ресурса S_1 , 2 ед. ресурса S_2 и 3 ед. ресурса S_4 . На изготовление единицы продукции P_2 идёт 3 ед. ресурса S_1 , 1 ед. ресурса S_2 и 1 ед. ресурса S_3 . Прибыль, получаемая от единицы продукции P_1 и P_2 – соответственно 20 и 30 руб. составить такой план производства продукции, при котором прибыль будет максимальной.

Контрольная работа по численным методам

ВАРИАНТ 1

1. Какова граница относительной погрешности, если вместо числа $\pi = 3.141592653589\dots$ взять число $a = 3.14$?

2. Получить полином Лагранжа 2-й степени для произвольных узлов для функции $y = f(x) = \sqrt{x}$ с узлами $x_0 = 0, x_1 = 1, x_2 = 4$; вычислить точное значение функции, значение полинома и абсолютную погрешность в точке $x = 4/9$.

3. Вычислить методом левых прямоугольников определённый интеграл функции $f(x) = (x^2 - 1)/x^3$ на отрезке $[1,3]$ с шагом $h = 0.5$ и погрешность интегрирования.

4. Получить пятиточечную аппроксимацию производной функции $f(x) = x^2 + 1$ в точке $x_0 = 1$ с приращением $\Delta = 0.1$.

5. Методом Эйлера проинтегрировать на 5 шагов уравнение $f(x, y) = x^2 - y, x_0 = 0, y_0 = 1, h = 0.2$.

6. Каким-либо способом вычислить определитель системы линейных алгебраических уравнений
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 2 \\ 10x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 4 \\ 2x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$
, решить её методами Крамера, Гаусса, а также сделать 3 шага методом простой итерации.

7. Графически отделить корни уравнения $x^2 - 2x - 1 = 0$.

8. Отделить какой-нибудь корень и, выбрав начальное приближение, методами хорд, Ньютона и простых итераций сделать 3 шага для уравнения $2x^3 - 3x^2 - 12x + 10 = 0$.

ВАРИАНТ 2

1. Какова граница относительной погрешности, если вместо числа $e = 2.718281828459\dots$ взять число $a = 2.718$?
2. Получить полином Лагранжа 2-й степени для произвольных узлов для функции $y = f(x) = 2^x$ с узлами $x_0 = -1$, $x_1 = 0$, $x_2 = 1$; вычислить точное значение функции, значение полинома и абсолютную погрешность погрешности в точке $x = 1/2$.
3. Вычислить методом правых прямоугольников определённый интеграл функции $f(x) = (x^2 - 1)/x^3$ на отрезке $[1,3]$ с шагом $h = 0.5$ и погрешность интегрирования.
4. Получить пятиточечную аппроксимацию производной функции $f(x) = \frac{1}{x} + 1$ в точке $x_0 = 1$ с приращением $\Delta = 0.1$.
5. Методом Эйлера проинтегрировать на 5 шагов уравнение $f(x, y) = 2y + x$, $x_0 = -1$, $y_0 = 0$, $h = 0.1$.
6. Каким-либо способом вычислить определитель системы линейных алгебраических уравнений
$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 5x_3 = 3 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 2 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases}$$
, решить её методами Крамера, Гаусса, а также сделать 3 шага методом простой итерации.
7. Графически отделить корни уравнения $x^3 - 2x^2 + 1 = 0$.
8. Отделить какой-нибудь корень и, выбрав начальное приближение, методами хорд, Ньютона и простых итераций сделать 3 шага для уравнения $2x^3 + 6x - 11 = 0$.

