МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой прикладной математики, информатики, физики и методики их преподавания

__________________Е.А. Позднова
04.02.2016 г.

ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль подготовки: Информатика и информационные технологии в образовании

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Паспорт
фонда оценочных средств
по учебной дисциплине
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

1. В результате изучения дисциплины Математическая логика обучающийся должен:

1.1 Знать:

– основные понятия алгебры высказываний (включая вопросы полноты систем булевых функций), теории исчисления высказываний, логики предикатов;

– формулы и теоремы, способы решения задач разных разделов дисциплины.

1.2 Уметь:

– доказывать основные теоремы математической логики;

– выбирать способы и инструменты решения задач дисциплины;

– выдвигать гипотезы и доказывать их средствами математической логики, проводить интерпретацию результатов решения задач.

1.3 Владеть:

– навыками формализации рассуждений;

– навыками преобразования формул алгебры высказываний и логики предикатов;

– методами построения формальных логических выводов.

2. Программа оценивания контролируемой компетенции

Текущая аттестация	Контролируемые модули, разделы, (темы) дисциплины, их наименование	Код контролируемой компетенции (или её части)	Наименование оценочного средства
1	Алгебра высказываний	ОК-3, ПК-4	индивидуальное задание, реферат, доклад
2	Логика предикатов	ОК-3, ПК-4	индивидуальное задание, реферат, доклад
3	Булевы функции	ОК-3, ПК-4	индивидуальное задание, реферат, доклад
Промежуточная аттестация 6 – экзамен			Вопросы к экзамену, тест

3 Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.

3.1 Материалы для проведения промежуточной аттестации

3.1.1 Форма КИМ Приложение 1

5.1.2 Вопросы к экзамену и пример теста по дисциплине «Математическая логика» Приложение 2

3.2. Материалы для проведения текущей аттестации

3.2.1 Темы рефератов и докладов по дисциплине «Математическая логика» Приложение 3

3.2.2 Индивидуальные задания по дисциплине «Математическая логика» Приложение 4

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенции

Методические материалы, сопровождающие процедуры оценивания

№	Процедура оценивания	Традиционная форма	
1	Определение технологии проведения промежуточной аттестации (в соответствии с действующими локальными актами).	зачет	экзамен
2	Определение форм и оценочных средств текущего контроля для мониторинга показателей сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины.	вопросы к зачету	вопросы к экзамену
3	Доведение до сведения обучающихся методических рекомендаций по освоению дисциплины, форм и графика контрольно-оценочных мероприятий.	П ВГУ 2.1.07-2015 Положение о проведении промежуточной аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования	
4	Систематический учет показателей сформированности компетенций у обучающихся в рамках традиционных форм оценки и отражение результатов в соответствующих документах	на основе текущей аттестации во время сдачи зачета, экзамена	
5	Оценивание показателей компетенций, сформированных в процессе изучения дисциплины / модуля в рамках промежуточной аттестации в соответствии с технологией проведения промежуточной аттестации на основе действующих локальных актов.	заполнение зачетной ведомости и предоставление в деканат	заполнение экзаменационной ведомости и представление в деканат

Приложение 1

Форма контрольно-измерительного материала

УТВЕРЖДАЮ
заведующий кафедрой
прикладной математики, информатики, физики и
методики преподавания

___________ ___________
подпись, расшифровка подписи

__.__.20__

Направление подготовки / специальность ___**44.03.01 Педагогическое образование**___________________
шифр, наименование

Дисциплина__________**Математическая логика**____

Форма обучения ____**заочная**____
очное, очно-заочное, заочное

Вид контроля _______**экзамен**____
экзамен, зачет;

Вид аттестации ________**промежуточная**____
текущая, промежуточная

Контрольно-измерительный материал №__

1. ____

2. ____

…..

Преподаватель ___________ _______________
подпись расшифровка подписи

Приложение 2

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» (БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра прикладной математики, информатики, физики и методики преподавания

Вопросы к экзамену по дисциплине «Математическая логика»

1. Высказывания и логические операции над ними.
2. Свойства логических операций.
3. Определение и классификация формул исчисления высказываний.
4. Логическое следование и равносильность. Равносильные преобразования формул.
5. СДНФ и СКНФ формул исчисления высказываний.
6. Построение формализованного исчисления высказываний.
7. Теорема дедукции.
8. Применение теоремы дедукции.
9. Свойства системы аксиом исчисления высказываний. Полнота, непротиворечивость и разрешимость.
10. Свойства системы аксиом исчисления высказываний. Независимость.
11. Определение предиката. Область определения, множества значений и истинности предиката. Классификация предикатов.
12. Логические операции над предикатами. Множество истинности сложного предиката.
13. Кванторы общности и существования.
14. Формулы логики предикатов, их классификация. Интерпретация формул.
15. Проблема общезначимости и выполнимости формул, ее неразрешимость в общем виде в логике предикатов.
16. Решение проблемы общезначимости и выполнимости для случая замкнутой формулы, содержащей только кванторы существования. Решение проблемы общезначимости и выполнимости для случая замкнутой формулы, содержащей только кванторы общности.
17. Тавтологии логики предикатов. Законы пронесения кванторов через конъюнкцию и дизъюнкцию.
18. Тавтологии логики предикатов. Законы де Моргана для кванторов.
19. Тавтологии логики предикатов. Законы пронесения кванторов через импликацию.
20. Предваренная нормальная форма формул логики предикатов.
21. Построение формализованной теории исчисления предикатов.
22. Булевы функции от одной и двух переменных.
23. Булевы функции от n переменных. Число булевых функций от n переменных.
24. Суперпозиция булевых функций. Разложение булевой функции от n переменных по k-той переменной.
25. Полнота системы булевых функций $\{\rceil, \wedge, \vee\}$.

26. Полные системы булевых функций.
27. Классы булевых функций. Теорема Поста.
28. Релейно-контактные схемы. Задачи анализа и синтеза РКС.
29. Построение формальной аксиоматической теории первого порядка и ее интерпретация.
30. Метаматематика. Результаты Геделя.

Примерный варианта теста

<u>Задание #1</u>

Установите связаны ли предикаты (x>3) и ($|x| > 3$) отношением логического следствия

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1) из второго предиката следует первый предикат
2) предикаты равносильны
3) предикаты не связаны отношением логического следствия
4) из первого предиката следует второй предикат

<u>Задание #2</u>

Если формула исчисления высказываний является тождественно истинной, то для нее...

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1) не существует СКНФ
2) не существует СДНФ
3) существует несколько СДНФ
4) существует несколько СКНФ

<u>Задание #3</u>

Установите соответствие между утверждениями и их записью на языке логики предикатов

Укажите соответствие для всех 4 вариантов ответа

1) $(\forall x)(S(x) \to P(x))$
2) $(\forall x)(S(x) \to \neg P(x))$
3) $(\exists x)(S(x) \wedge \neg P(x))$
4) $(\exists x)(S(x) \wedge P(x))$

__ Некоторые реки не впадают в моря
__ Все собаки обладают хорошим обонянием
__ Ни один квадрат не является треугольником
__ Некоторые змеи ядовиты

<u>Задание #4</u>

Заполните пропуск.

Если формула $H(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ обращается в истинное высказывание на всяком наборе значений пропозициональных переменных $X_1, X_2, \ldots, X_n$, на котором в истинные высказывания обращается и каждая из формул $F_1(X_1, X_2, \ldots, X_n),\ F_2(X_1, X_2, \ldots, X_n), \ldots, F_k(X_1, X_2, \ldots, X_n)$, то формула $H(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ является...................................... формул $F_1(X_1, X_2, \ldots, X_n),\ F_2(X_1, X_2, \ldots, X_n), \ldots, F_k(X_1, X_2, \ldots, X_n)$

*Запишите ответ:*____

<u>Задание #5</u>

Предикат, который обращается в ложное высказывание тогда и только тогда когда оба предиката, из которых он получен тождественно ложные

Выберите один из 5 вариантов ответа:

1) импликация предикатов
2) отрицание предикатов
3) эквиваленция предикатов
4) конъюнкция предикатов
5) дизъюнкция предикатов

Задание #6

Булева функция, которая является отрицанием дизъюнкции, называется...

Выберите один из 4 вариантов ответа:
1) антидизъюнкция
2) сумма Жегалкина
3) штрих Шеффера
4) стрелка Пирса

Задание #7

Какие из следующих выражений являются формулами логики предикатов

Выберите несколько из 4 вариантов ответа:
1) $(\exists x)(P(x))$
2) $(\exists x)\ (\exists y)(P(x, x))$
3) $(\exists x)\ (\exists y)(P(x, y))$
4) $(P(x, y))\ (\exists x)\ (\exists y)$

Задание #8

Какое из приведенных имен удовлетворяет логическому условию (первая буква согласная → вторая буква согласная) $\wedge$ (предпоследняя буква гласная → последняя буква гласная)

Выберите один из 4 вариантов ответа:
1) СТЕПАН
2) КРИСТИНА
3) МАРИЯ
4) МАКСИМ

Задание #9

Установите соответствие между равносильными формулами

Укажите соответствие для всех 5 вариантов ответа

1) $Q \vee P$	__ $(Q \wedge P) \vee R$
2) $\neg(Q \wedge P)$	__ $\neg Q \vee \neg P$
3) $(\neg Q \vee P) \wedge (Q \vee \neg P)$	__ $Q \leftrightarrow P$
4) $(Q \wedge R) \vee (P \wedge R)$	__ $\neg Q \to P$
5) $(Q \vee R) \wedge (P \vee R)$	__ $(Q \vee P) \wedge R$

Задание #10

Областью истинности предиката P(X): X - 2 = 1, заданного на множестве действительных чисел, является ...

Выберите один из 4 вариантов ответа:
1) {-3}
2) {3, -3}
3) {3}

4) {-3, 0, 3}

Задание #11

Если формула логики предикатов тождественно ложна на некотором множестве, то...

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1) из нее логически не следует ни одна формула, заданная на этом множестве
2) из нее логически следует любая формула, заданная на этом множестве
3) она не является логическим следует ни одной формулы, заданной на этом множестве
4) она логически следует из любой формулы, заданной на этом множестве

Задание #12

Какая логическая операция задается следующей таблицей истинности:

A	B	?
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1) импликация
2) эквиваленция
3) дизъюнкция
4) конъюнкция

Задание #13

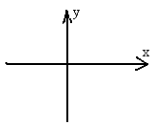
Укажите, какое логическое выражение равносильно выражению $A \vee \neg(\neg B \vee \neg C)$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1) $\neg A \vee B \vee \neg C$
2) $\neg A \vee B \vee C$
3) $A \vee (B \wedge C)$
4) $\neg A \wedge B \wedge C$

Задание #14

Отметьте на рисунке область истинности предиката xy>0



Укажите место на изображении:

Задание #15

Какие из следующих предложений являются предикатами?

Выберите несколько из 4 вариантов ответа:

1) Каждый студент БГПИ - отличник
2) Действительное число x больше действительного числа y
3) Он великий русский поэт
4) Любое действительное число x больше любого действительного числа y

Задание #16

Каждая релейно-контактная схема реализует...

