

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ  
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
прикладной математики,  
информатики, физики и  
методики их преподавания



Е.А. Позднова  
04.02.2016г.

# ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

**МАТЕМАТИКА**

Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль подготовки: Информатика и информационные технологии в  
образовании

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

**Паспорт  
фонда оценочных средств  
по учебной дисциплине  
МАТЕМАТИКА**

**1. В результате изучения дисциплины «Математика» обучающийся должен:**

**1.1 Знать:**

- основные разделы элементарной математики;
- основные понятия базовых математических дисциплин и проявлять высокую степень их понимания, знать и уметь использовать их на соответствующем уровне (базовом, повышенном, продвинутом);
- систему математических знаний и умений, необходимых для применения в практической деятельности, изучения смежных дисциплин, продолжения образования;
- основные идеи и методы математики как универсального языка науки и техники, средства моделирования явлений и процессов;

**1.2 Уметь:**

- проводить доказательства математических утверждений, не аналогичных ранее изученным, но тесно примыкающих к ним;
- решать математические задачи и проблемы, аналогичные ранее изученным, но более высокого уровня сложности;
- решать математические задачи и проблемы из различных областей математики, которые требуют некоторой оригинальности мышления;
- переводить на математический язык простейшие проблемы, поставленные в терминах других предметных областей, и использовать превосходства этой переформулировки для их решения;
- формулировать на математическом языке проблемы среднего уровня сложности, поставленные в нематематических терминах, и использовать превосходства этой переформулировки для их решения;
- представлять математические утверждения и их доказательства, проблемы и их решения ясно и точно в терминах, понятных для профессиональной аудитории, как в письменной, так и устной форме.

**1.3 Владеть:**

- умением читать и анализировать учебную и научную математическую литературу, в том числе и на иностранном языке;
- формулировкой основных теорем из различных математических курсов и умение их доказывать;
- способностью к абстракции, в том числе умению логически развивать отдельные формальные теории и устанавливать связь между ними.

## 2. Программа оценивания контролируемой компетенции

Текущая аттестация	Контролируемые модули, разделы, (темы) дисциплины, их наименование	Код контролируемой компетенции (или её части)	Наименование оценочного средства
1	Векторы.	ОК-3, ПК-4	индивидуальное задание
2	Линии на плоскости.	ОК-3, ПК-4	индивидуальное задание, тесты,
3	Уравнение прямой на плоскости.	ОК-3, ПК-4	индивидуальное задание
4	Эллипс. Плоскость и прямая в пространстве.	ОК-3, ПК-4	индивидуальное задание
5	Матрицы. Операции над матрицами. Определители.	ОК-3, ПК-4	тесты, индивидуальные задания
6	Ранг матрицы. Обратная матрица.	ОК-3, ПК-4	индивидуальные задания, тесты
7	Критерий совместности Кронекера-Капелли. Метод Гаусса.	ОК-3, ПК-4	индивидуальные задания, Эссе
8	Формулы Крамера. Матричный метод. Системы линейных уравнений общего вида. Использование систем линейных уравнений при решении экономических задач.	ОК-3, ПК-4	индивидуальное задание, кластер
9	Элементы алгебры комплексных чисел и многочленов.	ОК-3, ПК-4	индивидуальное задание
10	Введение в математический анализ.	ОК-3, ПК-4	индивидуальное задание
11	Пределы. Функция и непрерывность функции действительной переменной.	ОК-3, ПК-4	индивидуальное задание
12	Дифференциальное исчисление функций одной переменной.	ОК-3, ПК-4	индивидуальное задание, тесты,
13	Неопределённый и определённый интеграл.	ОК-3, ПК-4	индивидуальное задание
14	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.	ОК-3, ПК-4	индивидуальное задание
15	Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы, элементы теории поля.	ОК-3, ПК-4	тесты, индивидуальные задания
16	Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы.	ОК-3, ПК-4	индивидуальные задания, тесты

17	Теория поля.	ОК-3, ПК-4	индивидуальные задания, Эссе
18	Числовые и функциональные ряды.	ОК-3, ПК-4	индивидуальное задание, кластер
19	Ряды Фурье.	ОК-3, ПК-4	индивидуальное задание
20	Обыкновенные дифференциальные уравнения.	ОК-3, ПК-4	индивидуальное задание, кластер
21	Линейные уравнения и системы.	ОК-3, ПК-4	индивидуальное задание, тесты,
22	Случайные события.	ОК-3, ПК-4	индивидуальное задание
23	Случайные величины.	ОК-3, ПК-4	индивидуальное задание
24	Системы случайных величин.	ОК-3, ПК-4	тесты, индивидуальные задания
25	Статистическое описание результатов наблюдений.	ОК-3, ПК-4	индивидуальные задания, тесты
26	Статистические методы обработки результатов наблюдений.	ОК-3, ПК-4	индивидуальные задания, Эссе
<b>Промежуточная аттестация – экзамен, контрольные работы</b>			КИМ, контрольные работы

3. Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.

3.1 Материалы для проведения промежуточной аттестации

3.1.1. Форма КИМ [Приложение1](#)

3.1.2. Вопросы к экзамену по дисциплине «Математика» [Приложение2](#)

3.2. Материалы для проведения текущей аттестации

3.2.1 Контрольные работы по дисциплине «Математика» [Приложение3](#)

3.2.2. Типовые задания для организации индивидуальной работы (индивидуальные задания) по дисциплине «Математика» [Приложение4](#)

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенции

Методические материалы, сопровождающие процедуры оценивания

	Процедура оценивания	Документальное сопровождение
	Определение технологии проведения промежуточной аттестации (в соответствии с действующими локальными актами).	Традиционная форма
		экзамен
	Определение форм и оценочных средств текущего контроля для мониторинга показателей сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины.	1.Вопросы к экзамену 2.Типовые контрольные задания
	Доведение до сведения обучающихся методических рекомендаций по освоению дисциплины, форм и графика контрольно-оценочных мероприятий.	П ВГУ 2.1.07-2015 Положение о проведении промежуточной аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования
	Систематический учет показателей сформированности компетенций у обучающихся в рамках балльно-рейтинговой системы и / или традиционных форм оценки и отражение результатов в соответствующих документах (балльно-рейтинговый лист / иное).	во время сдачи экзамена
	Оценивание показателей компетенций, сформированных в процессе изучения	заполнение экзаменационной ведомости и представление в

	дисциплины / модуля в рамках промежуточной аттестации в соответствии с технологией проведения промежуточной аттестации на основе действующих локальных актов.	деканат
--	---	---------

## Приложение 1

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ  
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

### Форма контрольно-измерительного материала

УТВЕРЖДАЮ  
заведующий кафедрой  
прикладной математики, информатики, физики и  
методики преподавания

\_\_\_\_\_  
*подпись, расшифровка подписи*

\_\_\_.\_\_.20\_\_

Направление подготовки / специальность 44.03.01 Педагогическое образование  
*шифр, наименование*

Дисциплина Математика

Форма обучения заочное  
*очное, очно-заочное, заочное*

Вид контроля экзамен  
*экзамен, зачет;*

Вид аттестации промежуточная  
*текущая, промежуточная*

Контрольно-измерительный материал №\_\_

1. \_\_\_\_\_

2. \_\_\_\_\_

.....

Преподаватель \_\_\_\_\_  
*подпись расшифровка подписи*

## Приложение 2

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ  
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра прикладной математики,  
информатики, физики и  
методики преподавания

### Вопросы к экзамену по дисциплине « Математика» Второй семестр

1. Определители (основные понятия)
2. Свойства определителей
3. Матрицы (основные понятия)
4. Действия над матрицами
5. Обратная матрица
6. Ранг матрицы
7. Системы линейных уравнений (основные понятия)
8. Решение невырожденных линейных систем. Формулы Крамера
9. Решение систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли
10. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса
11. Системы линейных однородных уравнений
12. Векторы и линейные операции над ними
13. Проекция вектора на ось
14. Разложение вектора по ортам координатных осей. Модуль вектора. Направляющие косинусы
15. Действия над векторами, заданными проекциями
16. Скалярное произведение векторов и его свойства
17. Выражение скалярного произведения через координаты.
18. Применение скалярного произведения векторов
19. Векторное произведение векторов и его свойства
20. Выражение векторного произведения через координаты.
21. Применение векторного произведения векторов
22. Смешанное произведение векторов, его геометрический смысл и свойства
23. Выражение смешанного произведения через координаты. Применение смешанного произведения
24. Система координат на плоскости
25. Основные задачи на метод координат (на плоскости)
26. Преобразование системы координат
27. Уравнение линии на плоскости, примеры
28. Различные виды уравнений прямой на плоскости
29. Прямая линия на плоскости. Основные задачи
30. Окружность
31. Эллипс
32. Гипербола



33. Парабола
34. Общее уравнение линий второго порядка
35. Различные виды уравнений плоскости в пространстве
36. Множества. Действительные числа
37. Функция
38. Последовательности
39. Предел функции
40. Бесконечно малые функции (б.м.ф.) и основные теоремы о них
41. Связь между функцией, ее пределом и бесконечно малой функцией
42. Основные теоремы о пределах
43. Признаки существования пределов. Первый замечательный предел
44. Второй замечательный предел. Сравнение бесконечно малых функций  
.Эквивалентные бесконечно малые и основные теоремы о них
45. Применение эквивалентных бесконечно малых функций  
Непрерывность функций
46. Точки разрыва функции и их классификация  
Основные теоремы о непрерывных функциях. Непрерывность элементарных функций
47. Свойства функций, непрерывных на отрезке  
Задачи, приводящие к понятию производной
48. Определение производной; ее механический и геометрический смысл.  
Уравнение касательной и нормали к кривой
49. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции
50. Производная суммы, разности, произведения и частного функций
51. Производная сложной и обратной функций
52. Производные основных элементарных функций
53. Гиперболические функции и их производные
54. Таблица производных
55. Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически
56. Логарифмическое дифференцирование
57. Производные высших порядков
58. Дифференциал функции и его геометрический смысл
59. Основные теоремы о дифференциалах.. Таблица дифференциалов
60. Применение дифференциала к приближенным вычислениям  
Дифференциалы высших порядков
61. Правило Лопиталю. Возрастание и убывание функций
62. Максимум и минимум функций
63. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке
64. Асимптоты графика функции
65. Общая схема исследования функции и построения графика
66. Формула Тейлора.
67. Понятие комплексного числа. Действия над комплексными числами
68. Первообразная.
69. Неопределенный интеграл и его свойства. Табличные интегралы.
70. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
71. Интегрирование рациональных дробей и некоторых иррациональных и трансцендентных функций.
72. Определенный интеграл, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница, ее применение для вычисления определенных интегралов.