ВАРИАНТ 3

1. Какова граница относительной погрешности, если вместо константы Пифагора $\sqrt{2} = 1.414213562373\dots$ взять число $a = 1.41$?
2. Получить полином Лагранжа 2-й степени для равноотстоящих узлов для функции $y = f(x) = \sqrt{x}$ с узлами $x_0 = 0$, $x_1 = 2$, $x_2 = 4$; вычислить точное значение функции, значение полинома и абсолютную погрешность погрешности в точке $x = 4/9$.
3. Вычислить методом левых прямоугольников определённый интеграл функции $f(x) = x^2 + x + 2$ на отрезке $[0,3]$ с шагом $h = 1$ и погрешность интегрирования.
4. Получить пятиточечную аппроксимацию производной функции $f(x) = \frac{1}{x+2}$ в точке $x_0 = 1$ с приращением $\Delta = 0.1$.
5. Методом Эйлера проинтегрировать на 5 шагов уравнение $f(x, y) = y^2x$, $x_0 = 1$, $y_0 = 1$, $h = 0.2$.
6. Каким-либо способом вычислить определитель системы линейных алгебраических

уравнений $\begin{cases} 2x_1 + 8x_2 + 2x_3 = 9 \\ 6x_1 + x_2 + 3x_3 = 8 \\ 4x_1 + 10x_2 + 5x_3 = 7 \end{cases}$, решить её методами Крамера, Гаусса, а также сделать 3 шага методом простой итерации.

7. Графически отделить корни уравнения $x^3 - 3x + 1 = 0$.

8. Отделить какой-нибудь корень и, выбрав начальное приближение, методами хорд, Ньютона и простых итераций сделать 3 шага для уравнения $x^3 + 2x^2 + 3x + 5 = 0$.

ВАРИАНТ 4

1. Какова граница относительной погрешности, если вместо константы Теодоруса $\sqrt{3} = 1.732050807568\dots$ взять число $a = 1.732$?

2. Получить полином Лагранжа 2-й степени для равноотстоящих узлов для функции $y = f(x) = 2^x$ с узлами $x_0 = -1$, $x_1 = 0$, $x_2 = 1$; вычислить точное значение функции, значение полинома и абсолютную погрешность погрешности в точке $x = 1/2$.

3. Вычислить методом левых прямоугольников определённый интеграл функции $f(x) = x/(x^2 + 2x + 2)$ на отрезке $[0,3]$ с шагом $h = 1$ и погрешность интегрирования.

4. Получить пятиточечную аппроксимацию производной функции $f(x) = \frac{x}{x+2}$ в точке $x_0 = 1$ с приращением $\Delta = 0.1$.

5. Методом Эйлера проинтегрировать на 5 шагов уравнение $f(x, y) = x + y$, $x_0 = 1$, $y_0 = 2$, $h = 0.3$.

6. Каким-либо способом вычислить определитель системы линейных алгебраических уравнений $\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 12x_3 = 3 \\ 7x_1 + 3x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 + 7x_2 + 2x_3 = 5 \end{cases}$, решить её методами Крамера, Гаусса, а также сделать 3 шага методом простой итерации.

7. Графически отделить корни уравнения $0.1x^3 - 2\sin(x) + 1 = 0$.

8. Отделить какой-нибудь корень и, выбрав начальное приближение, методами хорд, Ньютона и простых итераций сделать 3 шага для уравнения $x^3 - 6x + 2 = 0$.

ВАРИАНТ 5

1. Какова граница относительной погрешности, если вместо константы Фейгенбаума $\delta = 4.669201609102\dots$ взять число $a = 4.669$?

2. Получить полином Ньютона 3-й степени для произвольных узлов для функции $y = f(x) = \sqrt{x}$ с узлами $x_0 = 0.16$, $x_1 = 0.25$, $x_2 = 0.36$, $x_3 = 0.49$; вычислить точное значение функции, значение полинома и абсолютную погрешность в точке $x = 9/16$.

3. Вычислить методом левых прямоугольников определённый интеграл функции $f(x) = x/(x^2 + x + 1)$ на отрезке $[0,3]$ с шагом $h = 1$ и погрешность интегрирования.

4. Получить пятиточечную аппроксимацию производной функции $f(x) = x^2 + x - 1$ в точке $x_0 = 1$ с приращением $\Delta = 0.1$.
5. Методом Эйлера проинтегрировать на 5 шагов уравнение $f(x, y) = y - 2x$, $x_0 = -1$, $y_0 = -2$, $h = 0.2$.
6. Каким-либо способом вычислить определитель системы линейных алгебраических уравнений
$$\begin{cases} x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 6 \\ 5x_1 + x_2 + 7x_3 = 4 \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$
, решить её методами Крамера, Гаусса, а также сделать 3 шага методом простой итерации.
7. Графически отделить корни уравнения $\ln(x) - 0.5\sin(x) - 2 = 0$.
8. Отделить какой-нибудь корень и, выбрав начальное приближение, методами хорд, Ньютона и простых итераций сделать 3 шага для уравнения $x^5 - 3x^2 + 1 = 0$.