Выберите один из 4 вариантов ответа:
1) некоторый предикат
2) некоторый колебательный контур
3) некоторую булеву функцию
4) закон Ома для участка цепи

Задание #17

Какая из следующих цепочек формул является выводом формулы В $\to$ А из формулы А

Выберите один из 4 вариантов ответа:
1) А, А $\to$ (В $\to$ А), В $\to$ А
2) А; В; В $\to$ А
3) В $\to$ А $\to$ С; С $\to$ В; В $\to$ А
4) В $\vee$ А; А; В $\to$ А

Задание #18

Среди формул выберите аксиомы формализованного исчисления высказываний

Выберите несколько из 4 вариантов ответа:
1) $(\neg A \to \neg B) \to ((\neg A \to B) \to A)$
2) $A \to (B \to A)$
3) $(\neg A \to B) \to A$
4) $(A \to (B \to C)) \to ((A \to B) \to (A \to C))$

Задание #19

Являются ли следующие системы булевых функций полными?

Укажите истинность или ложность вариантов ответа:

__ $\{+, \to, \bullet\}$
__ $\{1, \bullet\}$
__ $\{\vee, 1\}$
__ $\{\vee, \bullet\}$
__ $\{\leftrightarrow, 0\}$

Задание #20

Если формула исчисления высказываний является тавтологией, то ее логическое следствие является...

Выберите один из 4 вариантов ответа:
1) тавтологией
2) противоречием
3) выполнимой формулой
4) опровержимой формулой

Экзамен состоит из двух частей: компьютерного тестирования и (по желанию с целью повышения оценки) ответа на теоретический вопрос. Тест состоит из 20 заданий, рассчитан на 45 минут и оценивается по следующим критериям: верное выполнение 14 заданий – удовлетворительно; верное выполнение 15-17 заданий – хорошо; верное выполнение 18-20 – отлично. В случае успешного выполнения теста (верное выполнение более 14 заданий), студент может дополнительно получить до баллы за ответ на теоретический вопрос (при необходимости, во время ответа преподаватель может задавать дополнительные вопросы и давать практические задания).

Критерии оценивания: «отлично» – студент отлично ориентируется в теоретическом материале, владеет методами доказательства, умеет применять теоретические сведения для решения как стандартных задач, задач повышенной сложности и творческих заданий; **«хорошо»** – студент хорошо ориентируется в теоретическом материале, может доказать все основные теоремы (с небольшими погрешностями), умеет применять теоретические сведения для решения как стандартных задач и задач повышенной сложности; **«удовлетворительно»** – студент может ориентироваться в теоретическом материале, знает формулировки основных теорем и свойств, имеет представление об основных методах доказательства, умеет применять теоретические сведения для решения стандартных задач; **«неудовлетворительно»** – студент не может ориентироваться в теоретическом материале, не знает формулировки основных теорем и свойств, не имеет представление об основных методах доказательства, не умеет применять теоретические сведения для решения стандартных задач**.**

Составитель ___________________________ О.Г. Ромадина

__.__.20 г.

Приложение 3

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра прикладной математики, информатики, физики и методики преподавания

Темы рефератов и докладов по дисциплине
«Математическая логика»

Темы рефератов

1. Роль математической логики в обучении информатике или математике.
2. Логические основы теории аргументации.
3. Применение ПК для решения логических задач.
4. Полиномы Жегалкина.
5. Базисные системы булевых функций.
6. Приложение теории булевых функций.
7. Формализованное исчисление предикатов.
8. Теорема дедукции в логике предикатов.
9. Аксиоматический метод в математике и аксиоматические теории.
10. Математическая логика и программное обеспечение компьютеров.
11. Элементы математической логики в электронных таблицах и базах данных.
12. Математическая логика и системы искусственного интеллекта.
13. Конструктивистская, или интуиционистская, логика.
14. Многозначная логика.

Темы докладов

1. Логика в Древней Индии.
2. Логика Древнего Китая.
3. Логика в Древней Греции.
4. Логика в средние века (VI-XV в.в.).
5. Развитие логики в XVI-XVIII в.в.
6. Логика в России.
7. Становление математической логики.
8. Вклад Г.Лейбница в развитие математической логики.
9. Вклад Дж. Буля в развитие математической логики.

Оценка «отлично» ставится, если полностью раскрыта тема реферата/доклада, при выступлении с докладом соблюден временной регламент, компьютерная презентация соответствует необходимым требованиям.

Оценка «хорошо» ставится, если имеются небольшие несоответствия текста реферата/доклада заявленной теме или (и) компьютерная презентация соответствует не всем предъявляемым к ней требованиям, или (и) значительно превышен временной регламент.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если имеется много замечаний по содержанию реферата/доклада, компьютерная презентация, подготовленная для выступления, соответствует не всем предъявляемым к ней требованиям или она вовсе отсутствует.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если реферат/доклад не подготовлен; доклад/реферат подготовлен, но полностью не соответствует заявленной теме.

Составитель ________________________ О.Г. Ромадина

__.__.20 г.

Приложение 4

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» (БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра прикладной математики, информатики, физики и методики преподавания

Индивидуальные задания по дисциплине «Математическая логика»

Тема «Алгебра высказываний»

Вариант 1

1. Какие из следующих предложений являются высказываниями? Какие из высказываний истинные, а какие – ложные?
 - *Солнце есть спутник Земли*.
 - *2+3>4*.
 - *Сегодня отличная погода*.
 - *В романе Л.Н. Толстого «Война и мир» 3 432 536 слов*.

2. Приведите пример высказывания, в котором содержатся логические операции конъюнкция и импликация.

3. Докажите, что следующая формула выполнима не составляя для неё таблиц истинности, указав какие-нибудь значения входящих в неё пропозициональных переменных, при которых эта формула обращаются в истинное высказывание.
$(Q \Rightarrow (P \wedge R)) \wedge \neg((P \vee R) \Rightarrow Q)$.

4. Применяя равносильные преобразования, приведите формулу к возможно более простой форме:
$\neg(\neg P \vee Q) \Rightarrow ((P \vee Q) \Rightarrow P)$

5. С помощью равносильных преобразований установите, выполняется ли равносильность:
$P \Rightarrow (Q \vee R) \cong (P \Rightarrow Q) \vee (P \Rightarrow R)$.

6. Упростите систему истинных высказываний, т.е. найдите логически эквивалентную ей систему, состоящую из меньшего числа не более сложных высказываний:
$C \Rightarrow (A \vee B),\ (B \wedge C) \Rightarrow A,\ (A \wedge B) \Rightarrow C$.

7. Проверьте, справедливо ли следующее логическое следование, руководствуясь определением этого понятия:
$P \Rightarrow Q,\ \neg R \wedge P \models P \vee (Q \Rightarrow R)$.

8. Расположите формулы так, чтобы из каждой логически следовали все стоящие после нее:
$(\neg Q \Rightarrow \neg P) \vee \neg P,\ P \Rightarrow Q,\ (\neg P \Rightarrow Q) \vee \neg P,\ \neg P \Leftrightarrow \neg Q,\ P \wedge Q$.

9. Методом от противного выясните, верно ли следующее логическое следование:
$F \Rightarrow G,\ K \Rightarrow \neg H,\ H \vee \neg G \models F \Rightarrow \neg K$.

10. Андрей или очень переутомился (A), или болен (B). Если он очень переутомился, то он раздражается (C). Он не раздражается. Следует ли отсюда, что он не болен?

11. Приведите равносильными преобразованиями формулу к дизъюнктивной нормальной форме, конъюнктивной нормальной форме, совершенной дизъюнктивной нормальной форме, совершенной конъюнктивной нормальной форме $((X \Rightarrow Y) \Rightarrow (Z \Rightarrow \neg X)) \Rightarrow (X \Rightarrow \neg Z)$.

12. Для формулы алгебры высказываний из задания 11 найдите СДН-форму, СКН-форму с помощью таблицы истинности.

13. Найдите наипростейшую из равносильных формулу от трех переменных, которая принимает значение 1 тогда и только тогда, когда точно два ее аргумента принимают значение 0.

14. Найдите все следствия из посылок: «Если целое число делится на 2 и на 5, то оно делится на 10»; «Целое число делится на 2 и не делится на 5». Выразите полученные следствия в содержательной форме.

15. Найдите все неравносильные между собой и не тождественно ложные формулы алгебры высказываний (посылки), зависящие от пропозициональных переменных X, Y, Z, из которых логически следует формула:
$(X \Leftrightarrow Y) \wedge \neg Y$

16. Четверо друзей – Андрей, Борис, Сергей и Дмитрий – решили пойти на рыбалку. Но Дмитрий в последний момент отказался и высказал следующие предположения:
   – Андрей не пойдет на рыбалку, но Борис обязательно пойдет.
   – Не верно, что пойдут Андрей и Сергей.
   – Борис пойдет на рыбалку или не пойдет Сергей.
   – Если пойдет Борис, то пойдет на рыбалку и Сергей.

Если предположить, что все высказывания Дмитрия оказались истинными, кто пошел на рыбалку?

17. Составьте логическую задачу, которую можно решить средствами алгебры высказываний (для решения задачи вводится не менее трех переменных). Решите составленную задачу.

Вариант 2

1. Какие из следующих предложений являются высказываниями? Какие из высказываний истинные, а какие – ложные

– *Санкт-Петербург расположен на Неве.*
– *Музыка Баха слишком сложна.*
– *Первая космическая скорость равна 7.8 км/сек.*
– *Железо — металл.*

2. Приведите пример высказывания, в котором содержатся логические операции дизъюнкция и импликация.

3. Докажите, что следующая формула выполнима не составляя для неё таблиц истинности, указав какие-нибудь значения входящих в неё пропозициональных переменных, при которых эта формула обращаются в истинное высказывание $\neg((P \Leftrightarrow \neg Q) \vee R) \wedge Q$.

4. Применяя равносильные преобразования, приведите формулу к возможно более простой форме: $(P \Rightarrow \neg Q) \wedge ((P \Rightarrow Q) \vee (R \Rightarrow P))$

5. С помощью равносильных преобразований установите, выполняется ли равносильность:
$P \wedge (Q \Rightarrow R) \cong (P \wedge Q) \Rightarrow (P \wedge R)$.

6. Упростите систему истинных высказываний, т.е. найдите логически эквивалентную ей систему, состоящую из меньшего числа не более сложных высказываний:
$A \Rightarrow (B \vee C),\ B \Rightarrow (A \vee C),\ (A \wedge B) \Rightarrow C$.

7. Проверьте, справедливо ли следующее логическое следование, руководствуясь определением этого понятия:
$(P \Rightarrow Q) \vee R,\ P \Rightarrow \neg Q \models \neg P$.

8. Расположите формулы так, чтобы из каждой логически следовали все стоящие после нее:
$\neg P \wedge Q,\ \neg Q \Rightarrow (P \vee \neg P),\ Q \Leftrightarrow \neg P,\ (P \wedge Q) \Rightarrow (P \Leftrightarrow Q),\ P \Rightarrow \neg Q$.

9. Методом от противного выясните, верно ли следующее логическое следование:
$F \Rightarrow G,\ G \Rightarrow H,\ \neg H \models \neg F$.

10. Если выиграет самарский «Спартак» (A), то Самара будет торжествовать (B). Если же выиграет саратовский «Сокол» (C), то торжествовать будет Саратов (D). Выиграет или «Спартак», или «Сокол». Однако если выиграет «Спартак», то Саратов не будет торжествовать, а если выиграет «Сокол», то торжествовать не будет Самара. Вытекает ли отсюда, что Самара будет торжествовать тогда и только тогда, когда не будет торжествовать Саратов?

11. Приведите равносильными преобразованиями формулу к дизъюнктивной нормальной форме, конъюнктивной нормальной форме, совершенной дизъ-

юнктивной нормальной форме, совершенной конъюнктивной нормальной форме $(X \Rightarrow (Y \Rightarrow Z)) \Rightarrow (X \Rightarrow \neg Z)$.