73. Геометрические и механические приложения определенного интеграла.
74. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций, их основные свойства.
75. Экстремумы функций нескольких переменных.
76. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
77. Двойные, тройные интегралы.
78. Полярные, сферические, цилиндрические координаты. Криволинейные и поверхностные интегралы 1 и 2 рода.
79. Потенциал поля. Формулы Стокса, Грина, Остроградского-Гаусса.
80. Двойной и тройной интегралы, их свойства. Сведение кратного интеграла к повторному. Понятие  $n$ -кратного интеграла.
81. Замена переменных в кратных интегралах.

#### Четвертый семестр

1. Скалярное и векторное поле.
2. Циркуляция векторного поля вдоль кривой.
3. Работа силового поля.
4. Поток поля через поверхность.
5. Формула Гаусса-Остроградского. Дивергенция векторного поля, ее физический смысл. Формула Стокса. Ротор векторного поля. Оператор Гамильтона.
6. Потенциальное поле, его свойства.
7. Условие потенциальности.
8. Нахождение потенциала.
9. Соленоидальное поле, его свойства и строение.
10. Поле ротора.
11. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда.
12. Необходимое условие сходимости. Действия с рядами.
13. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сходимости.
14. Абсолютная и условная сходимость ряда.
15. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
16. Функциональные ряды. Область сходимости.
17. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса.
18. Свойства равномерно сходящихся рядов: почленное дифференцирование и интегрирование.
19. Степенные ряды. Теорема Абеля. Ряды Тейлора и Маклорена.
20. Разложение функций в степенные ряды. Приложение рядов.
21. Ряды Фурье по ортогональным системам. Минимальное свойство частных сумм рядов Фурье.
22. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля-Стеклова.
23. Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
24. Дифференциальные уравнения первого порядка.
25. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
26. Основные классы уравнений, интегрируемых в квадратурах.
27. Дифференциальные уравнения высших порядков.
28. Понятие о краевых задачах для дифференциальных уравнений.
29. Уравнения, допускающие понижение порядка.

30. Линейные дифференциальные уравнения: однородные и неоднородные.
31. Пространство элементарных событий.
32. Алгебра событий.
33. Понятие случайного события. Вероятность.
34. Аксиоматическое построение теории вероятностей. Элементарная теория вероятностей.
35. Методы вычисления вероятностей.
36. Условная вероятность. Формула полной вероятности.
37. Формула Байеса. Схема Бернулли.
38. Дискретные случайные величины.
39. Функция распределения и ее свойства.
40. Математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины.
41. Непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотность вероятности случайной величины, их взаимосвязь и свойства.
42. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины. Нормальное распределение и его свойства.
43. Закон больших чисел. Теоремы Бернулли и Чебышева.
44. Центральная предельная теорема Ляпунова.
45. Функциональная зависимость и регрессия. Коэффициент корреляции, корреляционное отношение, их свойства и оценки.
46. Определение параметров уравнений регрессии методом наименьших квадратов непосредственно и с помощью линеаризующих замен переменных.
47. Понятие о критериях согласия.
48. Проверка гипотез о равенстве долей и средних.

### **Критерии оценки:**

#### **Оценка устных ответов студентов**

Ответ оценивается отметкой «отлично», если студент:

- полно раскрыл содержание материала в объеме, предусмотренном программой и учебником, изложил материал грамотным языком в определенной логической последовательности, точно используя математическую терминологию и символику;
  - правильно выполнил рисунки, чертежи, графики, сопутствующие ответу;
  - показал умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации при выполнении практического задания;
  - продемонстрировал сформированность и устойчивость используемых при отработке умений и навыков, усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов;
  - отвечал самостоятельно без наводящих вопросов преподавателя.
- Возможны одна - две неточности при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые студент легко исправил по замечанию преподавателя.

Ответ оценивается отметкой «хорошо», если он удовлетворяет в основном требованиям на оценку 5 «отлично», но при этом имеет один из недостатков:

- в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие математическое содержание ответа;

- допущены один – два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные по замечанию преподавателя;
- допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, легко исправленные по замечанию преподавателя.

«удовлетворительно» ставится в следующих случаях:

- неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения программного материала;
- имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании математической терминологии, чертежах, выкладках, исправленные после нескольких наводящих вопросов преподавателя;
- студент не справился с применением теории в новой ситуации при выполнении практического задания, но выполнил задания обязательного уровня сложности по данной теме;
- при знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность основных умений и навыков.

Отметка «неудовлетворительно» ставится в следующих случаях:

- не раскрыто основное содержание учебного материала;
- обнаружено незнание или непонимание студентом большей или наиболее важной части учебного материала;
- допущены ошибки в определении понятий, при использовании математической терминологии, в рисунках, чертежах или графиках, в выкладках, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов преподавателя.

#### **Оценка письменных ответов студентов**

Отметка 5«отлично» ставится, если:

- работа выполнена полностью;
- в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Отметка 4«хорошо» ставится, если:

- работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);
- допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).

Отметка 3«удовлетворительно» ставится, если:

- допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Отметка «неудовлетворительно» ставится, если:

- допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

**Составитель**

\_\_\_\_\_ Б.Р. Кодиров

### Приложение 3

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ  
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра прикладной математики,  
информатики, физики и  
методики преподавания

#### Контрольные работы по дисциплине «Математика»

Контрольная работа №1.

Тема: Векторы

1. Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  образуют угол  $\varphi = 2\pi/3$ , зная, что  $|\vec{a}|=3$ ,  $|\vec{b}|=4$ , вычислить: 1.  $\vec{a}\vec{b}$ ; 2.  $\vec{a}^2$ ; 3.  $\vec{b}^2$ ; 4.  $(\vec{a}+\vec{b})^2$ ; 5.  $(3\vec{a}-2\vec{b})(\vec{a}+2\vec{b})$ ;
2. Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  взаимно перпендикулярны; вектор  $\vec{c}$  образует с ними углы, равные  $\pi/3$ ; зная, что  $|\vec{a}|=3$ ,  $|\vec{b}|=5$ ,  $|\vec{c}|=8$ , вычислить: 1.  $(3\vec{a}-2\vec{b})(\vec{b}+3\vec{c})$ ; 2.  $(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})^2$ ;
3. Вычислить косинус угла, образованного векторами  $\vec{a}=\{2; -4; 4\}$  и  $\vec{b}=\{-3; 2; -6\}$ .
4. Найти проекцию вектора  $\vec{s}=\{\sqrt{2}; -3; -5\}$  на ось, составляющую с координатными осями Oх, Oz углы  $\alpha=45^\circ$ ,  $\gamma=60^\circ$ , а с осью Oу – острый угол  $\beta$ .
5. Даны точки A(-2; 3; -4), B(3; 2; 5), C(1; -1; 2), D(3; 2; -4). Вычислить  $np_{\vec{CD}}\vec{AB}$ .
6. Даны точки A(3; -1; 2), B(-1; 2; 1). Найти координаты векторов  $\vec{AB}$  и  $\vec{BA}$ .
7. Определить начало вектора  $\vec{a}=\{2; -3; -1\}$ , если его конец совпадает с точкой (1; -1; 2).
8. Вычислить направляющие косинусы вектора  $\vec{a}=\{12; -15; -16\}$ .
9. Вектор  $\vec{a}$  составляет с координатными осями Oх и Oу углы  $\alpha=60^\circ$ ,  $\beta=120^\circ$ . Вычислить его координаты при условии, что  $|\vec{a}|=2$ .
10. Определить координаты точки М, если ее радиус-вектор составляет с координатными осями одинаковые углы и его модуль равен 3.

## Контрольная работа №2

Тема: Операции над матрицами. Определители.

1. Вычислить определителя

$$1.1. \begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+c & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1+d \end{vmatrix} \qquad 1.2. \begin{vmatrix} x & 1 & 0 & 0 \\ -1 & y & 1 & 0 \\ 0 & -1 & y & 1 \\ 0 & 0 & -1 & x \end{vmatrix}$$

2. Найти: а)  $A \cdot B^{-1} + C$ , б)  $A^{-1} \cdot C^{-1} + D^2$ , в)  $D^{-1} + C \cdot B^{-1}$ , г)  $C^2 + A \cdot D^{-1}$ , д)  $A^{-1} \cdot B^{-1} \cdot C^{-1}$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 6 & -2 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 7 & -4 & -2 \\ -2 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}.$$

3. Найти матрицу, обратную матрице

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 4 & -1 \\ 5 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

## Контрольная работа №3.

Тема: Системы линейных уравнений

1. Решить систему по формулам Крамера.

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 21 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 9 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$$

2. Пользуясь методом Гаусса, решить систему уравнений

$$\begin{cases} 3x_2 + 4x_3 = 21 \\ 3x_1 + 4x_2 = 9 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$$

3. Пользуясь матричным методом, решить систему уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$$

4. Решить систему уравнений: 
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 1, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 0; \end{cases}$$

Контрольная работа №4.