ВАРИАНТ 6

1. Какова граница относительной погрешности, если вместо константы Фейгенбаума $\alpha = 2,502907875095\dots$ взять число $a = 2.502$?
2. Получить полином Ньютона 2-й степени для равноотстоящих узлов для функции $y = f(x) = 2^x$ с узлами $x_0 = -1$, $x_1 = 0$, $x_2 = 1$; вычислить точное значение функции, значение полинома и абсолютную погрешность в точке $x = 1/2$.
3. Вычислить методом правых прямоугольников определённый интеграл функции $f(x) = x/(x^2 + 2x + 2)$ на отрезке $[0,3]$ с шагом $h = 1$ и погрешность интегрирования.
4. Получить пятиточечную аппроксимацию производной функции $f(x) = -x^2 + x + 2$ в точке $x_0 = 1$ с приращением $\Delta = 0.1$.
5. Методом Эйлера проинтегрировать на 5 шагов уравнение $f(x, y) = 3x - 2y$, $x_0 = 1$, $y_0 = -2$, $h = 0.1$.
6. Каким-либо способом вычислить определитель системы линейных алгебраических уравнений
$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 9x_3 = 9 \\ 9x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 7 \\ 4x_1 + 10x_2 + 4x_3 = 2 \end{cases}$$
, решить её методами Крамера, Гаусса, а также сделать 3 шага методом простой итерации.
7. Графически отделить корни уравнения $0.1x^3 - 2\ln(x) - 1 = 0$.
8. Отделить какой-нибудь корень и, выбрав начальное приближение, методами хорд, Ньютона и простых итераций сделать 3 шага для уравнения $x^4 - 4x - 4 = 0$.

ВАРИАНТ 7

1. Какова граница относительной погрешности, если вместо константы Лежандра $\alpha = 1.08366\dots$ взять число $a = 1.08$?
2. Получить полином Ньютона 2-й степени для равноотстоящих узлов для функции $y = f(x) = \sqrt{x}$ с узлами $x_0 = 0$, $x_1 = 2$, $x_2 = 4$; вычислить точное значение функции, значение полинома и абсолютную погрешность в точке $x = 4/9$.
3. Вычислить методом правых прямоугольников определённый интеграл функции $f(x) = x/(x^2 + x + 1)$ на отрезке $[0,3]$ с шагом $h = 1$ и погрешность интегрирования.
4. Получить пятиточечную аппроксимацию производной функции $f(x) = -x^3 - 1$ в точке $x_0 = 1$ с приращением $\Delta = 0.1$.
5. Методом Эйлера проинтегрировать на 5 шагов уравнение $f(x, y) = y^2 - x^2$, $x_0 = 0$, $y_0 = 2$, $h = 0.5$.
6. Каким-либо способом вычислить определитель системы линейных алгебраических уравнений
$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 6x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 2 \\ 4x_1 + x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$$
, решить её методами Крамера, Гаусса, а также сделать 3 шага методом простой итерации.
7. Графически отделить корни уравнения $e^x - 2\sin(x) - 2.1 = 0$.
8. Отделить какой-нибудь корень и, выбрав начальное приближение, методами хорд, Ньютона и простых итераций сделать 3 шага для уравнения $x^5 - 5x^2 + 12 = 0$.