12. Для формулы алгебры высказываний из задания 11 найдите СДН-форму, СКН-форму с помощью таблицы истинности.

13. Найдите наипростейшую из равносильных формулу от трех переменных, которая принимает такое же значение, как и меньшинство ее аргументов.

14. Найдите все следствия из посылок: «Если у четырехугольника две противоположные стороны параллельны и они же равны, то этот четырехугольник – параллелограмм»; «У данного четырехугольника две противоположные стороны равны или параллельны». Выразите полученные следствия в содержательной форме.

15. Найдите все неравносильные между собой и не тождественно ложные формулы алгебры высказываний (посылки), зависящие от пропозициональных переменных X, Y, Z, из которых логически следует формула:
$X \Leftrightarrow Y$

16. Четверо школьников, наблюдая за движущимся на большой высоте объектом, высказали свои предположения. Первый сказал: «Высота объекта больше 10 тысяч метров или это перехватчик ПВО (противоздушной обороны) со скоростью выше скорости звука». Второй предположил: «Если высота объекта больше 10 км, то это не перехватчик ПВО и скорость объекта ниже скорости звука». Третий заявил: Это НЛО или скорость объекта больше скорости звука». Четвертый частично поддержал третьего, предположив: «Если скорость объекта больше скорости звука, то это наверняка НЛО». Если высказывания всех четырех школьников истинны, то, что это был за объект, и на какой высоте, и с какой скоростью он летел?

17. Составьте логическую задачу, которую можно решить средствами алгебры высказываний (для решения задачи вводится не менее трех переменных). Решите составленную задачу.

Вариант 3

1. Какие из следующих предложений являются высказываниями? Какие из высказываний истинные, а какие – ложные

– *Кислород – газ.*
– *Учиться интересно.*
– *Лето прекрасное время года.*
– *Картины Пикассо – слишком абстрактны.*

2. Приведите пример высказывания, в котором содержатся логические операции дизъюнкция и эквивалентность.

3. Докажите, что следующая формула выполнима не составляя для неё таблиц истинности, указав какие-нибудь значения входящих в неё пропозициональных переменных, при которых эта формула обращаются в истинное высказывание

$((P \Leftrightarrow Q) \wedge (Q \Leftrightarrow R)) \Rightarrow (P \vee R)$.

4. Применяя равносильные преобразования, приведите формулу к возможно более простой форме:
   $(R \Rightarrow \neg Q) \wedge ((\neg Q \Rightarrow P) \vee (R \Rightarrow P))$.

5. С помощью равносильных преобразований установите, выполняется ли равносильность:
   $P \Rightarrow (P \Leftrightarrow Q) \cong P \Rightarrow Q$.

6. Упростите систему истинных высказываний, т.е. найдите логически эквивалентную ей систему, состоящую из меньшего числа не более сложных высказываний:
   $A \Rightarrow B,\ A \Rightarrow (B \vee C),\ B \Rightarrow C$.

7. Проверьте, справедливо ли следующее логическое следование, руководствуясь определением этого понятия:
   $P \Rightarrow Q,\ (Q \vee R) \Rightarrow \neg P \models \neg P$.

8. Расположите формулы так, чтобы из каждой логически следовали все стоящие после нее:
   $(P \wedge Q) \Rightarrow Q,\ \neg P \Rightarrow Q,\ \neg((P \Leftrightarrow \neg Q) \Leftrightarrow Q),\ P \wedge Q,\ (\neg P \Rightarrow Q) \wedge P$.

9. Методом от противного выясните, верно ли следующее логическое следование:
   $(F \vee G) \Rightarrow (H \wedge K),\ (K \vee L) \Rightarrow M \models F \Rightarrow M$.

10. Или Анна и Антон одного возраста (A), или Анна старше Антона (B). Если Анна и Антон одного возраста, то Наташа и Антон не одного возраста (C). Если Анна старше Антона, то Антон старше Николая (D). Следует ли отсюда, что либо Наташа и Антон не одного возраста, либо Антон старше Николая?

11. Приведите равносильными преобразованиями формулу к дизъюнктивной нормальной форме, конъюнктивной нормальной форме, совершенной дизъюнктивной нормальной форме, совершенной конъюнктивной нормальной форме $((X \Rightarrow Y) \vee \neg Z) \Rightarrow (X \vee (X \Leftrightarrow Z))$.

12. Для формулы алгебры высказываний из задания 11 найдите СДН-форму, СКН-форму с помощью таблицы истинности.

13. Найдите наипростейшую из равносильных формулу от трех переменных, которая принимает значение 0 тогда и только тогда, когда по крайней мере один из первого и третьего аргументов принимает значение 0.

14. Найдите все следствия из посылок: «Если целое число делится на 2 и на 5, то оно делится на 10»; «Целое число делится на 2 и не делится на 5». Выразите полученные следствия в содержательной форме.

15. Найдите все неравносильные между собой и не тождественно ложные формулы алгебры высказываний (посылки), зависящие от пропозициональных переменных X, Y, Z, из которых логически следует формула:
$\neg(Y \vee Z) \wedge (X \Rightarrow Y)$

16. Перед началом забегов зрители обсуждали скаковые возможности трех лучших лошадей с кличками «Абрек», «Ветер», «Стрелок». - Победит или «Абрек», или «Стрелок», - сказал один болельщик. - Если «Абрек» будет вторым, то победу принесет «Ветер», - сказал другой болельщик. - Много вы понимаете в лошадях, - возмутился третий болельщик. Вторым придет или 'Ветер», или «Абрек». - А я вам скажу, - вмешался четвертый болельщик, - что если «Абрек» придет третьим, то «Стрелок» не победит. После забега выяснилось, что три лошади - «Абрек», «Ветер» и «Стрелок» - заняли три первых места, не деля между собой ни одного из мест, и что все четыре предсказания болельщиков были правильны. Как кончился забег?

17. Составьте логическую задачу, которую можно решить средствами алгебры высказываний (для решения задачи вводится не менее трех переменных). Решите составленную задачу.

Вариант 4

1. Какие из следующих предложений являются высказываниями? Какие из высказываний истинные, а какие – ложные

- *Железо тяжелее свинца.*
- *Да здравствует лето!*
- *Треугольник называется равносторонним, если все его стороны равны.*
- *Если в треугольнике все стороны равны, то он равносторонний.*

2. Приведите пример высказывания, в котором содержатся логические операции отрицание и импликация.

3. Докажите, что следующая формула выполнима не составляя для неё таблиц истинности, указав какие-нибудь значения входящих в неё пропозициональных переменных, при которых эта формула обращаются в истинное высказывание
$((P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)) \Leftrightarrow (P \Leftrightarrow Q)$.

4. Применяя равносильные преобразования, приведите следующие формулы к возможно более простой форме:
$\neg((P \Leftrightarrow \neg Q) \vee R) \wedge Q$.

5. С помощью равносильных преобразований установите, выполняется ли равносильность:
$P \vee (Q \Rightarrow R) \cong (P \vee Q) \Rightarrow (P \vee R)$.

6. Упростите систему истинных высказываний, т.е. найдите логически эквивалентную ей систему, состоящую из меньшего числа не более сложных высказываний:

$P \Rightarrow Q,\ P \vee Q,\ Q \Rightarrow P$.

7. Проверьте, справедливо ли следующее логическое следование, руководствуясь определением этого понятия:
   $P \wedge Q, \neg R \Rightarrow \neg Q \models R$.

8. Расположите формулы так, чтобы из каждой логически следовали все стоящие после нее:
   $(P \vee Q) \Leftrightarrow P,\ \neg Q \vee P,\ (\neg P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow (Q \vee P),\ P \wedge Q,\ Q \Rightarrow (Q \Rightarrow P)$.

9. Методом от противного выясните, верно ли следующее логическое следование:
   $P \Rightarrow Q,\ R \Rightarrow S,\ P \vee R \models Q \vee S$.

10. Если 6 – составное число (A), то 12 тоже составное число (B). Если 12 – составное число, то существует составное число больше, чем 12 (C). Если существует простое число больше 12, то существует составное число больше 12 (D). Если 6 делится на 2 (E), то 6 – составное число. Число 12 составное. Следует ли отсюда, что 6 – составное число?

11. Приведите равносильными преобразованиями формулу к дизъюнктивной нормальной форме, конъюнктивной нормальной форме, совершенной дизъюнктивной нормальной форме, совершенной конъюнктивной нормальной форме
    $(\neg X \wedge \neg Y) \vee (X \Leftrightarrow Z)$.

12. Для формулы алгебры высказываний из задания 11 найдите СДН-форму, СКН-форму с помощью таблицы истинности.

13. Найдите наипростейшую из равносильных формулу от трех переменных, которая принимает значение 1 тогда и только тогда, когда большинство ее аргументов принимают значение 0.

14. Найдите все следствия из посылок: «Если у четырехугольника две противоположные стороны параллельны и они же равны, то этот четырехугольник – параллелограмм»; «У данного четырехугольника две противоположные стороны равны или параллельны». Выразите полученные следствия в содержательной форме.

15. Найдите все неравносильные между собой и не тождественно ложные формулы алгебры высказываний (посылки), зависящие от пропозициональных переменных X, Y, Z, из которых логически следует формула:
    $X \wedge Y$

16. Один из 3 братьев поставил на скатерть кляксу. - Кто запачкал скатерть? - спросила бабушка. - Витя не ставил кляксу, - сказал Алеша, - Это сделал Боря. - Ну а ты что скажешь? - спросила бабушка Борю. - Это Витя поставил кляксу, - сказал Боря, - А Алеша не пачкал скатерть. - Так я и знала, что вы друг на друга сваливать будете, - рассердилась бабушка. - Ну а каков твой ответ? - спросила она Витю. - Не сердись бабуля! Я знаю, что Боря не мог

этого сделать. А я сегодня не готовил уроков - сказал Витя. Оказалось, что двое мальчиков в каждом из двух своих заявлений сказали правду, а один оба раза сказал неправду. Кто поставил на скатерть кляксу?

17. Составьте логическую задачу, которую можно решить средствами алгебры высказываний (для решения задачи вводится не менее трех переменных). Решите составленную задачу.

Вариант 5

1. Какие из следующих предложений являются высказываниями? Какие из высказываний истинные, а какие – ложные

- *В слове «весна» четыре буквы.*
- *Студент физико-математического факультета педагогического института.*
- *Треугольник ABC подобен треугольнику A'B'C'.*
- *Луна есть спутник Марса*

.

2. Приведите пример высказывания, в котором содержатся логические операции отрицание и эквивалентность.

3. Докажите, что следующая формула выполнима не составляя для неё таблиц истинности, указав какие-нибудь значения входящих в неё пропозициональных переменных, при которых эта формула обращаются в истинное высказывание
$(P \wedge Q) \Rightarrow ((R \vee Q) \Rightarrow (Q \wedge \neg Q))$.

4. Применяя равносильные преобразования, приведите следующие формулы к возможно более простой форме:
$((X \Rightarrow (Y \wedge Z)) \Rightarrow (\neg Y \Rightarrow \neg X)) \Rightarrow \neg Y$.

5. С помощью равносильных преобразований установите, выполняется ли равносильность:
$P \Rightarrow (Q \wedge R) \cong (P \Rightarrow Q) \wedge (P \Rightarrow R)$.

6. Упростите систему истинных высказываний, т.е. найдите логически эквивалентную ей систему, состоящую из меньшего числа не более сложных высказываний:
$P \Rightarrow Q,\ Q \Rightarrow \neg P,\ R \Rightarrow P$.