Тема: Пределы.

1. Найти указанные пределы:

а)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{3x^2 + 10x + 3}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 64}{7x^2 - 27x - 4}$ .

2. Найти указанные пределы:

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x - 1}{3x^2 + x - 5}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 + 3x - 4}{2x^2 - 5x + 1}$ .

3. Найти указанные пределы:

а)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7x + 4}{3x^3 - 5x + 1}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - 3}{x^3 - 8}$ .

4. Найти указанные пределы:

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4 - 2x}{1 - 2x} \right)^{x+1}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x + 5}{4x - 2} \right)^{3x}$ .

5. Найти указанные пределы:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{5x^2}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{3^{2x} - 1}$ .

Контрольная работа №5.

1. Найти производную функции:  $y = x^4 + 3x^2 - 2x + 1$

2. Найти интеграл:  $\int (x+1)dx$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией:  $y = -x^2 + 4x - 1$ ;  $y = -x - 1$

1

4. Вычислить предел:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1) \cdot (x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}$$

5. Вычислить предел:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$$

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции:

$$y = x^3 - 3x \quad [-0,5; 0,5]$$

7. Найти область определения функции:  $y = \frac{3x-1}{5x+6}$

8. Решить систему уравнений (методом Крамера):

$$\begin{cases} 3x_2 + 4x_3 = 21 \\ 3x_1 + 4x_2 = 9 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$$

9. Вычислить интеграл:  $\int_1^2 (x^2 + 1)dx$

**Критерии оценки:**

- оценка «отлично» выставляется студенту, если правильно выполнено более 90% заданий;

- **оценка «хорошо»** выставляется студенту, если правильно выполнено более 70% заданий;
  - **оценка «удовлетворительно»** выставляется студенту, если правильно выполнено более 50% заданий;
  - **оценка «неудовлетворительно»** выставляется студенту, если правильно выполнено менее 50% заданий.
- 
- **оценка «зачтено»** выставляется студенту, если правильно выполнено более 50% заданий;
  - **оценка «не зачтено»** выставляется студенту, если правильно выполнено менее 50% заданий.

**Составитель**

\_\_\_\_\_ Б.Р. Кодиров



## Приложение 4

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ  
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра прикладной математики,  
информатики, физики и  
методики преподавания

Типовые задания для организации индивидуальной работы  
(индивидуальные задания) по дисциплине «Математика»

### Блок 1 . Векторы.

Написать разложение вектора  $x$  по векторам  $p, q, r$ .

1.  $x = \{-2, 4, 7\}$ ,  $x = \{6, 12, -1\}$ ,  $x = \{1, -4, 4\}$ ,  $x = \{-9, 5, 5\}$ ,  $x = \{-5, -5, 5\}$ ,  
 $p = \{0, 1, 2\}$ ,  $p = \{1, 3, 0\}$ ,  $p = \{2, 1, -1\}$ ,  $p = \{4, 1, 1\}$ ,  $p = \{-2, 0, 1\}$ ,  
 $q = \{1, 0, 1\}$ ,  $q = \{2, -1, 1\}$ ,  $q = \{0, 3, 2\}$ ,  $q = \{2, 0, -3\}$ ,  $q = \{1, 3, -1\}$ ,  
 $r = \{-1, 2, 4\}$ ,  $r = \{0, -1, 2\}$ ,  $r = \{1, -1, 1\}$ ,  $r = \{-1, 2, 1\}$ ,  $r = \{0, 4, 1\}$ .
6.  $x = \{13, 2, 7\}$ ,  $x = \{-19, -1, 7\}$ ,  $x = \{3, -3, 4\}$ ,  $x = \{3, 3, -1\}$ ,  $x = \{-1, 7, -4\}$ ,  
 $p = \{5, 1, 0\}$ ,  $p = \{0, 1, 1\}$ ,  $p = \{1, 0, 2\}$ ,  $p = \{3, 1, 0\}$ ,  $p = \{-1, 2, 1\}$ ,  
 $q = \{2, -1, 3\}$ ,  $q = \{-2, 0, 1\}$ ,  $q = \{0, 1, 1\}$ ,  $q = \{-1, 2, 1\}$ ,  $q = \{2, 0, 3\}$ ,  
 $r = \{1, 0, -1\}$ ,  $r = \{3, 1, 0\}$ ,  $r = \{2, -1, 4\}$ ,  $r = \{-1, 0, 2\}$ ,  $r = \{1, 1, -1\}$ .
11.  $x = \{6, 5, -14\}$ ,  $x = \{6, -1, 7\}$ ,  $x = \{5, 15, 0\}$ ,  $x = \{2, -1, 11\}$ ,  $x = \{11, 5, -3\}$ ,  
 $p = \{1, 1, 4\}$ ,  $p = \{1, -2, 0\}$ ,  $p = \{1, 0, 5\}$ ,  $p = \{1, 1, 0\}$ ,  $p = \{1, 0, 2\}$ ,  
 $q = \{0, -3, 2\}$ ,  $q = \{-1, 1, 3\}$ ,  $q = \{-1, 3, 2\}$ ,  $q = \{0, 1, -2\}$ ,  $q = \{-1, 0, 1\}$ ,  
 $r = \{2, 1, -1\}$ ,  $r = \{1, 0, 4\}$ ,  $r = \{0, -1, 1\}$ ,  $r = \{1, 0, 3\}$ ,  $r = \{2, 5, -3\}$ .

Найти косинус угла между векторами  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC}$ .

1.  $A(1, -2, 3)$ ,  $A(0, -3, 6)$ ,  $A(3, 3, -1)$ ,  $A(1, -2, 3)$ ,  $A(-4, -20)$ ,  $A(5, 3, -1)$ ,  
 $B(0, -1, 2)$ ,  $B(-12, -3, -3)$ ,  $B(5, 5, -2)$ ,  $B(0, -1, 2)$ ,  $B(-1, -2, 4)$ ,  $B(5, 2, 0)$ ,  
 $C(3, -4, 5)$ ,  $C(-9, -3, -6)$ ,  $C(4, 1, 1)$ ,  $C(3, -4, 5)$ ,  $C(3, -2, 1)$ ,  $C(6, 4, -1)$ .
7.  $A(-3, -7, -5)$ ,  $A(2, -, 4, 6)$ ,  $A(0, 1, -2)$ ,  $A(3, 3, -1)$ ,  $A(2, 1, -1)$ ,  $A(-1, -2, 1)$ ,  
 $B(0, -1, -2)$ ,  $B(0, -2, 4)$ ,  $B(3, 1, 2)$ ,  $B(1, 5, -2)$ ,  $B(6, -1, -4)$ ,  $B(-4, -2, 5)$ ,  
 $C(2, 3, 0)$ ,  $C(6, -8, 10)$ ,  $C(4, 1, 1)$ ,  $C(4, 1, 1)$ ,  $C(4, 2, 1)$ ,  $C(-8, -2, 2)$ .

- $A(6,2,-3)$ ,  $A(0,0,4)$ ,  $A(2,-8,-1)$ ,  
 13.  $B(6,3,-2)$ , 14.  $B(-3,-6,1)$ , 15.  $B(4,-6,0)$ ,  
 $C(7,3,-3)$ .  $C(-5,-10,-1)$ .  $C(-2,-5,-1)$ .

**Найти угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$**

1.  $\vec{a}=(1;1;0)$  и  $\vec{b}=(1;1;1)$ ;
2.  $\vec{a}=(1;0;1)$  и  $\vec{b}=(1;1;1)$ ;
3.  $\vec{a}=(0;1;1)$  и  $\vec{b}=(1;1;1)$ ;
4.  $\vec{a}=(1;1;1)$  и  $\vec{b}=(1;0;1)$ ;
5.  $\vec{a}=(1;1;2)$  и  $\vec{b}=(1;0;1)$ ;
6.  $\vec{a}=(1;2;0)$  и  $\vec{b}=(1;1;0)$ ;
7.  $\vec{a}=(1;2;1)$  и  $\vec{b}=(1;1;1)$ ;
8.  $\vec{a}=(2;1;1)$  и  $\vec{b}=(2;1;1)$ ;
9.  $\vec{a}=(2;2;1)$  и  $\vec{b}=(1;1;2)$ ;
10.  $\vec{a}=(2;2;1)$  и  $\vec{b}=(2;1;1)$ ;
11.  $\vec{a}=(2;2;1)$  и  $\vec{b}=(1;2;1)$ ;
12.  $\vec{a}=(2;2;1)$  и  $\vec{b}=(1;1;2)$ ;
13.  $\vec{a}=(2;2;2)$  и  $\vec{b}=(1;1;2)$ ;
14.  $\vec{a}=(2;2;2)$  и  $\vec{b}=(1;2;1)$ ;
15.  $\vec{a}=(2;2;2)$  и  $\vec{b}=(2;1;1)$ ;
16.  $\vec{a}=(2;0;2)$  и  $\vec{b}=(2;1;1)$ ;
17.  $\vec{a}=(2;2;0)$  и  $\vec{b}=(2;1;1)$ ;
18.  $\vec{a}=(0;2;2)$  и  $\vec{b}=(1;2;1)$ ;
19.  $\vec{a}=(0;2;2)$  и  $\vec{b}=(1;1;2)$ ;
20.  $\vec{a}=(2;0;2)$  и  $\vec{b}=(1;1;1)$ ;

**Блок 2 -3. Линии на плоскости.**

**Написать канонические уравнения прямой.**

1.  $2x + y + z - 2 = 0, 2x - y - 3z + 6 = 0$ . 2.  $x - 3y + 2z + 2 = 0, x + 3y + z + 14 = 0$ .
3.  $x - 2y + z - 4 = 0, 2x + 2y - z - 8 = 0$ . 4.  $x + y + z - 2 = 0, x - y - 2z + 2 = 0$ .
5.  $2x + 3y + z + 6 = 0, x - 3y - 2z + 3 = 0$ . 6.  $3x + y - z - 6 = 0, 3x - y + 2z = 0$ .
7.  $x + 5y + 2z + 11 = 0, x - y - z - 1 = 0$ . 8.  $3x + 4y - 2z + 1 = 0, 2x - 4y + 3z + 4 = 0$ .
9.  $5x + y - 3z + 4 = 0, x - y + 2z + 2 = 0$ . 10.  $x - y - z - 2 = 0, x - 2y + z + 4 = 0$ .
11.  $4x + y - 3z + 2 = 0, 2x - y + z - 8 = 0$ . 12.  $3x + 3y - 2z - 1 = 0, 2x - 3y + z + 6 = 0$ .
13.  $6x - 7y - 4z - 2 = 0, x + 7y - z - 5 = 0$ . 14.  $8x - y - 3z - 1 = 0, x + y + z + 10 = 0$ .
15.  $6x - 5y - 4z + 8 = 0, 6x + 5y + 3z + 4 = 0$ .