ВАРИАНТ 8

1. Какова граница относительной погрешности, если вместо константы Каталана $K = 0.915965594177\dots$ взять число $a = 0.915$?
2. Получить полином Ньютона 2-й степени для произвольных узлов для функции $y = f(x) = 2^x$ с узлами $x_0 = -1$, $x_1 = 0$, $x_2 = 1$; вычислить точное значение функции, значение полинома и абсолютную погрешность в точке $x = 1/2$.
3. Вычислить методом правых прямоугольников определённый интеграл функции $f(x) = (x - 1)/x^2$ на отрезке $[1,4]$ с шагом $h = 1$ и погрешность интегрирования.
4. Получить пятиточечную аппроксимацию производной функции $f(x) = (x^2 + 1)/(2x)$ в точке $x_0 = 1$ с приращением $\Delta = 0.1$.
5. Методом Эйлера проинтегрировать на 5 шагов уравнение $f(x, y) = 0.1yx$, $x_0 = 1$, $y_0 = 10$, $h = 0.1$.
6. Каким-либо способом вычислить определитель системы линейных алгебраических уравнений
$$\begin{cases} x_1 + 8x_2 + 6x_3 = 9 \\ 6x_1 + 4x_2 + x_3 = 2 \\ 4x_1 + x_2 + 7x_3 = 5 \end{cases}$$
, решить её методами Крамера, Гаусса, а также сделать 3 шага

методом простой итерации.

7. Графически отделить корни уравнения $\ln(x) - \cos(x) - 1 = 0$.

8. Отделить какой-нибудь корень и, выбрав начальное приближение, методами хорд, Ньютона и простых итераций сделать 3 шага для уравнения $x^3 + x - 1000 = 0$.

ВАРИАНТ 9

1. Какова граница относительной погрешности, если вместо константы Рамануджана-Солднера $\mu = 1.451369234883\dots$ взять число $a = 1.451$?

2. Получить полином Ньютона 2-й степени для произвольных узлов для функции $y = f(x) = \sqrt{x}$ с узлами $x_0 = 0$, $x_1 = 1$, $x_2 = 4$; вычислить точное значение функции, значение полинома и абсолютную погрешность в точке $x = 4/9$.

3. Вычислить методом левых прямоугольников определённый интеграл функции $f(x) = (x - 1)/x^2$ на отрезке $[1,4]$ с шагом $h = 1$ и погрешность интегрирования.

4. Получить пятиточечную аппроксимацию производной функции $f(x) = (x^2 - 1)/(2x)$ в точке $x_0 = 1$ с приращением $\Delta = 0.1$.

5. Методом Эйлера проинтегрировать на 5 шагов уравнение $f(x, y) = x/y$, $x_0 = 1$, $y_0 = 1$, $h = 0.2$.

6. Каким-либо способом вычислить определитель системы линейных алгебраических уравнений
$$\begin{cases} 5x_1 + 7x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 + 4x_2 + 8x_3 = 6 \\ 9x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases}$$
, решить её методами Крамера, Гаусса, а также сделать 3 шага методом простой итерации.

7. Графически отделить корни уравнения $x^2 - 2\sin(x) = 0$.

8. Отделить какой-нибудь корень и, выбрав начальное приближение, методами хорд, Ньютона и простых итераций сделать 3 шага для уравнения $x^3 - x - 1 = 0$.

ВАРИАНТ 10

1. Какова граница относительной погрешности, если вместо константы Эрдёша-Борвейна $E_B = 1.606695152415\dots$ взять число $a = 1.606$?

2. Получить полином Лагранжа 3-й степени для произвольных узлов для функции $y = f(x) = \sqrt{x}$ с узлами $x_0 = 0.16$, $x_1 = 0.25$, $x_2 = 0.36$, $x_3 = 0.49$; вычислить точное значение функции, значение полинома и абсолютную погрешность в точке $x = 4/25$.

3. Вычислить методом трапеций определённый интеграл функции $f(x) = (x^2 - 1)/x^3$ на отрезке $[1,3]$ с шагом $h = 0.5$ и погрешности интегрирования.