7. Проверьте, справедливо ли следующее логическое следование, руководствуясь определением этого понятия:
$P,\ R \Rightarrow \neg(P \vee Q) \models \neg R$.

8. Расположите формулы так, чтобы из каждой логически следовали все стоящие после нее:
$P \Leftrightarrow Q,\ \neg(P \vee Q),\ \neg(P \Rightarrow (\neg P \Rightarrow Q)),\ \neg P \Rightarrow (P \Rightarrow Q),\ Q \Rightarrow (P \vee \neg Q)$.

9. Методом от противного выясните, верно ли следующее логическое следование:
$(P \vee Q) \Rightarrow (R \wedge S),\ (S \vee K) \Rightarrow L \models P \Rightarrow L$.

10. Если я поеду автобусом (A), а автобус опоздает (B), то я пропущу назначенное свидание (C). Если я пропущу назначенное свидание и начну огорчаться (D), то мне не следует ехать домой (E). Если я не получу работу (P), то я начну огорчаться и мне следует поехать домой. Следует ли тогда, что если я поеду автобусом, и автобус опоздает, то я получу работу?

11. Приведите равносильными преобразованиями формулу к дизъюнктивной нормальной форме, конъюнктивной нормальной форме, совершенной дизъюнктивной нормальной форме, совершенной конъюнктивной нормальной форме
$(X \Leftrightarrow Y) \Rightarrow (X \wedge Z)$.

12. Для формулы алгебры высказываний из задания 11 найдите СДН-форму, СКН-форму с помощью таблицы истинности.

13. Найдите наипростейшую из равносильных формулу от трех переменных, которая принимает значение 0 тогда и только тогда, когда большинство ее аргументов принимают значение 1.

14. Найдите все следствия из посылок: «Если целое число делится на 2 и на 5, то оно делится на 10»; «Целое число делится на 2 и не делится на 5». Выразите полученные следствия в содержательной форме.

15. Найдите все неравносильные между собой и не тождественно ложные формулы алгебры высказываний (посылки), зависящие от пропозициональных переменных X, Y, Z, из которых логически следует формула:
$\neg X \wedge \neg Y$

16. Один из знатоков алгебры логики, приглашая к себе в гости приятеля, решил проверить его способности в решении логических задач. Он так охарактеризовал принцип действия своего четырехкнопочного кодового замка: «Замок открывается, если выполняются следующие четыре условия:
– если не нажата кнопка 3, то нужно нажать кнопку 1 и не нажимать кнопку 4;
– если нажать кнопку 4, то нужно нажать кнопку 3 и не нажимать кнопку 2;
– не верно, что нужно нажать кнопку 2 или не нажимать кнопку 3, и все это при том, что не нажата кнопка 4;
– не нажимая кнопку 4, нажать кнопку 1 и кнопку 3».
Приятель знатока решил задачу. Чему равно это решение?

17. Составьте логическую задачу, которую можно решить средствами алгебры высказываний (для решения задачи вводится не менее трех переменных). Решите составленную задачу.

Вариант 6

1. Какие из следующих предложений являются высказываниями? Какие из высказываний истинные, а какие – ложные

– *Число n делится на 2 или на 3».*
– *Этот треугольник равнобедренный и прямоугольный.*
– *x < 2, x ∈R (Вещественное число x меньше двух).*
– *На контрольной работе каждый ученик писал своей ручкой.*

2. Приведите пример высказывания, в котором содержатся логические операции конъюнкция и эквивалентность.

3. Докажите, что следующая формула опровержима не составляя для неё таблиц истинности, указав какие-нибудь значения входящих в неё пропозициональных переменных, при которых эта формула обращаются в ложное высказывание
$(((P \Rightarrow Q) \Rightarrow (R \Rightarrow Q)) \Rightarrow (R \Rightarrow P)) \Rightarrow (P \Rightarrow R)$.

4. Применяя равносильные преобразования, приведите следующие формулы к возможно более простой форме:
$((X \Rightarrow Y) \wedge (Y \Rightarrow \neg X)) \Rightarrow (Z \Rightarrow X)$.

5. С помощью равносильных преобразований установите, выполняется ли равносильность:
$P \Rightarrow (P \wedge Q) \cong P \Rightarrow Q$.

6. Для системы высказываний найдите логически эквивалентную ей, но более простую систему высказываний, если известно, что в данной системе по меньшей мере одно высказывание истинно:
$A \wedge B \wedge \neg C,\ \neg(A \Rightarrow B) \wedge \neg C,\ \neg A \wedge \neg(B \Rightarrow C)$.

7. Проверьте, справедливо ли следующее логическое следование, руководствуясь определением этого понятия:
$(P \wedge Q) \Rightarrow R,\ \neg Q \models \neg R$.

8. Расположите формулы так, чтобы из каждой логически следовали все стоящие после нее:
$P \Rightarrow Q,\ \neg P \wedge \neg Q,\ P \Rightarrow (Q \Rightarrow (P \wedge Q)),\ \neg P \vee Q,\ P \Leftrightarrow Q$.

9. Методом от противного выясните, верно ли следующее логическое следование:
$F \Rightarrow G,\ \neg K \Rightarrow \neg L,\ S \Rightarrow H,\ \neg F \Rightarrow \neg K,\ H \Rightarrow L \models S \Rightarrow G$.

10. Саша или подготовит доклад по литературе (A), или реферат по истории (B). Если подготовит доклад по литературе, то он получит отличную отметку (C). Он не получил отличную отметку. Следует ли отсюда, что он не подготовил реферат по истории?

11. Приведите равносильными преобразованиями формулу к дизъюнктивной нормальной форме, конъюнктивной нормальной форме, совершенной дизъюнктивной нормальной форме, совершенной конъюнктивной нормальной форме
$(X \vee \neg(Y \Rightarrow Z)) \wedge (X \vee Z)$.

12. Для формулы алгебры высказываний из задания 11 найдите СДН-форму, СКН-форму с помощью таблицы истинности.

13. Найдите наипростейшую из равносильных формулу от трех переменных, которая принимает значение 1 тогда и только тогда, когда принимают значение 1 первый аргумент и один и только один из двух оставшихся.

14. Найдите все следствия из посылок: «Если у четырехугольника две противоположные стороны параллельны и они же равны, то этот четырехугольник – параллелограмм»; «У данного четырехугольника две противоположные стороны равны или параллельны». Выразите полученные следствия в содержательной форме.

15. Найдите все неравносильные между собой и не тождественно ложные формулы алгебры высказываний (посылки), зависящие от пропозициональных переменных X, Y, Z, из которых логически следует формула:
$Y \wedge \neg Z$

16. Четверо друзей – Андрей, Борис, Сергей и Дмитрий – решили пойти на рыбалку. Но Дмитрий в последний момент отказался и высказал следующие предположения:
– Андрей не пойдет на рыбалку, но Борис обязательно пойдет.
– Не верно, что пойдут Андрей и Сергей.
– Борис пойдет на рыбалку или не пойдет Сергей.
– Если пойдет Борис, то пойдет на рыбалку и Сергей.
Если предположить, что все высказывания Дмитрия оказались истинными, кто пошел на рыбалку?

17. Составьте логическую задачу, которую можно решить средствами алгебры высказываний (для решения задачи вводится не менее трех переменных). Решите составленную задачу.

Вариант 7

1. Какие из следующих предложений являются высказываниями? Какие из высказываний истинные, а какие – ложные
   - *Картины Пикассо – слишком абстрактны.*
   - *Солнце есть спутник Земли*.
   - *2+3<4*.
   - *В романе Л.Н. Толстого «Война и мир» 3 432 536 слов*.

2. Приведите пример высказывания, в котором содержатся логические операции конъюнкция и дизъюнкция.

3. Докажите, что следующая формула опровержима не составляя для неё таблиц истинности, указав какие-нибудь значения входящих в неё пропозициональных переменных, при которых эта формула обращаются в ложное высказывание
$((\neg P \Rightarrow P) \Rightarrow P) \Rightarrow \neg((\neg Q \Rightarrow \neg P) \Rightarrow ((\neg Q \Rightarrow P) \Rightarrow Q))$.

4. Применяя равносильные преобразования, приведите следующие формулы к возможно более простой форме:
$\neg(\neg(\neg(X \wedge Y) \Rightarrow Y) \Rightarrow (\neg X \wedge Z))$.

5. С помощью равносильных преобразований установите, выполняется ли равносильность:
$P \Rightarrow (P \vee Q) \cong P \Rightarrow Q$.

6. Для системы высказываний найдите логически эквивалентную ей, но более простую систему высказываний, если известно, что в данной системе по меньшей мере одно высказывание истинно:
$P \Rightarrow Q,\ \neg(Q \Rightarrow P),\ P \wedge Q$.

7. Проверьте, справедливо ли следующее логическое следование, руководствуясь определением этого понятия:
$P \Rightarrow Q, \neg P \Rightarrow Q \models Q$.

8. Расположите формулы так, чтобы из каждой логически следовали все стоящие после нее:
$(P \Rightarrow Q) \vee P,\ \neg(P \Rightarrow Q) \wedge \neg(Q \Rightarrow P),\ \neg(P \Leftrightarrow Q),\ \neg(P \wedge Q),\ \neg P \wedge Q$.

9. Методом от противного выясните, верно ли следующее логическое следование:
$F \Rightarrow G,\ K \Rightarrow L,\ K \vee F \models G \vee L$.

10. Если Александр выиграет шахматный турнир (A), то он будет доволен (B). Если же выиграет Станислав (C), то будет доволен он (D). Выиграет или Александр, или Станислав. Однако если выиграет Александр, то Станислав не будет доволен, а если выиграет Станислав, то не будет доволен Александр. Вытекает ли отсюда, что Александр будет доволен тогда и только тогда, когда не будет доволен Станислав?

11. Приведите равносильными преобразованиями формулу к дизъюнктивной нормальной форме, конъюнктивной нормальной форме, совершенной дизъюнктивной нормальной форме, совершенной конъюнктивной нормальной форме
$((Z \Rightarrow Y) \Rightarrow X) \Rightarrow (Z \Rightarrow \neg X)$.

12. Для формулы алгебры высказываний из задания 11 найдите СДН-форму, СКН-форму с помощью таблицы истинности.

13. Найдите наипростейшую из равносильных формулу от трех переменных, которая принимает значение 1 тогда и только тогда, когда либо первый ее аргумент равен 1, либо все аргументы равны 0.

14. Найдите все следствия из посылок: «Если целое число делится на 2 и на 5, то оно делится на 10»; «Целое число делится на 2 и не делится на 5». Выразите полученные следствия в содержательной форме.

15. Найдите все неравносильные между собой и не тождественно ложные формулы алгебры высказываний (посылки), зависящие от пропозициональных переменных X, Y, Z, из которых логически следует формула:
$Y \wedge Z$

16. Один из знатоков алгебры логики, приглашая к себе в гости приятеля, решил проверить его способности в решении логических задач. Он так охарактеризовал принцип действия своего четырехкнопочного кодового замка: «Замок открывается, если выполняются следующие четыре условия:
– если не нажата кнопка 3, то нужно нажать кнопку 1 и не нажимать кнопку 4;
– если нажать кнопку 4, то нужно нажать кнопку 3 и не нажимать кнопку 2;
– не верно, что нужно нажать кнопку 2 или не нажимать кнопку 3, и все это при том, что не нажата кнопка 4;
– не нажимая кнопку 4, нажать кнопку 1 и кнопку 3».
Приятель знатока решил задачу. Чему равно это решение?