**Блок 5- 6. Матрицы. Операции над матрицами. Определители. Ранг матрицы. Обратная матрица.**

**Найти определителя и ранг матрицы**

1.  $\begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ . 2.  $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ . 3.  $\begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ . 4.  $\begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ . 5.  $\begin{pmatrix} 6 & -2 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ .

6.  $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ . 7.  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . 8.  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ . 9.  $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ -1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ . 10.  $\begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & -1 \\ -2 & 1 & 6 \end{pmatrix}$ .

11.  $\begin{pmatrix} 5 & -4 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ . 12.  $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$ . 13.  $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ . 14.  $\begin{pmatrix} 5 & -2 & 2 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ . 15.  $\begin{pmatrix} 7 & -4 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ .

**Найти произведение матриц (варианты 1-6)**

1.  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;      2.  $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;

3.  $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ;      4.  $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ ;

5.  $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -1 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ;      6.  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ .

**Вычислить  $C=A^2+2B$  (варианты 7-10)**

7.  $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B=\begin{pmatrix} -7 & 4 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$ ;      8.  $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B=\begin{pmatrix} -5 & 7 \\ -6 & 8 \end{pmatrix}$ ;

9.  $A=\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ ;      10.  $A=\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ ,  $B=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

**Найти  $3A \cdot 2B$  (варианты 11-15)**

11.  $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B=\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ ;      12.  $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ ;

13.  $A=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $B=\begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ ;      14.  $A=(1 \ -3)$ ,  $B=\begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ -2 & 5 & -1 \end{pmatrix}$ ;

$$15. A = \begin{pmatrix} -5 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Найти произведение матриц АВ и ВА (если это возможно)  
(варианты 16-20)

$$16. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad 17. A = (1 \quad -2 \quad 3 \quad 0); B = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix};$$

$$18. A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}; \quad 19. A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -5 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix};$$

$$20. A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 5 & 4 & 0 \\ 2 & -1 & -5 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 0 & -3 & 1 \\ 4 & -4 & 5 \end{pmatrix}.$$

**Блок 7 - 8. Критерий совместности Кронекера-Капелли. Метод Гаусса. Формулы Крамера. Матричный метод. Системы линейных уравнений общего вида. Использование систем линейных уравнений при решении экономических задач.**

**Решить системы уравнений**

$$1. \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 + 34x_4 - 5x_5 = 0. \end{cases} \quad 2. \begin{cases} 7x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x_1 + x_2 + 10x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 5x_1 - x_2 + 8x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 - 12x_3 - 4x_4 + 4x_5 = 0. \end{cases} \quad 4. \begin{cases} 6x_1 - 9x_2 + 21x_3 - 3x_4 - 12x_5 = 0, \\ -4x_1 + 6x_2 - 14x_3 + 2x_4 + 8x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - x_4 - 4x_5 = 0. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 10x_2 - 3x_3 - 2x_4 - x_5 = 0, \\ 4x_1 + 19x_2 - 4x_3 - 5x_4 - x_5 = 0. \end{cases} \quad 6. \begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + 9x_3 - 4x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 2x_4 - 5x_5 = 0, \\ 6x_1 + 2x_2 + 11x_3 - 2x_4 - 6x_5 = 0. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 12x_1 - x_2 + 7x_3 + 11x_4 - x_5 = 0, \\ 24x_1 - 2x_2 + 14x_3 + 22x_4 - 2x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 0. \end{cases} \quad 8. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 + 3x_2 - 3x_3 + 6x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 - 3x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + 6x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 16x_2 - 6x_3 + 6x_4 + 7x_5 = 0. \end{cases} \quad 10. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} 8x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 - 2x_3 + x_4 - 3x_5 = 0, \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 5x_5 = 0. \end{cases} \quad 12. \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + 12x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 - 10x_4 + x_5 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_4 = 0. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} 7x_1 - 14x_2 + 3x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 + 7x_5 = 0, \\ 5x_1 - 10x_2 + x_3 + 5x_4 - 13x_5 = 0. \end{cases} \quad 14. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 6x_3 - 4x_4 + x_5 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 - 2x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 2x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

Решить матричные уравнения  $A \cdot X = B$  и  $X \cdot B = C$

№ п/п	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>
<b>1</b>	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \\ -2 & -4 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & -5 & 7 \\ 4 & -9 & 10 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$
<b>2</b>	$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & 5 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 7 & 0 & 3 \\ 5 & -1 & 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$
<b>3</b>	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 8 \\ -2 & 4 & -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 6 & 7 & 8 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 0 \end{pmatrix}$
<b>4</b>	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 6 \\ 7 & 8 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

<b>5</b>	$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -1 & 3 & 2 \\ 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -2 & 3 & 6 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -1 & 5 & 0 \\ 7 & 8 & -1 \end{pmatrix}$
<b>6</b>	$\begin{pmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 6 & -1 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$
<b>7</b>	$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & 5 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 6 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 6 \\ 1 & 8 & 7 \end{pmatrix}$
<b>8</b>	$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -1 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
<b>9</b>	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 7 & 9 & 10 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 4 & 6 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$
<b>10</b>	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 7 \\ -1 & 0 & 5 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 \\ -1 & 6 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & 6 & 7 \end{pmatrix}$

**Решить систему уравнений методом Крамера**

$$1. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1; \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 1; \\ 4x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 4 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 2; \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3; \\ 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 4 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 6 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 2; \\ x_1 + 7x_2 - 6x_3 = 1 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 5x_1 + 8x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 - 2x_2 + 6x_3 = -7; \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -5 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -7 \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 = -1; \\ x_1 - 4x_2 = -5 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 1 \\ 2x_1 + 6x_2 - 3x_3 = 0; \\ 4x_1 + 8x_2 = 2 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 6x_1 - 2x_2 + x_3 = 3 \\ x_2 - 3x_3 = 4 \quad ; \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 6 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 2x_1 - 7x_2 + x_3 = -4 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 17 \quad ; \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = 3 \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \quad ; \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 = -3 \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} -x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ -2x_1 + x_2 - 6x_3 = 1; \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 4 \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \\ 2x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 4; \\ 3x_1 - 3x_2 + 6x_3 = 3 \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 4; \\ 3x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 5 \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 1 \quad ; \\ -4x_1 - x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$

### Блок 9. Элементы алгебры комплексных чисел и многочленов.

1. Выполнить действия над комплексными числами, представив результат в алгебраической форме:

1.  $(2+3i)(3-i)$ . 2.  $(2i-i^2)2+(1-3i)3$ . 3.  $2-i+1+i$ . 4.  $(1+i)(3+i)3-i-(1-i)(3-i)3+i$ .

2. Найти действительные решения следующего уравнения:

$$(1+i)x+(-2+5i)y=-4+17i.$$

3. Выполнить действия над комплексными числами, представив результат в алгебраической форме:

1.  $(1+2i)^2$ . 2.  $(1-i)^3-(1+i)^3$ . 3.  $11+4i+14-i$ . 4.  $(1-i+1+i)^3$ .

4. Найти действительные решения следующего уравнения:

$$12((2x+i)(1+i)+(x+y)(3-2i))=17+6i.$$

5. Решить следующие системы линейных уравнений:

1.  $(3-i)z_1+(4+2i)z_2=1+3i;$

$$(4+2i)z_1-(2+3i)z_2=7.$$

2.  $(2+i)z_1+(2-i)z_2=6;$

$$(3+2i)z_1+(3-2i)z_2=8.$$

6. Найти  $(1 + \sqrt{3}i)^9$

7. Выполнить деление  $\frac{1+3i}{2+i}$ .

8. Возвести число  $z = \sqrt{3}-i$  в пятую степень.