4. Получить пятиточечную аппроксимацию производной функции $f(x) = (x - 1)/(2x)$ в точке $x_0 = 1$ с приращением $\Delta = 0.1$.
5. Методом Эйлера проинтегрировать на 5 шагов уравнение $f(x, y) = 2y/x$, $x_0 = 1$, $y_0 = 2$, $h = 0.1$.
6. Каким-либо способом вычислить определитель системы линейных алгебраических уравнений $\begin{cases} 7x_1 + 14x_2 + 2x_3 = 5 \\ x_1 + 3x_2 + 9x_3 = 6 \\ 6x_1 + 2x_2 + x_3 = 7 \end{cases}$, решить её методами Крамера, Гаусса, а также сделать 3 шага методом простой итерации.
7. Графически отделить корни уравнения $\ln(x) + \cos(x) - 0.5 = 0$.
8. Отделить какой-нибудь корень и, выбрав начальное приближение, методами хорд, Ньютона и простых итераций сделать 3 шага для уравнения $x^3 - 2x - 5 = 0$.

ВАРИАНТ 11

1. Какова граница относительной погрешности, если вместо константы Поля-Гаусса $J = 3.058198\ 247\ 456\dots$ взять число $a = 3.058$?
2. Получить полином Лагранжа 2-й степени для произвольных узлов для функции $y = f(x) = 2^x$ с узлами $x_0 = 0$, $x_1 = 1$, $x_2 = 2$; вычислить точное значение функции, значение полинома и абсолютную погрешность в точке $x = 1/2$.
3. Вычислить методом трапеций определённый интеграл функции $f(x) = x^2 + x + 2$ на отрезке $[0, 3]$ с шагом $h = 1$ и погрешность интегрирования.
4. Получить пятиточечную аппроксимацию производной функции $f(x) = (x + 1)/(2x - 1)$ в точке $x_0 = 1$ с приращением $\Delta = 0.1$.
5. Методом Эйлера проинтегрировать на 5 шагов уравнение $f(x, y) = y - x^2$, $x_0 = 1$, $y_0 = 0$, $h = 0.2$.
6. Каким-либо способом вычислить определитель системы линейных алгебраических уравнений $\begin{cases} 5x_1 + x_2 + 3x_3 = 2 \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 + x_2 + 5x_3 = 3 \end{cases}$, решить её методами Крамера, Гаусса, а также сделать 3 шага методом простой итерации.
7. Графически отделить корни уравнения $x^2 - 2^x = 0$.
8. Отделить какой-нибудь корень и, выбрав начальное приближение, методами хорд, Ньютона и простых итераций сделать 3 шага для уравнения $x^3 - 20 + 1 = 0$.

ВАРИАНТ 12

1. Какова граница относительной погрешности, если вместо константы Висваната $J = 1.131988\ 24$ взять число $a = 1.131$?
2. Получить полином Ньютона 2-й степени для произвольных узлов для функции $y = f(x) = \sqrt{x}$ с узлами $x_0 = 0.25$, $x_1 = 0.36$, $x_2 = 0.49$; вычислить точное значение функции, значение полинома и абсолютную погрешность в точке $x = 4/25$.
3. Вычислить методом трапеций определённый интеграл функции $f(x) = x/(x^2 + 2x + 2)$ на отрезке $[0,3]$ с шагом $h = 1$ и погрешность интегрирования.
4. Получить пятиточечную аппроксимацию производной функции $f(x) = (x + 1)/(2x^2)$ в точке $x_0 = 1$ с приращением $\Delta = 0.1$.
5. Методом Эйлера проинтегрировать на 5 шагов уравнение $f(x, y) = yx^2$, $x_0 = 1$, $y_0 = -1$, $h = 0.1$.
6. Каким-либо способом вычислить определитель системы линейных алгебраических уравнений
$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + 10x_3 = 1 \\ 10x_1 + 5x_2 + x_3 = 9 \\ 3x_1 + 7x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases}$$
, решить её методами Крамера, Гаусса, а также сделать 3 шага методом простой итерации.
7. Графически отделить корни уравнения $\ln(x^{-3}) - 3\cos(x) + 1 = 0$.
8. Отделить какой-нибудь корень и, выбрав начальное приближение, методами хорд, Ньютона и простых итераций сделать 3 шага для уравнения $x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = 0$.