17. Составьте логическую задачу, которую можно решить средствами алгебры высказываний (для решения задачи вводится не менее трех переменных). Решите составленную задачу.

Вариант 8

1. Какие из следующих предложений являются высказываниями? Какие из высказываний истинные, а какие – ложные
   - *Кошка доброе животное.*
   - *Борисоглебск город с населением более 100000 человек.*
   - *Автомобили серебристого цвета самые красивые.*
   - *Изобретение кассового аппарата принадлежит Джеймсу Ритти из города Дайтон (штат Огайо).*

2. Приведите пример высказывания, в котором содержатся логические операции конъюнкция и эквивалентность.

3. Докажите, что следующая формула опровержима не составляя для неё таблиц истинности, указав какие-нибудь значения входящих в неё пропозициональных переменных, при которых эта формула обращаются в ложное высказывание
$((X \vee Y) \wedge ((Y \vee Z) \wedge (Z \vee X))) \Rightarrow ((X \wedge Y) \wedge Z)$.

4. Применяя равносильные преобразования, приведите следующие формулы к возможно более простой форме:
$(X \Rightarrow Z) \Rightarrow ((X \vee Y) \Rightarrow (\neg Z \vee Y))$.

5. С помощью равносильных преобразований установите, выполняется ли равносильность:
$(P \Rightarrow Q) \vee R \cong (P \vee R) \Rightarrow (Q \vee R)$.

6. Для системы высказываний найдите логически эквивалентную ей, но более простую систему высказываний, если известно, что в данной системе по меньшей мере одно высказывание истинно:
$\neg A \wedge C,\ A \Rightarrow B,\ B \vee (A \Rightarrow C)$.

7. Проверьте, справедливо ли следующее логическое следование, руководствуясь определением этого понятия:
$P \Rightarrow Q, \neg P \Rightarrow Q \models Q$.

8. Расположите формулы так, чтобы из каждой логически следовали все стоящие после нее:
$P \vee Q, \neg(P \Rightarrow (Q \Rightarrow P)), \neg(\neg P \wedge \neg Q), \neg P \Leftrightarrow Q,\ \neg P \wedge Q$.

9. Методом от противного выясните, верно ли следующее логическое следование:
$(P \vee Q) \Rightarrow (R \Rightarrow S),\quad \neg P \wedge \neg Q \models R \vee \neg S$.

10. Или Ирина и Сергей одного роста (A), или Ирина выше Сергея (B). Если Ирина и Сергей одного роста, то Олег и Сергей не одного роста (C). Если Ирина выше Сергея, то Сергей выше Владимира (D). Следует ли отсюда, что либо Олег и Сергей не одного роста, либо Сергей выше Владимира?

11. Приведите равносильными преобразованиями формулу к дизъюнктивной нормальной форме, конъюнктивной нормальной форме, совершенной дизъюнктивной нормальной форме, совершенной конъюнктивной нормальной форме
$(Y \Rightarrow Z) \Rightarrow ((X \Rightarrow Y) \Rightarrow \neg Z)$.

12. Для формулы алгебры высказываний из задания 11 найдите СДН-форму, СКН-форму с помощью таблицы истинности.

13. Найдите наипростейшую из равносильных формулу от трех переменных, которая принимает значение 1 тогда и только тогда, когда либо первый ее аргумент равен 1, либо все аргументы равны 1.

14. Найдите все следствия из посылок: «Если у четырехугольника две противоположные стороны параллельны и они же равны, то этот четырехугольник – параллелограмм»; «У данного четырехугольника две противоположные стороны равны или параллельны». Выразите полученные следствия в содержательной форме.

15. Найдите все неравносильные между собой и не тождественно ложные формулы алгебры высказываний (посылки), зависящие от пропозициональных переменных X, Y, Z, из которых логически следует формула:
$\neg(Z \vee Y)$

16. Четверо школьников, наблюдая за движущимся на большой высоте объектом, высказали свои предположения. Первый сказал: «Высота объекта больше 10 тысяч метров или это перехватчик ПВО (противовоздушной обороны) со скоростью выше скорости звука». Второй предположил: «Если высота объек-

та больше 10 км, то это не перехватчик ПВО и скорость объекта ниже скорости звука». Третий заявил: Это НЛО или скорость объекта больше скорости звука». Четвертый частично поддержал третьего, предположив: «Если скорость объекта больше скорости звука, то это наверняка НЛО». Если высказывания всех четырех школьников истинны, то, что это был за объект и на какой высоте и с какой скоростью он летел?

17. Составьте логическую задачу, которую можно решить средствами алгебры высказываний (для решения задачи вводится не менее трех переменных). Решите составленную задачу.

Вариант 9

1. Какие из следующих предложений являются высказываниями? Какие из высказываний истинные, а какие – ложные.
   - *Если в треугольнике все стороны равны, то он равносторонний.*
   - *Осень хорошее время года.*
   - *В романе А.С.Пушкина «Евгений Онегин» 136245 букв.*
   - *Река Ангара впадает в Белое море.*

2. Приведите пример высказывания, в котором содержатся логические операции дизъюнкция и эквивалентность.

3. Докажите, что следующая формула опровержима не составляя для неё таблиц истинности, указав какие-нибудь значения входящих в неё пропозициональных переменных, при которых эта формула обращаются в ложное высказывание
   $((X \vee Y) \wedge ((Y \vee Z) \wedge (Z \vee X))) \Rightarrow ((X \wedge Y) \wedge Z)$.

4. Применяя равносильные преобразования, приведите следующие формулы к возможно более простой форме:
   $(P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)) \wedge (P \Rightarrow Q) \wedge P \wedge \neg R$.

5. С помощью равносильных преобразований установите, выполняется ли равносильность:
   $(P \Rightarrow Q) \wedge R \cong (P \wedge R) \Rightarrow (Q \wedge R)$.

6. Для системы высказываний найдите логически эквивалентную ей, но более простую систему высказываний, если известно, что в данной системе по меньшей мере одно высказывание истинно:
   $\neg A \vee B,\ A \Leftrightarrow B$.

7. Докажите, что справедливо следующие логическое следования, руководствуясь определением этого понятия; выясните, будут ли верны обратные следования, т.е. будет ли формула, стоящая слева, логическим следствием формулы справа:
   $P \wedge \neg Q \models (\neg P \vee Q) \Rightarrow \neg Q$.

8. Расположите формулы так, чтобы из каждой логически следовали все стоящие после нее:

$X \wedge Y,\ (\neg Y \Rightarrow \neg X) \vee \neg X,\ (\neg X \Rightarrow Y) \vee \neg X,\ \neg X \Leftrightarrow \neg Y,\ X \Rightarrow Y.$

9. Методом от противного выясните, верно ли следующее логическое следование:
   $P \Rightarrow Q,\ R \Rightarrow S,\ \neg Q \wedge \neg S \models P \Rightarrow \neg Q.$

10. Если 4 – составное число (A), то 8 тоже составное число (B). Если 8 – составное число, то существует составное число больше, чем 8 (C). Если существует простое число больше 8, то существует составное число больше 8 (D). Если 4 делится на 2 (E), то 4 – составное число. Число 8 составное. Следует ли отсюда, что 4 – составное число?

11. Приведите равносильными преобразованиями формулу к дизъюнктивной нормальной форме, конъюнктивной нормальной форме, совершенной дизъюнктивной нормальной форме, совершенной конъюнктивной нормальной форме
   $(X \wedge Z) \Rightarrow \neg(X \Leftrightarrow Y).$

12. Для формулы алгебры высказываний из задания 11 найдите СДН-форму, СКН-форму с помощью таблицы истинности.

13. Найдите наипростейшую из равносильных формулу от трех переменных, которая принимает значение 0 тогда и только тогда, когда точно два ее аргумента принимают значение 0.

14. Найдите все следствия из посылок: «Если целое число делится на 2 и на 5, то оно делится на 10»; «Целое число делится на 2 и не делится на 5». Выразите полученные следствия в содержательной форме.

15. Найдите все неравносильные между собой и не тождественно ложные формулы алгебры высказываний (посылки), зависящие от пропозициональных переменных X, Y, Z, из которых логически следует формула:
   $\neg X \Leftrightarrow Y$

16. Обсуждая конструкцию нового трёхмоторного самолёта, трое конструкторов поочередно высказали следующие предположения:

1) при отказе второго двигателя надо приземляться, а при отказе третьего можно продолжать полёт;

2) при отказе первого двигателя лететь можно, или при отказе третьего двигателя лететь нельзя;

3) при отказе третьего двигателя лететь можно, но при отказе хотя бы одного из остальных надо садиться.

Лётные испытания подтвердили правоту каждого из конструкторов. Определите, при отказе какого из двигателей нельзя продолжать полёт.

17. Составьте логическую задачу, которую можно решить средствами алгебры высказываний (для решения задачи вводится не менее трех переменных). Решите составленную задачу.

Вариант 10

1. Какие из следующих предложений являются высказываниями? Какие из высказываний истинные, а какие – ложные

– $2+\sqrt{3}-\sqrt[3]{5}$

– *Обезьяна самое большое животное на планете.*

– *Все люди любят слушать музыку.*

– *Зима лучшее время года.*

2. Приведите пример высказывания, в котором содержатся логические операции отрицание и эквивалентность.

3. Докажите, что следующая формула опровержима не составляя для неё таблиц истинности, указав какие-нибудь значения входящих в неё пропозициональных переменных, при которых эта формула обращаются в ложное высказывание
$(X \vee Y) \Rightarrow ((\neg X \wedge Y) \vee (X \wedge \neg Y))$.

4. Применяя равносильные преобразования, приведите следующие формулы к возможно более простой форме:
$(P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)) \wedge (P \Rightarrow Q) \wedge P \wedge \neg R$.

5. С помощью равносильных преобразований установите, выполняется ли равносильность:
$P \vee Q \cong (\neg P \wedge (Q \Rightarrow \neg Q))$.

6. Для системы высказываний найдите логически эквивалентную ей, но более простую систему высказываний, если известно, что в данной системе по меньшей мере одно высказывание истинно:
$A \Rightarrow B,\ B \vee C,\ A \wedge C$.

7. Проверьте, справедливо ли следующее логическое следование, руководствуясь определением этого понятия:
$P \Rightarrow Q,\ P \vee R \models (P \vee R) \Rightarrow (P \wedge Q)$.

8. Расположите формулы так, чтобы из каждой логически следовали все стоящие после нее:
$\neg(X \Rightarrow (\neg X \Rightarrow Y)),\ \ \neg(X \vee Y),\ \ \neg X \Rightarrow (X \Rightarrow Y),\ Y \Rightarrow (X \vee \neg Y),\ \ X \Leftrightarrow Y$.

9. Методом от противного выясните, верно ли следующее логическое следование:
$P \Rightarrow Q,\ R \Rightarrow S, \neg P \vee \neg R \models \neg Q \vee \neg S$.

10. Если я поеду на машине (A), и попаду в «пробку» (B), то я пропущу назначенное свидание (C). Если я пропущу назначенное свидание и начну огорчаться (D), то мне не следует ехать домой (E). Если я не получу работу (P), то я начну огорчаться и мне следует поехать домой. Следует ли тогда, что если я поеду на машине и попаду в «пробку», то я получу работу?

11. Приведите равносильными преобразованиями формулу к дизъюнктивной нормальной форме, конъюнктивной нормальной форме, совершенной дизъ-

юнктивной нормальной форме, совершенной конъюнктивной нормальной форме
$((X \Rightarrow Y) \vee \neg Z) \Rightarrow ((X \Rightarrow Y) \vee (X \Leftrightarrow Z))$.