9. Найти все значения  $\sqrt{1-i\sqrt{3}}$ .
10. Доказать формулу Эйлера  $\cos\varphi = e^{i\varphi} + e^{-i\varphi}$ .
11. Используя формулу Муавра, вычислить следующие выражения:  $(1+i)^{10}$
12. Используя формулу Муавра, выразить через  $\cos\varphi$  и  $\sin\varphi$  функцию  $\cos 3\varphi$ .
13. Решить кубическое уравнение  $x^3 - 7x^2 + 36x - 52 = 0$ .
14. Решить квадратное уравнение  $x^2 - 8x + 20 = 0$

### Блок 10. Введение в математический анализ.

1. Если  $x_n = \frac{n}{n+1}$  Найти  $2x_3 + 3x_2$   
 А) 3; В) 2; С) 3,5; D) 4,5; E) 6;
2. Если:  $x_n = n^3 + n^2 + n - 1$  Найти  $S_5$   
 А) 270; В) 290; С) 260; D) 250; E) 300;
3. Какие последовательности неограниченные?  
 А)  $x_n = \frac{1}{n}$ ; В)  $x_n = \frac{n+1}{n}$ ; С)  $x_n = \frac{n+\frac{1}{2}}{n+0,5}$ ; D)  $x_n = \frac{n^2}{n+1}$ ; E)  $x_n = \frac{n^2}{n^2+1}$ ;
4. Найти  $x_5$ :  $x_1 = 16$ ,  $x_{n+1} = -0,5x_n$   
 А) 16; В) 1; С) -8; D) -2; E) 4;
5. Найти  $x_6$ :  $x_n = \frac{1-(-1)^n}{2n+1}$   
 А) 1; В)  $\frac{2}{31}$ ; С) 0; D)  $\frac{2}{19}$ ; E)  $\frac{2}{13}$ ;
6. Найти  $x_{13}$ :  $x_1 = \sqrt{2}$ ,  $x_{n+1} = \sqrt{2} \cdot x_n$   
 А)  $64\sqrt{2}$ ; В)  $32\sqrt{2}$ ; С) 48; D) 64; E) 32;
7. Найти  $x_7$  2, 9, 20, 37, 63, 102, ?, ...  
 А) 180; В) 148; С) 121; D) 143; E) 159;
8. Найти  $x_6$  1, 1, 2, 3, 5, 8, ...  
 А) 10; В) 11; С) 12; D) 13; E) 14;
9. Найти  $x_4$ :  $x_0 = 1$ ,  $x_n = \frac{x_{n-1}}{n}$   
 А) 18; В)  $\frac{1}{20}$ ; С)  $\frac{1}{24}$ ; D)  $\frac{1}{32}$ ; E)  $\frac{4}{25}$ ;
10. Если:  $x_n = \frac{3n-1}{5n+7}$  Для какой значение  $n$   $x_n = \frac{7}{12}$  ?  
 А) 60; В) 61; С) 62; D) 63; E) 64;
11. Если  $(n+2)x_{n-1} = 3x_n$  и  $x_5 = 6$  Найти  $x_3$   
 А)  $\frac{9}{7}$ ; В)  $\frac{7}{3}$ ; С)  $\frac{11}{8}$ ; D)  $\frac{7}{18}$ ; E)  $\frac{3}{19}$ ;



12. Если  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = \frac{1}{2}$  и  $x_n = x_{n+1} - x_{n-1}$  Найти сумму  $x_3$  и  $x_5$ .  
 A) 4; B) 5; C) 6; D) 7; E) 8;
13. Если  $\alpha_1 = 3$ ,  $d = 0,5$  Найти  $\alpha_8$   
 A) 7,5; B) 7; C) 5,5; D) 6; E) 6,5;
14. Если  $\alpha_1 = 13$  и  $\alpha_{50} = 20$  Найти  $(d)$   
 A)  $\frac{6}{7}$ ; B)  $\frac{3}{7}$ ; C)  $\frac{2}{7}$ ; D)  $\frac{1}{7}$ ; E)  $\frac{5}{7}$ ;
15. Если  $\alpha_{17} = 80,65$  и  $d = 2,4$  Найти  $\alpha_1$   
 A) 54,6; B) 39,4; C) 42,25; D) 36,6; E) 24,8;
16. Если  $\alpha_4 = 8$ ,  $\alpha_6 = 32$  Найти  $d$  A) 6; B) 12; C) 8; D) 9; E) 10;
17. Если  $\alpha_5 = 26$  и  $\alpha_{10} = 14$  Найти  $\alpha_1$   
 A) 35,6; B) 41,6; C) 40,6; D) 38,6; E) 40,2;
18. Если  $\alpha_{20} = 0$  и  $\alpha_{30} = -60$  Найти  $\alpha_1$   
 A) 110; B) 114; C) 118; D) 124; E) 132;
19. Если  $\alpha_1 + \alpha_5 = 16$ ,  $\alpha_8 = 6$  Найти  $d$   
 A) -0,5; B) 2; C) -0,4; D) -2,1; E) 3,4;
20. Если  $\alpha_2 = -4$ ,  $\alpha_6 = 14 - \alpha_3$  Найти  $\alpha_3$   
 A) 6,2; B) -4,8; C) 2,4; D) -0,4; E) 0,4;
21. Если  $\alpha_n = 2n + 3$  Найти  $s_{15}$   
 A) 268; B) 250; C) 214; D) 260; E) 285;
22. Если  $\alpha_2 + \alpha_5 = 14$ ,  $\alpha_3 + \alpha_7 = 8$  бошанд,  $\alpha_1$ -ро ёбед:  
 A) 9; B) 10; C) 11; D) 12; E) 13;
23. Из 35 студентов, побывавших на каникулах в Москве, все, кроме двоих, делились впечатлениями. О посещении Большого театра с восторгом вспоминали 12 человек, Кремля – 14, а 16 – о концерте, по три студента запомнили посещение театра и Кремля, а также театра и концерта, а четверо – концерта и пребывания в Кремле. Сколько студентов сохранили воспоминания одновременно о театре, концерте и Кремле?
24. Каждый студент группы программистов занимается в свободное время либо в НСО, либо спортом. Сколько студентов в группе, если 23 увлекаются спортом, 12 занимаются в НСО, а 7 совмещают занятия в НСО и увлечение спортом?
25. Даны множества  $A = \{3, 5, 0, 11, 12, 19\}$ ,  $B = \{2, 4, 8, 12, 18, 0\}$ . Найдите множества  $A \cup B$ ,
26. Составьте не менее семи слов, буквы которых образуют подмножества множества  
 $A = \{к, а, р, у, с, е, л, ь\}$ .
27. Пусть  $A$  - это множество натуральных чисел, делящихся на 2, а  $B$  - множество натуральных чисел, делящихся на 4. Какой вывод можно сделать относительно данных множеств?
28. На фирме работают 67 человек. Из них 47 знают английский язык, 35 - немецкий язык, а 23 - оба языка. Сколько человек фирмы не знают ни английского, ни немецкого языков?

29. Из 40 учащихся нашего класса 32 любят молоко, 21 - лимонад, а 15 - и молоко, и лимонад. Сколько ребят в нашем классе не любят ни молоко, ни лимонад?
30. 12 моих одноклассников любят читать детективы, 18 - фантастику, трое с удовольствием читают и то, и другое, а один вообще ничего не читает. Сколько учеников в нашем классе?
31. Из тех 18 моих одноклассников, которые любят смотреть триллеры, только 12 не прочь посмотреть и мультфильмы. Сколько моих одноклассников смотрят одни «мультки», если всего в нашем классе 25 учеников, каждый из которых любит смотреть или триллеры, или мультфильмы, или и то и другое?
32. Из 29 мальчишек нашего двора только двое не занимаются спортом, а остальные посещают футбольную или теннисную секции, а то и обе. Футболом занимается 17 мальчишек, а теннисом - 19. Сколько футболистов играет в теннис? Сколько теннисистов играет в футбол?
33. 65 % бабушкиных кроликов любят морковку, 10 % любят и морковку, и капусту. Сколько процентов кроликов не прочь полакомиться капустой?
34. В одном классе 25 учеников. Из них 7 любят груши, 11 - черешню. Двое любят груши и черешню; 6 - груши и яблоки; 5 - яблоки и черешню. Но есть в классе два ученика, которые любят все и четверо таких, что не любят фруктов вообще. Сколько учеников этого класса любят яблоки?
35. В конкурсе красоты участвовали 22 девушки. Из них 10 было красивых, 12 - умных и 9 - добрых. Только 2 девушки были и красивыми, и умными; 6 девушек были умными и одновременно добрыми. Определите, сколько было красивых и в то же время добрых девушек, если я скажу вам, что среди участниц не оказалось ни одной умной, доброй и вместе с тем красивой девушки?
36. В нашем классе 35 учеников. За первую четверть пятерки по русскому языку имели 14 учеников; по математике - 12; по истории - 23. По русскому и математике - 4; по математике и истории - 9; по русскому языку и истории - 5. Сколько учеников имеют пятерки по всем трем предметам, если в классе нет ни одного ученика, не имеющего пятерки хотя бы по одному из этих предметов?
37. Из 100 человек 85 знают английский язык, 80 - испанский, 75 - немецкий. Все владеют, по крайней мере, одним иностранным языком. Среди них нет таких, которые знают два иностранных языка, но есть владеющие тремя языками. Сколько человек из этих 100 знают три языка?
38. Из сотрудников фирмы 16 побывали во Франции, 10 - в Италии, 6 - в Англии; в Англии и Италии - 5; в Англии и Франции - 6; во всех трех странах - 5 сотрудников. Сколько человек посетили и Италию, и Францию, если всего в фирме работают 19 человек, и каждый из них побывал хотя бы в одной из названных стран?

#### Вычислить пределы числовых последовательностей.

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 1})$ . 2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n(n-2)} - \sqrt{n^2 - 3})$ . 3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt[3]{n^3 - 5})n\sqrt{n}$ .
4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{(n^2 + 1)(n^2 - 4)} - \sqrt{n^4 - 9})$ . 5.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^5 - 8} - n\sqrt{n(n^2 + 5)}}{\sqrt{n}}$ . 6.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n^2 - 6n + 7}{3n^2 + 20n - 1} \right)^{-n+1}$ .
7.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2 - 3n + 6}{n^2 + 5n + 1} \right)^{n/2}$ . 8.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n-10}{n+1} \right)^{3n+1}$ . 9.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{6n-7}{6n+4} \right)^{3n+2}$ . 10.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n^2 + 4n - 1}{3n^2 + 2n + 7} \right)^{2n+5}$ .

