

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
Информатика

1. Код и наименование направления подготовки:

44.03.01 Педагогическое образование

2. Профиль подготовки:

Информатика и информационные технологии в образовании

3. Квалификация (степень) выпускника:

Бакалавр

4. Форма обучения:

Заочная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:

Кафедра прикладной математики, информатики, физики и методики их преподавания

6. Составитель:

В. В. Волков, кандидат физико-математических наук, доцент

7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Приступая к изучению учебной дисциплины, прежде всего обучающиеся должны ознакомиться с учебной программой дисциплины. Электронный вариант рабочей программы размещён на сайте БФ ВГУ.

Знание основных положений, отраженных в рабочей программе дисциплины, поможет обучающимся ориентироваться в изучаемом курсе, осознавать место и роль изучаемой дисциплины в подготовке будущего педагога, строить свою работу в соответствии с требованиями, заложенными в программе.

Основными формами контактной работы по дисциплине являются лекции, практические и лабораторные занятия, посещение которых обязательно для всех студентов (кроме студентов, обучающихся по индивидуальному плану).

В ходе лекционных занятий следует не только слушать излагаемый материал и кратко его конспектировать, но очень важно участвовать в анализе примеров, предлагаемых преподавателем, в рассмотрении и решении проблемных вопросов, выносимых на обсуждение. Необходимо критически осмысливать предлагаемый материал, задавать вопросы как уточняющего характера, помогающие уяснить отдельные излагаемые положения, так и вопросы продуктивного типа, направленные на расширение и углубление сведений по изучаемой теме, на выявление недостаточно освещенных вопросов, слабых мест в аргументации и т.п.

Не следует дословно записывать лекцию, лучше попытаться понять логику изложения и выделить наиболее важные положения лекции в виде опорного конспекта. Рекомендуется использовать различные формы выделения наиболее сложного, нового, непонятного материала, который требует дополнительной проработки: можно пометить его знаком вопроса (или записать на полях сам вопрос), цветом, размером букв и т.п. – это поможет быстро найти материал, вызвавший трудности, и в конце лекции (или сразу же, попутно) задать вопрос преподавателю (не следует оставлять непонятый материал без дополнительной проработки, без него иногда бывает невозможно понять последующие темы). Материал уже знакомый или понятный нуждается в меньшей детализации – это поможет сэкономить усилия во время конспектирования.

На практических занятиях необходимо активно участвовать в решении предлагаемых задач, начиная уже с этапа анализа условия и поиска путей решения. Студенту, вызванному для решения задачи к доске, следует подробно комментировать ход решения задачи, а стальным студентам — выполнять основные этапы решения предложенной задачи самостоятельно, но при этом контролируя ход решения на доске. При возникновении проблем с решением какой-либо задачи, рекомендуется сразу же задать вопрос преподавателю: непонимание, возникшее, при решении одной задачи, может помешать решать последующие.

При выполнении лабораторных работ следует пользоваться конспектом лекций и тетрадью с решением задач с практических занятий. Решения оформляются с использованием текстового процессора (например, MS Word) и содержат, помимо ответов, подробное решение каждой задачи.

При подготовке к промежуточной аттестации необходимо повторить пройденный материал в соответствии с учебной программой, примерным перечнем вопросов, выносящихся на зачёт. Рекомендуется использовать конспекты лекций и источники, перечисленные в списке литературы в рабочей программе дисциплины, а также ресурсы электронно-библиотечных систем. Необходимо обратить особое внимание на темы учебных занятий, пропущенных по разным причинам. При необходимости можно обратиться за консультацией и методической помощью к преподавателю.

8. Тематика лекционных занятий

Тема №1. Подходы к измерению и представлению информации.

- Измерение информации.
- Вероятностный подход к оценке количества информации.
- Формулы Хартли и Шеннона.
- Алфавитный подход к оценке количества информации.
- Содержательный подход к оценке количества информации.
- Структура информации. Множество. Стек. Очередь. Дерево.

Тема №2. Понятие о кодировании информации.

- Язык, алфавит. Сигнал.
- Кодирование. Декодирование. Двоичное кодирование.
- Передача информации. Скорость передачи информации.
- Искажение информации. Кодирование с исправлением ошибок.
- Сжатие информации.