ВАРИАНТ 13

1. Какова граница относительной погрешности, если вместо константы Ландау-Рамануджана $J = 0.764\ 223\ 653\ 589$ взять число $a = 0.764$?
2. Получить полином Лагранжа 2-й степени для произвольных узлов для функции $y = f(x) = \lg(x)$ с узлами $x_0 = 1$, $x_1 = \sqrt[6]{10}$, $x_2 = \sqrt[3]{10}$; вычислить точное значение функции, значение полинома и абсолютную погрешность в точке $x = 1/2$.
3. Вычислить методом трапеций определённый интеграл функции $f(x) = (x - 1)/x^2$ на отрезке $[1,4]$ с шагом $h = 1$ и погрешность интегрирования.
4. Получить пятиточечную аппроксимацию производной функции $f(x) = (x^2 + 1)/(x + 1)$ в точке $x_0 = 1$ с приращением $\Delta = 0.1$.
5. Методом Эйлера проинтегрировать на 5 шагов уравнение $f(x, y) = 0.5(x + y)$, $x_0 = 1$, $y_0 = 1$, $h = 0.2$.
6. Каким-либо способом вычислить определитель системы линейных алгебраических уравнений
$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 10 \\ x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 1 \\ 3x_1 + 8x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$
, решить её методами Крамера, Гаусса, а также сделать 3 шага методом простой итерации.

7. Графически отделить корни уравнения $0.25x^3 - 2^x + 1 = 0$.

8. Отделить какой-нибудь корень и, выбрав начальное приближение, методами хорд, Ньютона и простых итераций сделать 3 шага для уравнения $4x^3 - x^2 + x - 5 = 0$.

ВАРИАНТ 14

1. Какова граница относительной погрешности, если вместо константы Мейсселя-Мартенса $M = 0.261497212847$ взять число $a = 0.261$?

2. Получить полином Лагранжа 2-й степени для произвольных узлов для функции $y = f(x) = 2^x$ с узлами $x_0 = -2$, $x_1 = 0$, $x_2 = 1$; вычислить точное значение функции, значение полинома и абсолютную погрешность в точке $x = 1/2$.

3. Вычислить методом парабол определённый интеграл функции $f(x) = x^2 + x + 2$ на отрезке $[0,3]$ с шагом $h = 1$ и погрешность интегрирования.

4. Получить пятиточечную аппроксимацию производной функции $f(x) = (x^2 - 1)/(x + 1)$ в точке $x_0 = 1$ с приращением $\Delta = 0.1$.

5. Методом Эйлера проинтегрировать на 5 шагов уравнение $f(x, y) = y/x + 1$, $x_0 = 1$, $y_0 = 2$, $h = 0.2$.

6. Каким-либо способом вычислить определитель системы линейных алгебраических уравнений
$$\begin{cases} x_1 + 12x_2 + 10x_3 = 7 \\ 2x_1 + 7x_2 + 10x_3 = 3 \\ 10x_1 + 7x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$$
, решить её методами Крамера, Гаусса, а также сделать 3 шага методом простой итерации.

7. Графически отделить корни уравнения $\ln(x^3) - x^2 + 2 = 0$.

8. Отделить какой-нибудь корень и, выбрав начальное приближение, методами хорд, Ньютона и простых итераций сделать 3 шага для уравнения $x^3 - 2x - 2 = 0$.

ВАРИАНТ 15

1. Какова граница относительной погрешности, если вместо константы Эмбри-Трефтена $\beta = 0.70258$ взять число $a = 0.702$?

2. Получить полином Лагранжа 2-й степени для произвольных узлов для функции $y = f(x) = \ln(x)$ с узлами $x_0 = 1$, $x_1 = e$, $x_2 = e^2$; вычислить точное значение функции, значение полинома и абсолютную погрешность в точке $x = 1/2$.

3. Вычислить методом парабол определённый интеграл функции $f(x) = (x - 1)/x^2$ на отрезке $[1,4]$ с шагом $h = 1$ и погрешность интегрирования.

4. Получить пятиточечную аппроксимацию производной функции $f(x) = \frac{x^2}{x + 1}$ в точке $x_0 = 1$ с приращением $\Delta = 0.1$.