1. Найти область определения функции

$$y = \sqrt{\frac{2x-4}{3-6x}}, \quad y = \lg\left(\frac{2x}{x+1} - 1\right), \quad y = \frac{\operatorname{tg} x}{\sin x - \cos x}, \quad y = \frac{x-1}{x^2+2x-3}, \quad y =$$

$\sin 3x + \operatorname{tg} 2x$ .

2. Найти область изменения функции

$$y = x^2 - 4x + 7, \quad y = \sin x + \cos x.$$

3. Найти множество значений функции  $y = 3 + \sin x \cos x$ .

4. Построить график функции

$$g(x) = 2x^3 - 3x^2 + x + 5.$$

### Блок 11. Пределы. Функция и непрерывность функции действительной переменной

#### 1. Доказать:

$$1. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x + 3} = -7. \quad 2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x - 1} = 6. \quad 3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + 5x - 2}{x + 2} = -7.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2 - 14x + 6}{x - 3} = 10. \quad 5. \lim_{x \rightarrow -1/2} \frac{6x^2 - x - 1}{x - 1/2} = -5. \quad 6. \lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{6x^2 - x - 1}{x - 1/2} = 5. \quad 7.$$

$$\lim_{x \rightarrow -1/3} \frac{9x^2 - 1}{x + 1/3} = -6.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{x - 2} = 7. \quad 9. \lim_{x \rightarrow -1/3} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x + 1/3} = -4. \quad 10. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{7x^2 + 8x + 1}{x + 1} = -6.$$

#### 2. Вычислить пределы функций.

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}. \quad 2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x + x^2}. \quad 3. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 + 3x + 2)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}. \quad 4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x^2 - x - 1)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2 + 2x - 3)^2}{x^3 + 4x^2 + 3x}. \quad 6. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}. \quad 7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + x^3) - (1 + 3x)}{x + x^5}. \quad 8. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - x - 1}.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 - x - 2}. \quad 10. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}.$$

#### 3. Вычислить пределы функций.

$$1. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}. \quad 2. \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{1-x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}. \quad 3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt[3]{x^2-1}}. \quad 4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{x^2 - 9}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6} + 2}{x^3 + 8}. \quad 6. \lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x} - 2}{\sqrt{x} - 4}. \quad 7. \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2}. \quad 8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2x+x^2} - (1+x)}{x}.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+3x+x^2} - 2}{x+x^2}. 10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27+x} - \sqrt[3]{27-x}}{x+2\sqrt[3]{x^4}}.$$

#### 4. Вычислить пределы тригонометрических функций.

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\sin x)}{\sin 4(x-\pi)}. 2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 10(x+\pi)}{e^{x^2}-1}. 3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2-5x}{\sin 3x}. 4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 2x}{\cos 7x-\cos 3x}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\operatorname{tg}(\pi(2+x))}. 6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\operatorname{tg}(2\pi(x+1/2))}. 7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos^3 x}{4x^2}. 8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{\sqrt{2+x}-\sqrt{2}}.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{x+1}-2}{\ln(1+4x)}. 10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{\sin(2\pi(x+10))}.$$

#### 5. Вычислить пределы функций.

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{\ln x}. 2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{\ln x}. 3. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1+\cos 3x}{\sin^2 7x}. 4. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1-\sin 2x}{(\pi-4x)^2}. 5. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1+\cos \pi x}{\operatorname{tg}^2 \pi x}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} x}. 7. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}{(x-\pi)^4}. 8. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{\operatorname{tg} \pi x}. 9. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{\sin^2 x}.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\sin 7x - \sin 3x}{e^{x^2} - e^{4\pi^2}}.$$

#### 6. Вычислить пределы функций.

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{3x-1}{x+1} \right)^{1/(\sqrt[3]{x}-1)}. 2. \lim_{x \rightarrow a} \left( \frac{\sin x}{\sin a} \right)^{1/(x-a)}. 3. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{2x-1}{x} \right)^{1/(\sqrt[3]{x}-1)}. 4. \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{\cos x}{\cos 2} \right)^{1/(x-2)}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 8} \left( \frac{2x-7}{x+1} \right)^{1/(\sqrt[3]{x}-2)}. 6. \lim_{x \rightarrow \pi/4} (\operatorname{tg} x)^{1/(\cos(3\pi/4-x))}. 7. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{2x-1}{x} \right)^{1/(\sqrt[3]{x}-1)}. 8. \lim_{x \rightarrow a} (2-x/a)^{\operatorname{tg} \frac{\pi}{2a}}.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 2\pi} (\cos x)^{\operatorname{ctg} 2x/\sin 3x}. 10. \lim_{x \rightarrow 2\pi} (\cos x)^{1/\sin^2 2x}.$$

#### 7. Доказать, что функция $f(x)$ непрерывна в точке $x_0$

$$1. f(x) = 5x^2 - 1, x_0 = 6. 2. f(x) = 4x^2 - 2, x_0 = 5. 3. f(x) = 3x^2 - 3, x_0 = 4.$$

$$4. f(x) = 2x^2 - 4, x_0 = 3. 5. f(x) = -2x^2 - 5, x_0 = 2. 6. f(x) = -3x^2 - 6, x_0 = 1.$$

$$7. f(x) = -4x^2 - 7, x_0 = 1. 8. f(x) = -5x^2 - 8, x_0 = 2. 9. f(x) = -5x^2 - 9, x_0 = 3.$$

10.  $f(x) = -4x^2 + 9, x_0 = 4$ . 11.  $f(x) = -3x^2 + 8, x_0 = 5$ . 12.  $f(x) = -2x^2 + 7, x_0 = 6$ .

13.  $f(x) = 2x^2 + 6, x_0 = 7$ . 14.  $f(x) = 3x^2 + 5, x_0 = 8$ . 15.  $f(x) = 4x^2 + 4, x_0 = 9$ .

16.  $f(x) = 5x^2 + 3, x_0 = 8$ . 17.  $f(x) = 5x^2 + 1, x_0 = 7$ . 18.  $f(x) = 4x^2 - 1, x_0 = 6$ .

19.  $f(x) = 3x^2 - 2, x_0 = 5$ . 20.  $f(x) = 2x^2 - 3, x_0 = 4$ . 21.  $f(x) = -2x^2 - 4, x_0 = 3$ .

22.  $f(x) = -3x^2 - 5, x_0 = 2$ . 23.  $f(x) = -4x^2 - 6, x_0 = 1$ . 24.  $f(x) = -5x^2 - 7, x_0 = 1$ .

25.  $f(x) = -4x^2 - 8, x_0 = 2$ .

### **Блок 12. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.**

1. Найти производную.

1.  $y = \frac{(2x^2 - 1)\sqrt{1+x^2}}{3x^3}$ . 2.  $y = \frac{x^4 - 8x^2}{2(x^2 - 4)}$ . 3.  $y = \frac{2x^2 - x - 1}{3\sqrt{2+4x}}$ . 4.  $y = \frac{(1+x^8)\sqrt{1+x^8}}{12x^{12}}$ .

5.  $y = \frac{x^2}{2\sqrt{1-3x^4}}$ . 6.  $y = \frac{(x^2 - 6)\sqrt{(4+x^2)^3}}{120x^5}$ .

7.  $y = \frac{(x^2 - 8)\sqrt{x^2 - 8}}{6x^3}$ . 8.  $y = \frac{4 + 3x^3}{x^3\sqrt{(2+x^3)^2}}$ . 9.  $y = \sqrt[3]{\frac{(1+x^{3/4})^2}{x^{3/2}}}$ . 10.

11.  $y = \ln \sqrt[4]{\frac{1+2x}{1-2x}}$ . 12.  $y = x + \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \frac{x - \sqrt{2}}{x + \sqrt{2}} + a^{\pi\sqrt{2}}$ . 13.  $y = \ln \sin \frac{2x+4}{x+1}$ .

14.  $y = \log_{16} \log_5 \operatorname{tg} x$ . 15.  $y = \log_4 \log_2 \operatorname{tg} x$ . 16.  $y = x(\cos \ln x + \sin \ln x)/2$ .

17.  $y = \ln \cos \frac{2x+3}{x+1}$ . 18.  $y = \lg \ln(\operatorname{ctg} x)$ . 19.  $y = \frac{(1+x)\operatorname{arctg} \sqrt{x} - \sqrt{x}}{x}$ .

20.  $y = \frac{2\sqrt{1-x} \arcsin \sqrt{x}}{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}$ . 21.  $y = \frac{2x-5}{4} \sqrt{5x-4-x^2} + \frac{9}{4} \arcsin \sqrt{\frac{x-1}{3}}$ .

22.  $y = \operatorname{arctg} x + \frac{5}{6} \ln \frac{x^2+1}{x^2+4}$ . 23.  $y = \arcsin \frac{x-2}{(x-1)\sqrt{2}}$ .

24.  $y = \sqrt{1-x^2} - x \arcsin \sqrt{1-x^2}$ . 25.  $y = \sqrt{x} + \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \sqrt{x} + \frac{8}{3} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{x}}{2}$ . 26.  $y = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1-x}}{1-\sqrt{x}}$ .

2. Найти стационарные точки функции с помощью производной первого порядка.

$y = \frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{8x^3}$ .

1. Найдите значение функции

$y = 2x^2 - \sqrt{x}$  в точке минимума.

3. Найдите количество точек экстремума функции  $y = \frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{8x^3}$ .

4. Найдите точку минимума функции  $y = (x - 1)^2 \sqrt{x}$ .

5. Найдите количество точек экстремумов функции  $y = \frac{7x^3 - 3x^2 + 9}{5x^3}$ .

6. Найдите точку максимума функции

$$y = (x - 1)^4 \sqrt{x}.$$

7. Найдите количество точек экстремума функции  $y = 0,6x^5 - 1,5x^4 + x^3 + 4$

8. Найдите длину промежутка убывания функции  $y = 3x^5 - 5x^3 + 1$

9. Найдите количество точек экстремумов функции  $y = 3x^5 - 15x^2$

10. Найдите значение функции

$$y = 2x^2 - \sqrt{x} \text{ в точке минимума}$$

11. Найдите количество точек экстремума функции  $y = \frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{8x^3}$ .