9. Методические материалы для обучающихся по теме «Общие представления об информации»

Информация является одним из ключевых понятий информатики. Кроме того, с бытовым понятием информации мы сталкиваемся ежедневно. И, тем не менее, строгого и общепризнанного её определения до сих пор не существует.

Термин «информация» происходит от латинского слова *informatio*, означающего разъяснение, изложение, осведомление. Если проанализировать определения информации, приводимые в различных словарях, учебниках и учебных пособиях по информатике, то можно проследить весьма широкий диапазон подходов к определению содержания понятия «информация».

С одной стороны, информацию часто относят к фундаментальным понятиям в современной науке. В этом смысле информацию наряду с веществом и энергией рассматривают в качестве важнейшей сущности мира. При этом формально определить понятие «информация» чрезвычайно сложно.

С другой стороны, в понятие «информация» часто вкладывают более «прикладной» смысл, трактуя его более или менее широко.

В Федеральном законе Российской Федерации от 27 июля 2006 г. № 149-ФЗ «Об информации, информационных технологиях и о защите информации» (с изменениями от 27 июля 2010 г., 6 апреля 2011 г.) дано следующее определение: «Информация — сведения (сообщения, данные) независимо от формы их представления».

Несколько конкретизируем это понятие с учётом специфики его использования при изучении информатики.

Информация — это сведения об окружающем мире (объекте, процессе, явлении, событии), которые являются объектом преобразования (включая хранение, передачу и т.д.) и используются для выработки поведения, для принятия решения, для управления или для обучения.

Как следует из определения, с информацией всегда связывают три понятия:

- *источник информации* — тот элемент окружающего мира, сведения о котором являются объектом преобразования;
- *потребитель информации* — тот элемент окружающего мира, который использует информацию;
- *сигнал* — материальный носитель, который фиксирует информацию для переноса её от источника к потребителю. В общем случае сигнал — это изменяющийся во времени физический процесс.

Традиционно у информации выделяют три аспекта:

- *синтаксис* — определяет способ представления информации на носителе (в сигнале);
- *семантика* — определяет смысл информации как соответствие сигнала реальному миру. Семантика может рассматриваться как некоторое соглашение, известное потребителю информации, о том, что означает каждый сигнал (правило интерпретации);
- *прагматика* — определяет влияние информации на поведение потребителя.

Следует отметить, что различные по синтаксису сигналы могут иметь одинаковую семантику. В этом случае обычно говорят о *синонимии* сигналов. С другой стороны, один сигнал (то есть информация с одним синтаксическим свойством) может иметь разную прагматику для потребителей и/или семантику. В этом случае говорят об *омонимии* сигнала.

Виды сигнала

В случае, когда несущий информацию параметр сигнала принимает последовательное во времени конечное число значений (при этом все они могут быть пронумерованы), сигнал называется дискретным. Информация, передаваемая источником, в этом случае также называется *дискретной (цифровой)*.

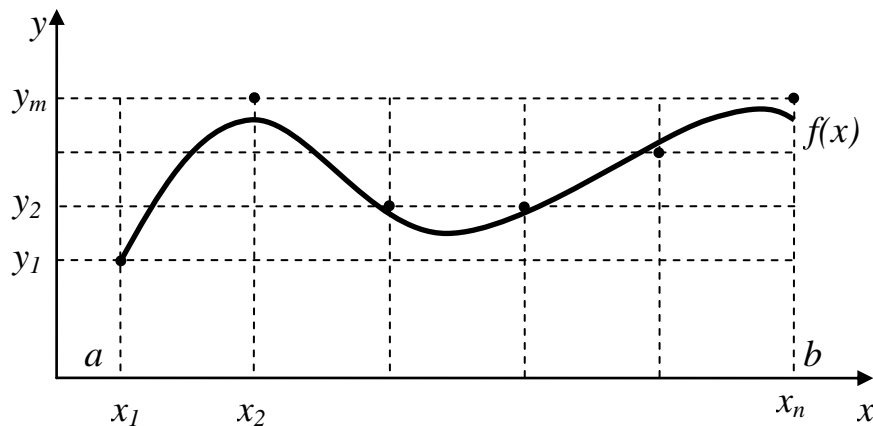
Если же источник вырабатывает непрерывное сообщение (соответственно параметр сигнала — непрерывная функция времени), соответствующая информация называется *непрерывной (аналоговой)*.