5. Методом Эйлера проинтегрировать на 5 шагов уравнение $f(x, y) = x^2 + y$, $x_0 = 1$, $y_0 = 0$, $h = 0.1$.

6. Каким-либо способом вычислить определитель системы линейных алгебраических уравнений
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 9x_3 = 4 \\ 7x_1 + 5x_2 + x_3 = 8 \\ x_1 + 9x_2 + 4x_3 = 2 \end{cases}$$
, решить её методами Крамера, Гаусса, а также сделать 3 шага методом простой итерации.

7. Графически отделить корни уравнения $2^x - 8\ln(x) = 0$.

8. Отделить какой-нибудь корень и, выбрав начальное приближение, методами хорд, Ньютона и простых итераций сделать 3 шага для уравнения $x^3 - 4x^2 + x + 1 = 0$.

ВАРИАНТ 16

1. Какова граница относительной погрешности, если вместо молярной газовой постоянной $R = 8.31441 \text{ Дж}/(\text{моль} \times \text{К})$ взять число $a = 8.314$?

2. Получить полином Ньютона 2-й степени для равноотстоящих узлов для функции $y = f(x) = 2^x$ с узлами $x_0 = -1$, $x_1 = 0$, $x_2 = 1$; вычислить точное значение функции, значение полинома и абсолютную погрешность в точке $x = 1/2$.

3. Вычислить методом парабол определённый интеграл функции $f(x) = x^2 + x + 1$ на отрезке $[0, 3]$ с шагом $h = 1$ и погрешность интегрирования.

4. Получить пятиточечную аппроксимацию производной функции $f(x) = x/(x + 1)$ в точке $x_0 = 1$ с приращением $\Delta = 0.1$.

5. Методом Эйлера проинтегрировать на 5 шагов уравнение $f(x, y) = x^2 - xy$, $x_0 = 0$, $y_0 = 1$, $h = 0.1$.

6. Каким-либо способом вычислить определитель системы линейных алгебраических уравнений
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 3 \\ 6x_1 + 4x_2 - x_3 = 5 \\ x_1 - 7x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$$
, решить её методами Крамера, Гаусса, а также сделать 3 шага методом простой итерации.

7. Графически отделить корни уравнения $\ln(x^2) + x^2 + 2 = 0$.

8. Отделить какой-нибудь корень и, выбрав начальное приближение, методами хорд, Ньютона и простых итераций сделать 3 шага для уравнения $x^3 + x^2 - 4x + 1 = 0$.

ВАРИАНТ 17

1. Какова граница относительной погрешности, если вместо ускорения свободного падения $R = 9.80665 \text{ м}/\text{с}^2$ взять число $a = 9.806$?

2. Получить полином Ньютона 2-й степени для произвольных узлов для функции $y = f(x) = \sqrt{x}$ с узлами $x_0 = 1$, $x_1 = 4$, $x_2 = 9$; вычислить точное значение функции,

значение полинома и абсолютную погрешность в точке $x = 9/16$.

3. Вычислить методом парабол определённый интеграл функции $f(x) = x^2/(x+1)$ на отрезке $[1,4]$ с шагом $h = 1$ и погрешность интегрирования.

4. Получить пятиточечную аппроксимацию производной функции $f(x) = -x^2 + x - 1$ в точке $x_0 = 1$ с приращением $\Delta = 0.1$.

5. Методом Эйлера проинтегрировать на 5 шагов уравнение $f(x, y) = ux - 1$, $x_0 = 1$, $y_0 = 2$, $h = 0.3$.

6. Каким-либо способом вычислить определитель системы линейных алгебраических уравнений
$$\begin{cases} 6x_1 - 3x_2 + x_3 = 8 \\ x_1 + 4x_2 - 4x_3 = -2 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases}$$
, решить её методами Крамера, Гаусса, а также сделать 3 шага методом простой итерации.

7. Графически отделить корни уравнения $2^x + x^2 - 2 = 0$.

8. Отделить какой-нибудь корень и, выбрав начальное приближение, методами хорд, Ньютона и простых итераций сделать 3 шага для уравнения $-x^3 + x^2 + 6x - 2 = 0$.