12. Найдите точку минимума функции

$$y = (x - 1)^2 \sqrt{x}.$$

13. Найдите количество точек экстремумов функции  $y = \frac{7x^3 - 3x^2 + 9}{5x^3}$ .

14. Найдите точку максимума функции  $y = (x - 1)^4 \sqrt{x}$

### 3. Найдите дифференциал $dy$ .

1.  $y = x \arcsin(1/x) + \ln|x + \sqrt{x^2 - 1}|, \quad x > 0.$

2.  $y = \operatorname{tg}(2 \arccos \sqrt{1 - 2x^2}), \quad x > 0.$

3.  $y = \sqrt{1 + 2x} - \ln|x + \sqrt{1 + 2x}|.$  4.  $y = x^2 \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x^2 - 1}.$

5.  $y = \arccos(1/\sqrt{1 + 2x^2}), \quad x > 0.$  6.  $y = x \ln|x + \sqrt{x^2 + 3}| - \sqrt{x^2 + 3}.$

7.  $y = \operatorname{arctg}(\operatorname{sh} x) + (\operatorname{sh} x) \operatorname{lnch} x.$  8.  $y = \arccos\left(\frac{(x^2 - 1)}{(x^2 \sqrt{2})}\right).$

9.  $y = \ln(\cos^2 x + \sqrt{1 + \cos^4 x}).$  10.  $y = \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) - \sqrt{1 + x^2} \operatorname{arctg} x.$

11.  $y = \frac{\ln|x|}{1 + x^2} - \frac{1}{2} \ln \frac{x^2}{1 + x^2}$  . 12.  $y = \ln(e^x + \sqrt{e^{2x} - 1}) + \operatorname{arcsine}^x.$

13.  $y = x\sqrt{4 - x^2} + a \arcsin(x/2).$  14.  $y = \operatorname{Intg}(x/2) - x/\sin x.$

15.  $y = 2x + \ln|\sin x + 2 \cos x|.$  16.  $y = \sqrt{\operatorname{ctg} x} - \sqrt{\operatorname{tg}^3 x}/3.$

17.  $y = \ln \left| \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{2x} \right|.$  18.  $y = \sqrt[3]{\frac{x + 2}{x - 2}}.$

19.  $y = \operatorname{arctg} \frac{x^2 - 1}{x}$ . 20.  $y = \ln \left| x^2 - 1 \right| - \frac{1}{x^2 - 1}$ .

**Исследование функций одной переменной**

**1. Найти асимптоты функций.**

1.  $y = \frac{17 - x^2}{4x - 5}$ . 2.  $y = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{4x^2 - 3}}$ . 3.  $y = \frac{x^3 - 4x}{3x^2 - 4}$ . 4.  $y = \frac{4x^2 + 9}{4x + 8}$ .

5.  $y = \frac{4x^3 + 3x^2 - 8x - 2}{2 - 3x^2}$ . 6.  $y = \frac{x^2 - 3}{\sqrt{3x^2 - 2}}$ . 7.  $y = \frac{2x^2 - 6}{x - 2}$ .

8.  $y = \frac{2x^3 + 2x^2 - 3x - 1}{2 - 4x^2}$ . 9.  $y = \frac{x^3 - 5x}{5 - 3x^2}$ . 10.  $y = \frac{x^2 - 6x + 4}{3x - 2}$ .

**2. Провести полное исследование функций и построить их график.**

1.  $y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$ . 2.  $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ . 3.  $y = \frac{2}{x^2 + 2x}$ . 4.  $y = \frac{4x^2}{3 + x^2}$ .

5.  $y = \frac{12x}{9 + x^2}$ . 6.  $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$ . 7.  $y = \frac{4 - x^3}{x^2}$ . 8.  $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 4}$ .

9.  $y = \frac{2x^3 + 1}{x^2}$ . 10.  $y = \frac{(x - 1)^2}{x^2}$ . 11.  $y = \frac{x^2}{(x - 1)^2}$ . 12.  $y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2$ . 13.

$y = \frac{12 - 3x^2}{x^2 + 12}$ . 14.  $y = \frac{9 + 6x - 3x^2}{x^2 - 2x + 13}$ . 15.  $y = \frac{-8x}{x^2 + 4}$ .

**Блок 13. Неопределённый и определённый интеграл.**

**1. Найти неопределённые интегралы**

1.  $\int (4 - 3x)e^{-3x} dx$ . 2.  $\int \operatorname{arctg} \sqrt{4x - 1} dx$ . 3.  $\int (3x + 4)e^{3x} dx$ . 4.  $\int (4x - 2) \cos 2x dx$ .

5.  $\int (4 - 16x) \sin 4x dx$ . 6.  $\int (5x - 2)e^{3x} dx$ . 7.  $\int (1 - 6x)e^{2x} dx$ . 8.  $\int \ln(x^2 + 4) dx$ .

9.  $\int \ln(4x^2 + 1) dx$ . 10.  $\int (2 - 4x) \sin 2x dx$ . 11.  $\int \operatorname{arctg} \sqrt{6x - 1} dx$ . 12.  $\int (4x - 3)e^{-2x} dx$ .

13.  $\int (2 - 9x)e^{-3x} dx$ . 14.  $\int \operatorname{arctg} \sqrt{2x - 1} dx$ . 15.  $\int \operatorname{arctg} \sqrt{3x - 1} dx$ . 16.  $\int \operatorname{arctg} \sqrt{5x - 1} dx$ .

17.  $\int (5x + 6) \cos 2x dx$ . 18.  $\int (3x - 2) \cos 5x dx$ . 19.  $\int (x\sqrt{2} - 3) \cos 2x dx$ . 20.

$\int (4x + 7) \cos 3x dx$ .

**2. Вычислить определённые интегралы.**

1.  $\int_{-2}^0 (x^2 + 5x + 6) \cos 2x dx$ . 2.  $\int_{-2}^0 (x^2 - 4) \cos 3x dx$ . 3.  $\int_{-1}^0 (x^2 + 4x + 3) \cos x dx$ .

4.  $\int_{-2}^0 (x + 2)^2 \cos 3x dx$ . 5.  $\int_{-4}^0 (x^2 + 7x + 12) \cos x dx$ . 6.  $\int_0^{\pi} (2x^2 + 4x + 7) \cos 2x dx$ .

7.  $\int_0^{\pi} (9x^2 + 9x + 11) \cos 3x dx$ . 8.  $\int_0^{\pi} (8x^2 + 16x + 17) \cos 4x dx$ . 9.  $\int_0^{2\pi} (3x^2 + 5) \cos 2x dx$ .

10.  $\int_0^{2\pi} (2x^2 - 15) \cos 3x dx$ . 11.  $\int_0^{2\pi} (3 - 7x^2) \cos 2x dx$ . 12.  $\int_0^{2\pi} (1 - 8x^2) \cos 4x dx$ .

13.  $\int_{-1}^0 (x^2 + 2x + 1) \sin 3x dx$ . 14.  $\int_0^3 (x^2 - 2x) \sin 2x dx$ . 15.  $\int_0^{\pi} (x^2 - 3x + 2) \sin x dx$ .  
 16.  $\int_0^{\pi/2} (x^2 - 5x + 6) \sin 3x dx$ . 17.  $\int_{-3}^0 (x^2 + 6x + 9) \sin 2x dx$ . 18.  $\int_0^{\pi/4} (x^2 + 17,5) \sin 2x dx$ .  
 19.  $\int_0^{\pi/2} (1 - 5x^2) \sin x dx$ . 20.  $\int_{\pi/4}^3 (3x - x^2) \sin 2x dx$ . 21.  $\int_1^2 x \ln^2 x dx$ . 22.  $\int_1^{e^2} \frac{\ln^2 x dx}{\sqrt{x}}$ .  
 23.  $\int_1^8 \frac{\ln^2 x dx}{3\sqrt{x^2}}$ . 24.  $\int_0^1 (x+1) \ln^2(x+1) dx$ . 25.  $\int_2^3 (x-1)^3 \ln^2(x-1) dx$ .

**Блок 14. Дифференцирование функций нескольких переменных**

1. Найти производные по  $x$  и  $y$  функции  $z = \varphi(x; y)$ , неявно заданной в окрестности точки  $(2; -1; 2)$  уравнением  $x^2 y + y^4 z^2 + x z^3 = 16$ .  
 $f(x; y) = \sin(x^2 y^3 z^4)$ .
2. Найти дифференциал функции  $f(x; y) = 3x^2 y + x^3 y^2$ .
3. Найти дифференциал функции
4. Найти частные производные функции  $f(x; y) = \frac{x^2 + 3y^2}{xy}$  по переменным  $x$  и  $y$ .
5. Найти область определения функции двух переменных  $f(x; y) = \ln(x^2 + y^2 - 4)$ .
6. Найти частные производные первого порядка функции  
 А)  $z = \sin \sqrt{\frac{y}{x^3}}$  Б)  $z = \operatorname{arctg}(x\sqrt{y})$  В)  $z = e^x (\cos y + x \sin y)$  Г)  $z = \frac{y \sin 2y}{\sqrt[3]{x^2}}$
7. Найти  $y'(x)$ , если  $x \sin y - \cos y + \cos(2y + x) = 0$ .
8. Найти приближенное представление неявно заданной функции уравнением  $x^2 - 3xy + y^2 = 1$  в окрестности точки  $(3, 1)$  до второго порядка включительно.
9. Для функции  $z = z(x, y)$ , заданной неявно уравнением  $x^2 + y^2 - z^2 - xy + 3z - 2 = 0$  в окрестности точки  $M_0(-1, 0, 1)$ , найти  $d^2 z(-1, 0)$ .
10. Разложить по формуле Тейлора в окрестности точки  $(0, 1, 0)$  до членов первого порядка включительно функцию  $z = z(x, y, t)$ , заданную неявно уравнением  $\sin z + (x^2 y + e^t) \cdot z + \ln(y + x + t) = 0$  в окрестности точки  $M_0(0, 1, 0, 0)$ .