Непрерывное сообщение может быть представлено непрерывной функцией, заданной на некотором отрезке $[a, b]$ (см. рисунок ниже).

Непрерывное сообщение можно преобразовать в дискретное (такая процедура называется *дискретизацией* или *квантованием*). Различают два вида квантования — *по времени* и *по уровню*.

Простейший способ *квантования по времени* состоит в следующем: область определения функции разбивается точками x_1, x_2, \dots, x_n , на отрезки равной длины и на каждом из этих отрезков значение функции принимается постоянным и равным $f(x_i)$ (могут использоваться и другие значения: например, среднее на отрезке).

Ось значений функции можно разбить на отрезки с заданным шагом точками y_1, y_2, \dots, y_m и сопоставить каждое из значений $f(x_i)$ с ближайшим значением на полученной «шкале», осуществив таким образом *квантование по уровню*. В итоге получим дискретное представление непрерывной функции, точность которого зависит от длин отрезков разбиения осей координат. Результат дискретизации представлен на следующем рисунке:



Таким образом, любое сообщение может быть представлено как дискретное; иначе говоря, последовательностью знаков некоторого алфавита. Устройство, осуществляющее преобразование аналогового сигнала в дискретный, называют аналогово-цифровым преобразователем (АЦП), а для устройства, осуществляющего обратное преобразование, часто используют аббревиатуру ЦАП.

Информационный процесс и его структура

Под *информационным процессом* понимают изменение с течением времени содержания информации или представляющего его сообщения.

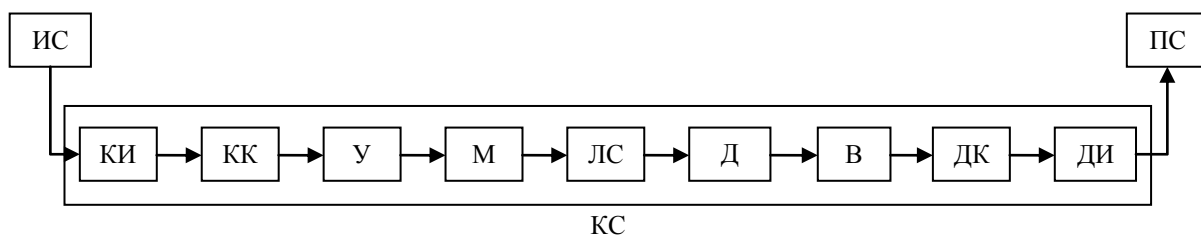
В государственном стандарте РФ «Защита информации. Порядок создания автоматизированных систем в защищенном исполнении» (ГОСТ Р 51583-2000) закреплено следующее «перечислительное» определение: *информационный процесс* — процесс получения, создания, сбора, обработки, накопления, хранения, поиска, распространения и использования информации.

При переносе информации в виде сигнала от источника к потребителю, она проходит последовательно следующие фазы (фазы обращения), составляющие информационный процесс:

1. *Восприятие* (если фаза реализуется технической системой) или *сбор* (если фаза реализуется человеком) — осуществляет отображение источника информации в сигнал.
2. *Передача* — перенос информации в виде сигнала в пространстве посредством физических сред любой природы. Включается в информационный процесс, если места сбора или восприятия информации территориально разобщены с местом обработки сигнала, либо если место обработки сигнала отстоит от места представления или воздействия на потребителя информации.
3. *Обработка* — любое преобразование информации с целью решения определенных функциональных задач. Иногда в данную фазу включают *хранение* информации, рассматривание его как «перенос» информации во времени.
4. *Представление* (если потребителем информации является человек) или *воздействие* (если потребителем является техническая система). В первом случае выполняется подготовка информации к виду, удобному для потребителя (графики, тексты, таблицы и т.д.). Во втором случае вырабатываются управляющие воздействия на технические средства.