12. Для формулы алгебры высказываний из задания 11 найдите СДН-форму, СКН-форму с помощью таблицы истинности.

13. Найдите наипростейшую из равносильных формулу от трех переменных, которая принимает значение 1 тогда и только тогда, когда точно два ее аргумента принимают значение 1.

14. Найдите все следствия из посылок: «Если у четырехугольника две противоположные стороны параллельны и они же равны, то этот четырехугольник – параллелограмм»; «У данного четырехугольника две противоположные стороны равны или параллельны». Выразите полученные следствия в содержательной форме.

15. Найдите все неравносильные между собой и не тождественно ложные формулы алгебры высказываний (посылки), зависящие от пропозициональных переменных X, Y, Z, из которых логически следует формула:
$\neg Z \Leftrightarrow Y$

16. Виновник ночного дорожно-транспортного происшествия скрылся с места аварии. Первый из опрошенных свидетелей сказал работникам ГАИ, что это была «Lada Largus», первая цифра номера машины — единица. Второй свидетель сказал, что машина была марки «Lada Priora», а номер начинался с семёрки. Третий свидетель заявил, что машина была иностранная, номер начинался не с единицы. При дальнейшем расследовании выяснилось, что каждый из свидетелей правильно указал либо только марку машины, либо только первую цифру номера. Какой марки была машина, и с какой цифры начинался номер?
17. Составьте логическую задачу, которую можно решить средствами алгебры высказываний (для решения задачи вводится не менее трех переменных). Решите составленную задачу.

Тема «Булевы функции»

Вариант №1

1. Построив соответствующую таблицу значений, выясните, равны ли следующие булевы функции
$f(x,y,z) = ((x \vee y)' \downarrow z') \vee xz' \vee (z(y \vee z'))$, $g(x,y,z) = x \vee z$.

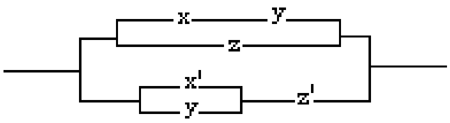
2. Выясните, линейна ли следующая булева функция
$x'(y+z) \vee ((x \vee y \vee z) \rightarrow x'yz)$.

3. Выясните, самодвойственна ли следующая булева функция
$xz + (x+z)(y+1)$.

4. Выясните, монотонна ли следующая булева функция
$xyz + x' + yz'$.

5. Постройте релейно-контактную схему с заданной функцией проводимости: $(xy \to x' y)(x \vee zy)$.

6. Упростите релейно-контактную схему:



7. Постройте релейно-контактную схему с четырьмя переключателями, которая проводит ток, тогда и только тогда, когда замкнуты два или три из ее переключателей.

8. Используя теорему Поста, исследуйте на полноту систему булевых функций $\{+,\ \bullet,\ 0\}$

Вариант №2

1. Построив соответствующую таблицу значений, выясните, равны ли следующие булевы функции $f(x,y,z) = (xy + xz) \vee yz, \quad g(x,y,z) = (x+y)z \vee zy$.

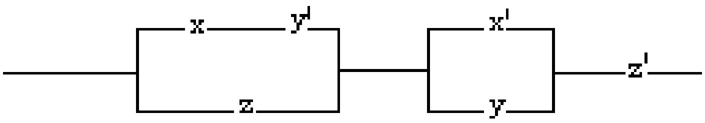
2. Выясните, линейна ли следующая булева функция $x' y' z' \vee x' y' z \vee xyz' \vee xyz'$.

3. Выясните, самодвойственна ли следующая булева функция $((x \vee y \vee z) \to x' yz) \vee x(y + z + 1)$.

4. Выясните, монотонна ли следующая булева функция $xyz + x + yz$.

5. Постройте релейно-контактную схему с заданной функцией проводимости: $(x \to y) \to x'(y \vee z)$.

6. Упростите релейно-контактную схему:



7. Постройте по возможности более простую релейно-контактную схему с четырьмя переключателями, которая проводит ток, тогда и только тогда, когда замкнуты большинство из ее переключателей.

8. Используя теорему Поста, исследуйте на полноту систему булевых функций $\{\leftrightarrow,\ \vee,\ 0\}$

Вариант №3

1. Построив соответствующую таблицу значений, выясните, равны ли следующие булевы функции

$$f(x,y,z) = ((y' + x) + z(x + y'))', \quad g(x,y,z) = z' \to (y \to x)'.$$

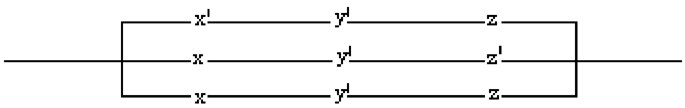
2. Выясните, линейна ли следующая булева функция
   $x'y'z' \vee x'yz' \vee xyz' \vee xyz$.

3. Выясните, самодвойственна ли следующая булева функция
   $(x \to y)'(z \to x) \vee (x \vee y)'(z \to x)$.

4. Выясните, монотонна ли следующая булева функция
   $xyz \vee (xy + xyz)$.

5. Постройте релейно-контактную схему с заданной функцией проводимости:
   $(x \to (y \to z)) \to (y \to (x + 1))$.

6. Упростите релейно-контактную схему:



7. Постройте по возможности более простую релейно-контактную схему с четырьмя переключателями, которая проводит ток, тогда и только тогда, когда замкнут первый или третий из ее переключателей.

8. Используя теорему Поста, исследуйте на полноту систему булевых функций
   $\{\to, \ \bullet, \ 0\}$

Вариант №4

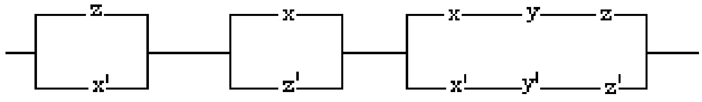
1. Построив соответствующую таблицу значений, выясните, равны ли следующие булевы функции
   $f(x,y,z) = x(y \downarrow y) \vee (x|x)y \vee x'z', \quad g(x,y,z) = (x' \vee y')(x \vee y \vee z')$.
2. Выясните, линейна ли следующая булева функция
   $(x \vee y \vee z')(x \vee y' \vee z') \vee (x' \vee y \vee z') \vee (x' \vee y' \vee z)$.

3. Выясните, самодвойственна ли следующая булева функция
   $((x \to y) + 1)(z + 1) \vee xy'z$.

4. Выясните, монотонна ли следующая булева функция
   $xy(z + 1) + z$.

5. Постройте релейно-контактную схему с заданной функцией проводимости:
   $(x|y') \to ((x \vee y)|(y \vee z))$.

6. Упростите релейно-контактную схему:



7. Постройте по возможности более простую релейно-контактную схему с четырьмя переключателями, которая проводит ток, тогда и только тогда, когда замкнут либо ровно один, либо ровно два переключателя.

8. Используя теорему Поста, исследуйте на полноту систему булевых функций $\{+,\ \bullet,\ \leftrightarrow\}$

Вариант №5

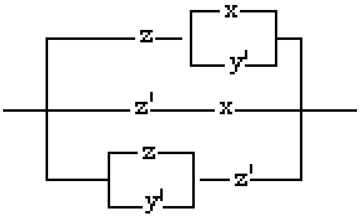
1. Построив соответствующую таблицу значений, выясните, равны ли следующие булевы функции
$f(x,y,z) = ((x \downarrow x) \vee y) \Rightarrow z,\quad g(x,y,z) = x \Rightarrow (yz + y + 1).$

2. Выясните, линейна ли следующая булева функция
$x(y \to z) \vee (x'y \vee xy')(z+1).$

3. Выясните, самодвойственна ли следующая булева функция
$xyz \vee x'yz' \vee x'(y+1)z' \vee xy'(z+1).$

4. Выясните, монотонна ли следующая булева функция
$xyz' + ((x \to z) + y).$

5. Постройте релейно-контактную схему с заданной функцией проводимости:
$(xy + z) \to x'z.$
6. Упростите релейно-контактную схему:



7. Постройте по возможности более простую релейно-контактную схему с четырьмя переключателями, которая проводит ток, тогда и только тогда, когда замкнуты либо ровно два, либо ровно три ее переключателя.

8. Используя теорему Поста, исследуйте на полноту систему булевых функций $\{+,\ \vee,\ \leftrightarrow\}$

Вариант №6

1. Построив соответствующую таблицу значений, выясните, равны ли следующие булевы функции
$f(x,y,z) = (x + z') \downarrow (y + x'z)',\quad g(x,y,z) = y + (z \to x)'.$

2. Выясните, линейна ли следующая булева функция
$(yz' + x) \to (x \leftrightarrow xy')'.$

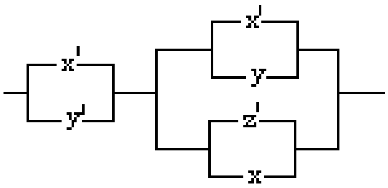
3. Выясните, самодвойственна ли следующая булева функция
$(x+1)(y \to (z+1)) \vee (x+y)z.$

4. Выясните, монотонна ли следующая булева функция

$(x\vee y\vee z)((x+1)\vee y\vee z)((x'\to y)'\vee z)$.

5. Постройте релейно-контактную схему с заданной функцией проводимости: $(x\to(y'\vee z))\to(y\to x')$.

6. Упростите релейно-контактную схему:



7. Постройте по возможности более простую релейно-контактную схему с четырьмя переключателями, которая проводит ток, тогда и только тогда, когда замкнуты либо ровно два, либо ровно три ее переключателя.

8. Используя теорему Поста, исследуйте на полноту систему булевых функций $\{+,\ \vee,\ 1\}$

Вариант №7

1. Построив соответствующую таблицу значений, выясните, равны ли следующие булевы функции $f(x,y,z)=(x+y)|(x+z),\quad g(x,y,z)=xyz+x'y'z'$.

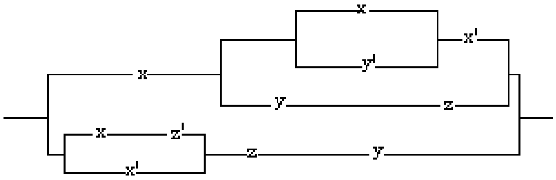
2. Выясните, линейна ли следующая булева функция $(x+y)\vee z\vee(x'y'\vee xy)z$.

3. Выясните, самодвойственна ли следующая булева функция $x'yz\vee xy'z\vee xy(z+1)$.

4. Выясните, монотонна ли следующая булева функция $xy(z+1)'+x(y+1)'+xz$.

5. Постройте релейно-контактную схему с заданной функцией проводимости: $(xy\to x'y)(x\vee zy)$.

6. Упростите релейно-контактную схему:



7. Постройте по возможности более простую релейно-контактную схему с четырьмя переключателями, которая проводит ток, тогда и только тогда, когда замкнут либо первый, либо второй ее переключатель.

8. Используя теорему Поста, исследуйте на полноту систему булевых функций $\{|\ ,\ \vee,\ 1\}$

Вариант №8

1. Построив соответствующую таблицу значений, выясните, равны ли следующие булевы функции
   $f(x,y,z)=\left((x\vee y)' \,|\, z'\right)\to\left((x\vee y)'\downarrow(x\vee z)'\right)$, $g(x,y,z)=x\vee(y\leftrightarrow z)$.