**Экстремумы функций нескольких переменных**

1. Найти экстремумы функций:  
 1)  $z = x^3 + y^3 - 3xy$ ; 2)  $z = (x - y)^2 + (y - 1)^3$ .



2. Дана функция  $z = f(x, y)$ . Проверить, удовлетворяет ли она данному уравнению.

1.  $z = e^{\frac{x}{y}}$ ;  $\frac{\partial}{\partial x} \left( x^2 \frac{\partial z}{\partial x} \right) - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$  . 2.  $z = e^{xy}$ ;  $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$  .
3.  $z = e^{-\cos(ax+y)}$ ;  $a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$  . 4.  $z = \ln(x^2 + y^2 + 2y + 1)$ ;  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$  .
5.  $z = \sin^2(y - ax)$ ;  $a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$  . 6.  $z = \frac{y}{x}$ ;  $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$  .
7.  $z = y \sqrt{\frac{y}{x}}$ ;  $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$  . 8.  $z = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$ ;  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$  .
9.  $z = \frac{\sin(x-y)}{x}$ ;  $\frac{\partial}{\partial x} \left( x^2 \frac{\partial z}{\partial x} \right) - x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$  . 10.  $z = \frac{y}{(x^2 - y^2)^5}$ ;  $\frac{1}{x} \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{y^2}$  .

3. Найти наименьшее и наибольшее значения функции в замкнутой области.

1.  $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$ ;  $D: x = 0; y = 0; x + y = -3$  .
2.  $z = 2x + y - xy$ ;  $D: 0 \leq x \leq 4; 0 \leq y \leq 4$  .
3.  $z = x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x - 1$ ;  $D: x = 0; y = 0; x + y = 3$  .
4.  $z = x^3 + y^3 - 3xy$ ;  $D: 0 \leq x \leq 2; 0 \leq y \leq 3$  .
5.  $z = xy$ ;  $D: x^2 + y^2 \leq 1$  .
6.  $z = x^2 + 3y^2 + x - y$ ;  $D: x = 1; y = 1; x + y = 1$  .
7.  $z = x^2 - xy + y^2 - 4x$ ;  $D: x = 0; y = 0; 2x + 3y - 14 = 0$  .
8.  $z = \frac{1}{2}x^2 - xy$ ;  $D: y = \frac{1}{3}x^2; y = 3$  .
9.  $z = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ ;  $D: x = 0; y = 0; x = 1; y = 2$  .

4. Исследовать функцию на экстремум.

1.  $z = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2$  .
2.  $z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y$  .
3.  $z = x^3 + y^3 - 15xy$  .
4.  $z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$  .
5.  $z = (x-1)^2 + 2y^2$  .
6.  $z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y$  .
7.  $z = x^3 y^2 (6 - x - y)$ ,  $(x > 0, y > 0)$  .
8.  $z = \frac{1}{2}xy + (47 + x - y) \left( \frac{x}{3} + \frac{y}{4} \right)$  .
9.  $z = (x-1)^2 + 2y^2$  .
10.  $z = x^2 y (2 - x - y)$ ,  $(x > 0, y > 0)$  .

5. Даны: функция  $z = z(x, y)$ , точка  $A$  и вектор  $\vec{a}$ . Найти: 1)  $\overline{\operatorname{grad} z}$  в точке  $A$ ;

2) производную в точке  $A$  по направлению вектора  $\vec{a}$ .

1.  $z = \ln(5x + 3y)$ ;  $A(2;2)$ ;  $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ .

2.  $z = \operatorname{arctg} \frac{y^2}{x}$ ;  $A(2;1)$ ;  $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ .

3.  $z = \frac{xy}{x-y}$ ;  $A(2;1)$ ;  $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j}$ .

4.  $z = 2x^4 + 8x^2y^3$ ;  $A(2;-1)$ ;  $\vec{a} = -3\vec{i} + 4\vec{j}$ .

5.  $z = \ln(2x^2 + y^3)$ ;  $A(3;-1)$ ;  $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j}$ .

6.  $z = \operatorname{arctg} \frac{x}{y^2}$ ;  $A(3;1)$ ;  $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j}$ .

7.  $z = 2x^2 + 3xy + y^2$ ;  $A(2;-2)$ ;  $\vec{a} = \vec{i} - 3\vec{j}$ .

8.  $z = \ln(3x^2 + 5y^3)$ ;  $A(2;3)$ ;  $\vec{a} = -4\vec{i} + 3\vec{j}$ .

9.  $z = 2x^3y + 3x^2y^2$ ;  $A(1;-2)$ ;  $\vec{a} = 6\vec{i} - 8\vec{j}$ .

10.  $z = \ln(5x + 3y)$ ;  $A(2;2)$ ;  $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ .

**Блок 15-19. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы, элементы теории поля. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. Теория поля. Числовые и функциональные ряды. Ряды Фурье.**

**Вычислить криволинейный интеграл**

1.  $\int_{AB} (x^2 - y^2)dx + xydy$ , если путь от  $A(1;1)$  до  $B(3;4)$  – отрезок прямой.

2.  $\int_K (x-y)^2 dx + (x+y)^2 dy$ , если  $K$  – ломаная  $OAB$ , где  $O(0;0)$ ,  $A(2;0)$ ,  $B(4;2)$ .

3.  $\int_{AB} \frac{yds}{\sqrt{x}}$ , если  $AB$  – дуга полукубической параболы  $y^2 = (4/9)x^3$  от  $A(3;2\sqrt{3})$  до  $B(8; \frac{32\sqrt{2}}{3})$ .

4.  $\int_K ydx - (y+x^2)dy$ , если  $K$  – дуга параболы  $y = 2x - x^2$ , расположенная над осью  $Ox$  и пробегаемая по ходу часовой стрелки.

5.  $\int_K ydx + 2xdy$ , если  $K$  – пробегаемый против хода часовой стрелки ромба, стороны которого лежат на прямых  $x/3 + y/2 = \pm 1$ ,  $x/3 - y/2 = \pm 1$ .

6.  $\int_K 2xdy - 3ydx$ , если  $K$  – контур треугольника с вершинами  $A(1;2)$ ,  $B(3;1)$ ,  $C(2;5)$ , пробегаемый против хода часовой стрелки.

7.  $\int_K \frac{dy}{x} - \frac{dx}{y}$ , если  $K$  – I четверть окружности  $x = r \cos t$ ,  $y = r \sin t$ , пробегаемая против хода часовой стрелки.

8.  $\int_K x^2 ydx + x^3 dy$ , если  $K$  – контур, ограниченный параболлами  $y^2 = x$ ,  $x^2 = y$

9.  $\int_K xydl$ , если  $K$  – отрезок прямой от  $A(1;2)$  до  $B(4;6)$ .

10.  $\int_K (x+y)dl$ , если  $K$  – дуга окружности  $x^2 + y^2 = a^2$ , соединяющая точки  $A(a;0)$  и  $B(0;a)$ .

**Блок 20. Обыкновенные дифференциальные уравнения.**

Найти общий интеграл дифференциального уравнения.

1.  $y' = \frac{x+2y-3}{2x-2}$ .

2.  $y' = \frac{x+y-2}{2x-2}$ .

3.  $y' = \frac{3y-x-2}{3x+3}$ .

4.  $y' = \frac{2y-2}{x+y-2}$ .

5.  $y' = \frac{x+y-2}{3x-y-2}$ .

6.  $y' = \frac{2x+y-3}{x-1}$ .

7.  $y' = \frac{x+7y-8}{9x-y-8}$ .

8.  $y' = \frac{x+3y+4}{3x-6}$ .

9.  $y' = \frac{3y+3}{2x+y-1}$ .

10.  $y' = \frac{x+2y-3}{4x-y-3}$ .

11.  $y' = \frac{x-2y+3}{-2x-2}$ .

12.  $y' = \frac{x+8y-9}{10x-y-9}$ .

13.  $y' = \frac{2x+3y-5}{5x-5}$ .

14.  $y' = \frac{4y-8}{3x+2y-7}$ .

15.  $y' = \frac{x+3y-4}{5x-y-4}$ .

16.  $y' = \frac{y-2x+3}{x-1}$ .

17.  $y' = \frac{x+2y-3}{x-1}$ .

18.  $y' = \frac{3x+2y-1}{x+1}$ .

19.  $y' = \frac{5y+5}{4x+3y-1}$ .

20.  $y' = \frac{x+4y-5}{6x-y-5}$ .

21.  $y' = \frac{x+y+2}{x+1}$ .

22.  $y' = \frac{2x+y-3}{4x-4}$ .

23.  $y' = \frac{2x+y-3}{2x-2}$ .

24.  $y' = \frac{y}{2x-2y-2}$ .

25.  $y' = \frac{x+5y-6}{7x-y-6}$ .

**Критерии оценки:**

**оценка «отлично»** выставляется студенту, если правильно выполнено более 90% заданий;

**оценка «хорошо»** выставляется студенту, если правильно выполнено более 70% заданий;

**оценка «удовлетворительно»** выставляется студенту, если правильно выполнено более 50% заданий;

**оценка «неудовлетворительно»** выставляется студенту, если правильно выполнено менее 50% заданий.

– **оценка «зачтено»** выставляется студенту, если правильно выполнено более 50% заданий;

– **оценка «не зачтено»** выставляется студенту, если правильно выполнено менее 50% заданий.

**Составитель**

\_\_\_\_\_ Б.Р. Кодиров