Передача информации

Общая схема передачи информации в электронных системах представлена ниже:



Здесь сокращения означают следующее:

ИС — источник сообщения. Он регистрирует (фиксирует) информацию на каком-либо носителе, в результате чего образуется сигнал. Может выполнять в целом первую фазу обращения информации, а также криптографическое кодирование. В роли ИС могут выступать сканеры, факсимильные аппараты, клавиатуры, компьютеры и т.д.

КИ — кодер источника. Выполняет эффективное кодирование информации в сигнале в случае необходимости. Может отсутствовать в схеме.

КК — кодер канала. На него возложены функции помехозащитного кодирования, если передаваемый сигнал подвержен помехам.

У — уплотнитель сигнала. Способствует передаче нескольких сигналов по одной линии связи (ЛС). Может отсутствовать в схеме.

М — модулятор сигнала. Изменяет информационные характеристики сигналов-носителей, накладывая на него дискретный сигнал.

ЛС — линия связи — физическая среда и технические средства в ней, которые используются для передачи сигнала на расстояние.

ДМ — демодулятор. Выполняет выделение дискретного сигнала из сигнала-носителя. Имеет место в схеме только при наличии модулятора М.

В — устройство выделения уплотненного сигнала. Имеет место в схеме только при наличии уплотнителя У.

ДК — декодер канала. Выявляет и/или исправляет ошибки, допущенные при передаче сигнала по линии связи ЛС. Присутствует в схеме только при наличии кодера канала КК.

ДИ — декодер источника. Декодирует эффективные коды. Присутствует в схеме только при наличии кодера источника КИ.

ПС — получатель сообщения. В его роли может выступать компьютер, принтер, дисплей и т.д.

КС — канал связи.

Технически блоки модулятор (М) и демодулятор (ДМ) реализованы в одном устройстве, которое называется *модем* (МОдулятор-ДЕМодулятор).

Аналогично блоки кодеров (КИ и КК) и декодеров (ДИ и ДК) реализованы технически в одном устройстве, называемом *кодек* (КОдер-ДЕКОдер).

Блок уплотнитель У и блок выделения сигнала В образуют *мультиплексор*.

Модуляция и демодуляция сигнала

Модуляция — изменение информативных параметров некоторых первичных физических процессов (сигналов), рассматриваемых как носители информации, в соответствии с передаваемой (включаемой и сигнал) информацией.

Виды модуляции связаны с типом сигнала-носителя.

- 1) Сигнал-носитель — фиксированный уровень, например, значение напряжения. В этом случае возможна только *прямая модуляция*, при которой изменение уровня напряжения означает передачу того или иного сигнала.
- 2) Сигнал-носитель — колебания. Этот вид сигнала характеризуется тремя информационными параметрами — амплитудой, частотой и фазой, поэтому возможны три вида модуляции:
 - *амплитудная* — изменение амплитуды означает передачу сигнала;
 - *частотная* — изменение частоты колебаний передает сигнал;
 - *фазовая* — смена фазы передает дискретный сигнал.
- 3) Сигнал-носитель — импульсы:
 - *амплитудно-импульсная* — передача дискретного сигнала связана с изменением амплитуды импульсов;
 - *частотно-импульсная* — передача дискретного сигнала связана с изменением частоты импульсов;
 - *время-импульсная* — передача дискретного сигнала связана с изменением продолжительности импульса.

Демодуляция — восстановление величин, вызвавших изменение параметров носителей при модуляции. Выполняется на принимающей стороне при известных условиях модуляции на передающей стороне.

10. Методические материалы для обучающихся по теме «Подходы к измерению информации»

В информатике, как правило, измерению подвергается информация, представленная дискретным сигналом. При этом часто различают три подхода.

- 1) *Структурный* подход. Измеряет количество информации простым подсчетом информационных элементов, составляющих сообщение. Применяется для оценки возможностей запоминающих устройств, объемов передаваемых сообщений, инструментов кодирования без учета статистических характеристик их эксплуатации.
- 2) *Статистический* подход. Учитывает вероятность появления сообщений: более информативным считается то сообщение, которое менее вероятно, то есть менее всего ожидалось. Применяется при оценке значимости получаемой информации.
- 3) *Семантический* подход. Учитывает целесообразность и полезность информации. Применяется при оценке эффективности получаемой информации.