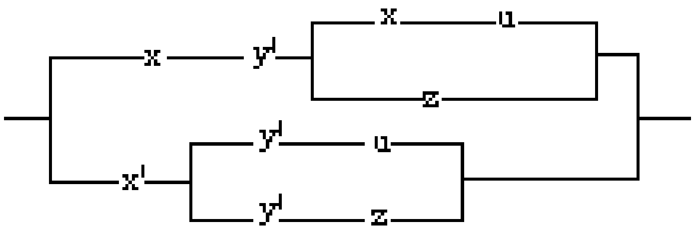
2. Выясните, линейна ли следующая булева функция
   $x'\left((y\vee z')\to yz'\right)\vee(xy+xz+x)$.

3. Выясните, самодвойственна ли следующая булева функция
   $(x'\vee y')'+(x'\vee z')'+(y'\vee z')'+(y'\vee z)(y\vee z')$.

4. Выясните, монотонна ли следующая булева функция
   $(x\vee y\vee z)(x\vee y'\vee z)(x\vee y\vee z')$.

5. Постройте релейно-контактную схему с заданной функцией проводимости:
   $(xy+z)\to x'z$.

6. Упростите релейно-контактную схему:



7. Постройте по возможности более простую релейно-контактную схему с четырьмя переключателями, которая проводит ток, тогда и только тогда, когда замкнут либо третий, либо четвертый ее переключатель.

8. Используя теорему Поста, исследуйте на полноту систему булевых функций
   $\{\downarrow,\ \bullet,\ 0\}$

Вариант №9

1. Построив соответствующую таблицу значений, выясните, равны ли следующие булевы функции
   $f(x,y,z)=(x'\vee y)'\downarrow(y\vee z)'$, $g(x,y,z)=(x\vee y\vee z)(x'\vee y\vee z)(x'\vee y\vee z')$.

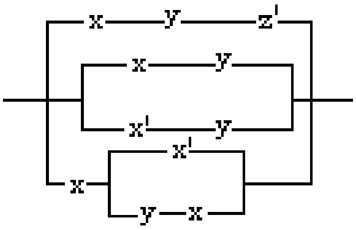
2. Выясните, линейна ли следующая булева функция
   $(yz'+x)\to\left(x\leftrightarrow x(y+1)\right)'$.

3. Выясните, самодвойственна ли следующая булева функция
   $(x+1)y\vee x'z'\vee y(z+1)$.

4. Выясните, монотонна ли следующая булева функция
   $\left((x'\to y)'\to z\right)\left((x\to y)'\to z\right)\left((x'\to y)'\to z'\right)$.

5. Постройте релейно-контактную схему с заданной функцией проводимости:
   $(x|y')\to\left((x\vee y)|(y\vee z)\right)$.

6. Упростите релейно-контактную схему:



7. Постройте по возможности более простую релейно-контактную схему с четырьмя переключателями, которая проводит ток, тогда и только тогда, когда замкнут первый и не замкнут четвертый ее переключатель.

8. Используя теорему Поста, исследуйте на полноту систему булевых функций $\{\to,\ \vee,\ 1\}$

Вариант №10

1. Построив соответствующую таблицу значений, выясните, равны ли следующие булевы функции
$f(x,y,z)=((x\vee y)\vee z)\to((x'|y')(x'|z'))$, $g(x,y,z)=x'|(y\leftrightarrow z)'$.

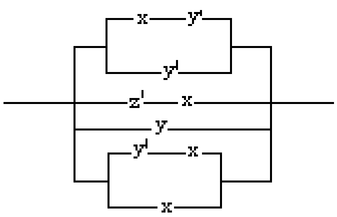
2. Выясните, линейна ли следующая булева функция
$((x\vee y\vee z')\to xy'z')\vee(x'z\vee xz')y$.

3. Выясните, самодвойственна ли следующая булева функция
$(x'\vee z)y'\vee(x'\vee y)z'\vee x'yz$.

4. Выясните, монотонна ли следующая булева функция
$x'y'z\vee xy'z\vee x'yz\vee xyz$.

5. Постройте релейно-контактную схему с заданной функцией проводимости:
$(x\to y)\to x'(y\vee z)$.

6. Упростите релейно-контактную схему:



7. Постройте по возможности более простую релейно-контактную схему с четырьмя переключателями, которая проводит ток, тогда и только тогда, когда замкнут второй и не замкнут первый ее переключатель.

8. Используя теорему Поста, исследуйте на полноту систему булевых функций $\{\to,\ \leftrightarrow,\ 0\}$

Тема «Логика предикатов»

Вариант №1

1. Приведите пример:
   - одноместного предиката;
   - двухместного предиката;
   - трехместного предиката

2. Какие из следующих выражений являются предикатами:
   - «x делится на 5» ($x \in N$);
   - «x2+2x+4» ($x \in R$).

3. Изобразите на координатной плоскости множество истинности двухместного предиката, заданного на множестве действительных чисел R:
   $\left(x^2 + y^2 < 16\right) \Rightarrow \left(xy < -4\right)$

4. Определить, являются ли предикаты равносильными, или один из них есть следствие другого, или они не связаны отношением логического следования.
   «$x^2<y$», «$y \geq 0$»

5. Записать символически на языке логики предикатов следующее предложение:
   Все змеи ядовиты.

6. Придайте следующим формулам указанные интерпретации и определите истинностные значения получающихся высказываний:
   $(\exists x)(P(x)) \wedge (\exists x)(Q(x)),\ M = N,\ P(x)\,"x < 5",\ Q(x)\,"x > 6"$.

7. Определите, является ли формула выполнимой или тождественно ложной
   $(\forall x)(\exists y)(P(x) \wedge \neg P(y))$.

8. Докажите, что следующие формулы являются тавтологиями логики предикатов:
   - $(\exists x)(P(x) \wedge Q(x)) \Rightarrow ((\exists x)(P(x)) \wedge (\exists x)(Q(x)))$;
   - $(\forall x)(P(x)) \Rightarrow (\exists x)(P(x) \vee Q(x))$;
   - $(\forall x)(\forall y)(P(x,y)) \Rightarrow (\forall x)(P(x,x))$.

9. Применяя равносильные преобразования, приведите формулу к предваренной нормальной форме
   $((\exists x)(P(x)) \vee (\forall x)(Q(x))) \wedge (S(y) \Rightarrow (\forall x)(R(x)))$.

Вариант №2

1. Приведите пример:
   - одноместного предиката;
   - двухместного предиката;
   - трехместного предиката

2. Какие из следующих выражений являются предикатами:
   - «(x +y)2=x2+2xy+y2» ($x,y \in R$);
   - «ctg450=1».

3. Изобразите на координатной плоскости множество истинности двухместного предиката, заданного на множестве действительных чисел R:
   $\left(x < -5\right) \Rightarrow \left(y > 3\right)$

4. Определить, являются ли предикаты равносильными, или один из них есть следствие другого, или они не связаны отношением логического следования.
   «lgx≤1», «1≤x≤10»

5. Записать символически на языке логики предикатов следующее предложение:
   Некоторые студенты учат английский язык.

6. Придайте следующим формулам указанные интерпретации и определите истинностные значения получающихся высказываний:
   $(\forall x)(P(x) \Leftrightarrow Q(x)),\ M = N,\ P(x):\text{"}3:x\text{"},\ Q(x):\text{"}2:x\text{"}$

7. Определите, является ли формула выполнимой или тождественно ложной
   $(\forall x)(\forall y)(P(x) \vee \neg P(y))$

8. Докажите, что следующие формулы являются тавтологиями логики предикатов:
   - $((\forall x)(P(x)) \vee (\forall x)(Q(x))) \Rightarrow (\forall x)(P(x) \vee Q(x))$;
   - $(\forall x)(P(x) \wedge Q(x)) \Rightarrow (\forall x)(P(x))$
   - $(\exists x)(P(x,x)) \Rightarrow (\exists x)(\exists y)(P(x,y))$

9. Применяя равносильные преобразования, приведите формулу к предваренной нормальной форме
   $(\forall x)(\exists y)(P(x,y)) \Rightarrow (\exists z)(\forall x)(Q(x,z))$

Вариант №3

1. Приведите пример:
   - одноместного предиката;
   - двухместного предиката;
   - трехместного предиката

2. Какие из следующих выражений являются предикатами:
   - «Для всех вещественных x выполняется равенство x2+x-6=0»;
   - «x2+x-6=0» (x∈R).

3. Изобразите на координатной плоскости множество истинности двухместного предиката, заданного на множестве действительных чисел R:
   $(x^2 + y^2 > 4) \Rightarrow (xy < -1)$.

4. Определить, являются ли предикаты равносильными, или один из них есть следствие другого, или они не связаны отношением логического следования.
   «-5<x», «x<5»

5. Записать символически на языке логики предикатов следующее предложение:
   Все квадраты – ромбы.

6. Придайте следующим формулам указанные интерпретации и определите истинностные значения получающихся высказываний:
   $(\forall x)(P(x) \Rightarrow Q(x)),\ M = N,\ P(x):\text{"}3:x\text{"},\ Q(x):\text{"}2:x\text{"}$.

7. Определите, является ли формула выполнимой или тождественно ложной

$(\exists x)(\exists y)(P(x) \wedge \neg P(y))$.

8. Докажите, что следующие формулы являются тавтологиями логики предикатов:
   - $(\forall x)(P(x) \Rightarrow \neg Q(x)) \Rightarrow \neg((\forall x)(P(x)) \wedge (\exists x)(Q(x)))$;
   - $(\exists x)(P(x) \wedge Q(x)) \Rightarrow (\exists x)(P(x))$;
   - $(\exists x)(\forall y)(Q(x, y)) \Rightarrow (\forall y)(\exists x)(Q(x, y))$.

9. Применяя равносильные преобразования, приведите формулу к предваренной нормальной форме
   $(\exists y)((P(x) \Rightarrow Q(y)) \Rightarrow (\exists y)(P(y) \vee (\forall z)Q(z))$

Вариант №4

1. Приведите пример:
   - одноместного предиката;
   - двухместного предиката;
   - трехместного предиката

2. Какие из следующих выражений являются предикатами:
   - «прямая x перпендикулярна прямой y» (x, y пробегает множество всех прямых одной плоскости);
   - «Вера и Надежда – сестры».

3. Изобразите на координатной плоскости множество истинности двухместного предиката, заданного на множестве действительных чисел R:
   $(x \geq 3) \Rightarrow (y < 5)$.

4. Определить, являются ли предикаты равносильными, или один из них есть следствие другого, или они не связаны отношением логического следования.
   «x^3-$2x^2$-5x+6=0», «$|x - 2| = 1$».

5. Записать символически на языке логики предикатов следующее предложение:
   Некоторые ромбы – квадраты.

6. Придайте следующим формулам указанные интерпретации и определите истинностные значения получающихся высказываний:
   $(\forall x)(P(x)) \Leftrightarrow (\forall x)(Q(x)),\ M = N,\ P(x): "3 : x",\ Q(x): "2 : x"$.

7. Определите, является ли формула выполнимой или тождественно ложной
   $\neg P(x) \wedge (\forall y)(P(y))$.

8. Докажите, что следующие формулы являются тавтологиями логики предикатов:
   - $(\exists x)(P(x) \Rightarrow Q(x)) \Leftrightarrow ((\forall x)(P(x)) \Rightarrow (\exists x)(Q(x)))$;
   - $(\forall x)(P(x) \wedge Q(x)) \Rightarrow (\exists x)(P(x))$;
   - $(\forall x)(\forall y)(Q(x, y)) \Rightarrow (\forall x)(Q(x, x))$.