Рассмотрим эти подходы подробнее.

Структурный подход к измерению информации

В рамках структурного подхода выделяют три меры информации:

- геометрическая;
- комбинаторная;
- аддитивная, или мера Хартли.

Геометрическая мера

Определяет максимально возможное количество информации в заданных объемах. Единица измерения — информационный элемент. Мера может быть использована для определения информационной емкости памяти компьютера. В этом случае в качестве информационного элемента выступает минимальная единица хранения — бит. Список самых распространенных более крупных единиц и соотношение между ними приведено ниже:

8 бит = 1 байт (сокращенно Б);

1024 Б = 1 килобайт (сокращенно КБ или Кбайт);

1024 КБ = 1 мегабайт (сокращенно МБ или Мбайт);

1024 МБ = 1 гигабайт (сокращенно ГБ или Гбайт);

1024 ГБ = 1 терабайт (сокращенно ТБ или Тбайт).

Комбинаторная мера

Оценивает возможность представления информации при помощи различных комбинаций информационных элементов в заданном объеме. Использует типы комбинаций элементов и соответствующие математические соотношения, которые приводятся в одном из разделов дискретной математики — комбинаторике.

Комбинаторная мера может использоваться для оценки информационных возможностей некоторого автомата, который способен генерировать дискретные сигналы (сообщения) в соответствии с определенным правилом комбинаторики.

Очевидно, комбинаторная мера является развитием геометрической меры, так как помимо длины сообщения учитывает объем исходного алфавита и правила, по которым из его символов строятся сообщения.

Особенностью комбинаторной меры является то, что ею измеряется информация не конкретного сообщения, а всего множества сообщений, которые могут быть получены.

Единицей измерения информации в комбинаторной мере является число комбинаций информационных элементов.

Рассмотрим простейший пример. Пусть требуется оценить, сколько различных десятичных двузначных чисел может сформировать некий автомат. В соответствии с положениями комбинаторики, данный автомат генерирует размещения (различаются числа, например, 34 и 43) из 10 элементов (используются 10 цифр) по 2 (формируются двузначные числа) с повторениями (возможны числа, состоящие из одинаковых цифр). Тогда можно оценить информационную емкость данного устройства по простой формуле для размещений с повторениями:

$$P_n(10^2) = 10^2 = 100.$$

Аддитивная мера

Эта мера предложена в 1928 году американским ученым Ральфом Хартли, поэтому имеет второе название — мера Хартли. Хартли впервые ввел специальное обозначение для количества информации — I и предложил следующую логарифмическую зависимость между количеством информации и мощностью исходного алфавита:

$$I = l \cdot \log_2 h,$$

где I — количество информации, содержащейся в сообщении; l — длина сообщения; h — мощность исходного алфавита (количество символов в нём).

Данная формула даёт аналитическое определение единицы измерения информации в аддитивной мере — *бита* (BIT — Binary digiT) по Хартли — это количество информации, которое содержится в двоичной цифре.

Статистический подход к измерению информации

В 30-х годах XX века американский ученый Клод Шеннон предложил связать количество информации, которое несет в себе некоторое сообщение, с вероятностью получения этого сообщения.

Вероятность P — количественная априорная (то есть известная до проведения опыта) характеристика одного из исходов (событий) некоторого опыта. Измеряется в пределах от 0 до 1. Если заранее известны все исходы опыта, сумма их вероятностей равна 1, а сами исходы составляют *полную группу событий*. Если все исходы могут свершиться с одинаковой долей вероятности, они называются *равновероятными*.

Пусть можно получить N сообщений по результатам некоторого опыта (то есть у опыта есть N исходов), причем известны вероятности получения каждого сообщения (исхода) — P_i . Тогда, в соответствии с идеей Шеннона, количество информации I в сообщении i определяется по формуле:

$$I_i = -\log_2 P_i,$$

где P_i — вероятность i -го сообщения (исхода).