9. Применяя равносильные преобразования, приведите формулу к предваренной нормальной форме

$(\exists y)(P(x,y)) \vee (\forall x)(Q(x,z)) \Rightarrow (\forall x)(R(x,y))$

Вариант №5

1. Приведите пример:
   - одноместного предиката;
   - двухместного предиката;
   - трехместного предиката

2. Какие из следующих выражений являются предикатами:
   - «река x впадает в озеро Байкал» (x пробегает множество названий всевозможных рек);
   - «tgπ/4=1».

3. Изобразите на координатной плоскости множество истинности двухместного предиката, заданного на множестве действительных чисел R:
   $(xy \geq 0) \Rightarrow (x^2 + y^2 < 4)$

4. Определить, являются ли предикаты равносильными, или один из них есть следствие другого, или они не связаны отношением логического следования.
   «$x^2+y^2=1$», «$x^2+y^2\leq 1$»

5. Записать символически на языке логики предикатов следующее предложение:
   Ни один юрист не играет в шахматы.

6. Придайте следующим формулам указанные интерпретации и определите истинностные значения получающихся высказываний:
   $(\exists x)(P(x)) \Rightarrow P(y),\ M = \{2,3\},\ P(x): "2 : x",\ y = 3$.

7. Определите, является ли формула выполнимой или тождественно ложной
   $(\forall x)(P(x)) \Rightarrow (\forall x)(P(x))$.

8. Докажите, что следующие формулы являются тавтологиями логики предикатов:
   - $(\forall x)(P(x)) \Rightarrow (\exists x)(P(x) \vee Q(x))$;
   - $(\exists x)(P(x) \Rightarrow Q(x)) \Leftrightarrow ((\forall x)(P(x)) \Rightarrow (\exists x)(Q(x)))$;
   - $(\exists x)(Q(x,x)) \Rightarrow (\exists x)(\exists y)(Q(x,y))$.

9. Применяя равносильные преобразования, приведите формулу к предваренной нормальной форме
   $((\exists x)(P(x)) \vee (\forall x)(Q(x))) \Rightarrow \neg(S(y) \Rightarrow (\forall x)(R(x)))$

Вариант №6

1. Приведите пример:
   - одноместного предиката;
   - двухместного предиката;
   - трехместного предиката

2. Какие из следующих выражений являются предикатами:
   - «x и y лежат по разные стороны от z» (x, y пробегает множество всех точек, а z – всех прямых одной плоскости);

- «Город Саратов находится на берегу реки y» (y пробегает множество названий всевозможных рек).

3. Изобразите на координатной плоскости множество истинности двухместного предиката, заданного на множестве действительных чисел R:
$\left(x^2 + y^2 > 1\right) \Rightarrow \left(xy < 0\right)$.

4. Определить, являются ли предикаты равносильными, или один из них есть следствие другого, или они не связаны отношением логического следования.
«-5<x», «x<5».

5. Записать символически на языке логики предикатов следующее предложение:
Среди юристов есть адвокаты.

6. Придайте следующим формулам указанные интерпретации и определите истинностные значения получающихся высказываний:
$(\exists x)(P(x) \Rightarrow P(y)),\ M = \{2,3\},\ P(x):"2:x",\ y = 3$.

7. Определите, является ли формула выполнимой или тождественно ложной
$(\forall x)(\exists y)(P(x) \wedge \neg P(y))$.

8. Докажите, что следующие формулы являются тавтологиями логики предикатов:
   - $(\exists x)(P(x) \wedge Q(x)) \Rightarrow ((\exists x)(P(x)) \wedge (\exists x)(Q(x)))$;
   - $(\exists x)(P(x) \wedge Q(x)) \Rightarrow (\exists x)(P(x))$;
   - $(\exists x)(\forall y)(P(x,y)) \Rightarrow (\forall y)(\exists x)(P(x,y))$.

9. Применяя равносильные преобразования, приведите формулу к предваренной нормальной форме
$(\exists y)(P(x,y)) \Rightarrow (\exists z)(\forall x)(Q(x,z)) \wedge ((\forall x)(P(x,y)))$

Вариант №7

1. Приведите пример:
   - одноместного предиката;
   - двухместного предиката;
   - трехместного предиката

2. Какие из следующих выражений являются предикатами:
   - «x есть брат y» (x, y пробегает множество всех людей);
   - «x2+x-6».

3. Изобразите на координатной плоскости множество истинности двухместного предиката, заданного на множестве действительных чисел R:
$\left(xy \geq 4\right) \Rightarrow \left(xy < -2\right)$.

4. Определить, являются ли предикаты равносильными, или один из них есть следствие другого, или они не связаны отношением логического следования.
«lgx≤1», «1≤x≤10».

5. Записать символически на языке логики предикатов следующее предложение:
Ни одна кошка не лает.

6. Придайте следующим формулам указанные интерпретации и определите истинностные значения получающихся высказываний:
$(\exists x)(P(x)) \vee P(y),\ M = \{2,3\},\ P(x): "2 : x",\ y = 3$.

7. Определите, является ли формула выполнимой или тождественно ложной
$(\forall x)(P(x)) \Rightarrow (\forall x)(P(x))$.

8. Докажите, что следующие формулы являются тавтологиями логики предикатов:
   - $((\forall x)(P(x)) \vee (\forall x)(Q(x))) \Rightarrow (\forall x)(P(x) \vee Q(x))$;
   - $(\forall x)(P(x) \wedge Q(x)) \Rightarrow (\exists x)(P(x))$;
   - $(\forall x)(\forall y)(P(x,y)) \Rightarrow (\forall x)(P(x,x))$.

9. Применяя равносильные преобразования, приведите формулу к предваренной нормальной форме
$\neg(P(y) \wedge (\forall x)Q(x)) \Rightarrow (\forall y)(R(y,z))$

Вариант №8

1. Приведите пример:
   - одноместного предиката;
   - двухместного предиката;
   - трехместного предиката

2. Какие из следующих выражений являются предикатами:
   - «x – четное число» ($x \in N$);
   - «Сегодня – вторник».

3. Изобразите на координатной плоскости множество истинности двухместного предиката, заданного на множестве действительных чисел R:
$(xy < 2) \Rightarrow (xy \leq 4)$.

4. Определить, являются ли предикаты равносильными, или один из них есть следствие другого, или они не связаны отношением логического следования.
«$x^2+y^2=1$», «$x^2+y^2\leq 1$».

5. Записать символически на языке логики предикатов следующее предложение:
Все птицы летают.

6. Придайте следующим формулам указанные интерпретации и определите истинностные значения получающихся высказываний:
$(\forall x)(P(x)) \wedge P(y),\ M = \{2,3\},\ P(x): "2 : x",\ y = 3$.

7. Определите, является ли формула выполнимой или тождественно ложной
$(\forall x)(\forall y)(P(x) \vee \neg P(y))$.

8. Докажите, что следующие формулы являются тавтологиями логики предикатов:
   - $(\forall x)(P(x) \Rightarrow \neg Q(x)) \Rightarrow \neg((\forall x)(P(x)) \wedge (\exists x)(Q(x)))$;
   - $(\exists x)(P(x) \wedge Q(x)) \Rightarrow (\exists x)(P(x))$;

- $(\exists x)(P(x,x)) \Rightarrow (\exists x)(\exists y)(P(x,y))$.

9. Применяя равносильные преобразования, приведите формулу к предваренной нормальной форме
$((\forall x)(P(x)) \Rightarrow (\exists x)(Q(x))) \wedge (S(y) \Rightarrow (\forall x)(R(x)))$

Вариант №9

1. Приведите пример:
   - одноместного предиката;
   - двухместного предиката;
   - трехместного предиката

2. Какие из следующих выражений являются предикатами:
   - «Все натуральные числа x делятся на 3»;
   - «x<10» (x$\in$N).

3. Изобразите на координатной плоскости множество истинности двухместного предиката, заданного на множестве действительных чисел R:
$(x^2 + y^2 > 9) \Rightarrow (xy \le 4)$

4. Определить, являются ли предикаты равносильными, или один из них есть следствие другого, или они не связаны отношением логического следования.
«x^2<y», «$y \ge 0$».

5. Записать символически на языке логики предикатов следующее предложение:
Существуют тупоугольные треугольники.

6. Придайте следующим формулам указанные интерпретации и определите истинностные значения получающихся высказываний:
$(\exists x)(P(x)) \Rightarrow P(y),\ M = \{2,3\},\ P(x): "2 : x",\ y = 2$.

7. Определите, является ли формула выполнимой или тождественно ложной
$(\exists x)(\exists y)(P(x) \wedge \neg P(y))$.

8. Докажите, что следующие формулы являются тавтологиями логики предикатов:
   - $(\exists x)(P(x) \Rightarrow Q(x)) \Leftrightarrow ((\forall x)(P(x)) \Rightarrow (\exists x)(Q(x)))$;
   - $(\forall x)(P(x) \wedge Q(x)) \Rightarrow (\forall x)(P(x))$;
   - $(\exists x)(\forall y)(Q(x,y)) \Rightarrow (\forall y)(\exists x)(Q(x,y))$.

9. Применяя равносильные преобразования, приведите формулу к предваренной нормальной форме
$(P(y) \wedge (\forall x)Q(x)) \Rightarrow \neg(\forall y)(R(y,z))$

Вариант №10

1. Приведите пример:
   - одноместного предиката;
   - двухместного предиката;
   - трехместного предиката

2. Какие из следующих выражений являются предикатами:
   - «Река Индигирка впадает в озеро Байкал»;
   - «x3+13<10» ($x \in N$).

3. Изобразите на координатной плоскости множество истинности двухместного предиката, заданного на множестве действительных чисел R:
   $(xy \le 4) \Rightarrow (x^2 + y^2 > 9)$.

4. Определить, являются ли предикаты равносильными, или один из них есть следствие другого, или они не связаны отношением логического следования.
   «x^3-$2x^2$-5x+6=0», «$|x-2| = 1$».

5. Записать символически на языке логики предикатов следующее предложение:
   Среди формул исчисления высказываний есть тавтологии.

6. Придайте следующим формулам указанные интерпретации и определите истинностные значения получающихся высказываний:
   $(\exists x)(P(x) \vee P(y)),\ M = \{2,3\},\ P(x): "2 : x",\ \ y = 2$.

7. Определите, является ли формула выполнимой или тождественно ложной
   $\neg P(x) \wedge (\forall y)(P(y))$.

8. Докажите, что следующие формулы являются тавтологиями логики предикатов:
   - $(\forall x)(P(x)) \Rightarrow (\exists x)(P(x) \vee Q(x))$;
   - $((\forall x)(P(x)) \vee (\forall x)(Q(x))) \Rightarrow (\forall x)(P(x) \vee Q(x))$
   - $(\forall y)(\forall x)(P(x,y)) \Rightarrow (\forall x)(P(x,x))$

9. Применяя равносильные преобразования, приведите формулу к предваренной нормальной форме
   $(\exists y)((P(x) \Rightarrow (\forall y)Q(y)) \Rightarrow (\exists y)(P(y) \vee (\forall z)Q(z))$.

Критерии оценки индивидуальных заданий

Оценка «отлично» ставится, если задание полностью выполнено, правильно и аккуратно оформлено, правильно отобран теоретический материал, грамотно сформулированы необходимые аргументы и сделаны соответствующие выводы.

Оценка «хорошо» ставится, если имеются небольшие несоответствия, недочеты в оформлении, выполненное задание соответствует не всем предъявляемым к ней требованиям.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если имеется много замечаний по содержанию выполненного задания, оформление задания соответствует не всем предъявляемым к нему требованиям.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если задание не выполнено; задание выполнено, но полностью не соответствует предъявляемым требованиям.

Составитель ________________________ О.Г. Ромадина

__.__.20   г.