Несложно видеть, что данная формула для случая равновероятных событий, когда $P_i = \frac{1}{N}$, переходит в формулу Хартли.

Таким образом, количество получаемой с сообщением информации тем больше, чем неожиданнее данное сообщение.

Этот тезис использован при эффективном кодировании кодами переменной длины (то есть имеющими разную геометрическую меру): исходные символы, имеющие большую частоту (или вероятность), имеют код меньшей длины, то есть несут меньше информации в геометрической мере, и наоборот.

Помимо информационной оценки одного сообщения, Шеннон предложил количественную информационную оценку всех сообщений, которые можно получить по результатам проведения некоторого опыта.

Для этого в 1948 г. в теорию информации им была введена мера неопределённости ситуации, которую он назвал *энтропией*. Вычисляется эта мера в соответствии с определением математического ожидания и выглядит следующим образом:

$$H = -\sum_{i=1}^N P_i \log_2 P_i.$$

Основные свойства энтропии:

- Для источника в виде одиночного и достоверного события X , для которого по определению $N = 1$ и $P_1 = 1$, неопределенность отсутствует и $H = 0$.
- Энтропия источника пропорциональна объему его первичного алфавита ($H \sim N$) и монотонно растет с ростом N . При фиксированном N энтропия максимальна и равна $\log_2 N$ в случае, если все события равновероятны.

- Неопределенность составного ансамбля (объединения) из двух независимых источников измеряется суммой энтропий образующих его ансамблей.

Количество информации, приносимое в среднем одним сообщением, равно изменению энтропии источника, так как по определению Шеннона: *информация* — есть мера снятой неопределенности:

$$I = H - H_1,$$

где H — энтропия (неопределенность) до получения сообщения, H_1 — энтропия после получения сообщения. В случае, если полученное сообщение полностью снимает неопределенность ситуации: $H_1 = 0$ и $I = H$.

Помня, что $I = -\log_2 p_i$ является мерой количества информации в элементарном дискретном сообщении, мы можем сказать, что энтропия, являясь мерой неопределенности источников информации, состояния которых не равновероятны, в то же время может служить мерой *среднего количества информации* в еще не выданном элементарном дискретном сообщении.

Таким образом, априорное среднее количество информации I_{cp} :

$$I_{cp} = -\sum_{i=1}^N p_i \log_2 p_i,$$

где p_i — вероятность i -го сообщения.

Единицей измерения информации в подходе Шеннона является *бит*, определяемый как среднее количество информации, получаемое при реализации одного из двух равновероятных событий.

Семантический подход к измерению информации

В рамках этого подхода обычно рассматривают такие меры, как целесообразность, полезность (учитывают прагматику информации) и истинность информации (учитывает семантику информации).

Целесообразность информации

Количество I получаемой вместе с сообщением информации с позиций её целесообразности определяется по формуле:

$$I = \log_2 \frac{P_2}{P_1},$$

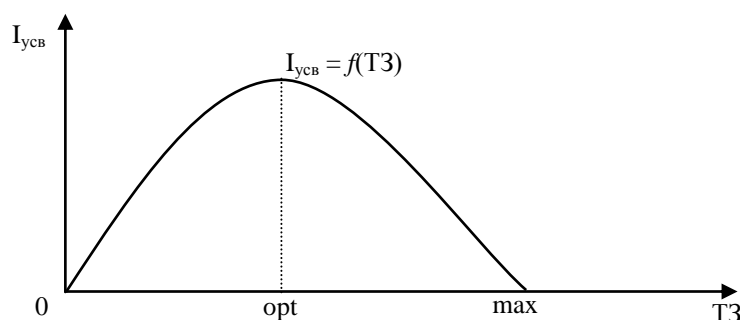
где P_1, P_2 — вероятности достижения цели до и после получения сообщения соответственно.

Если результат оказался отрицательным, то полученная информация является *дезинформацией*.

Полезность информации

Количество усваиваемой потребителем информации $I_{усв}$ тесно связано с теми знаниями, которые имеет потребитель к моменту получения информации — с *тезаурусом* (ТЗ) потребителя. Этим определяется полезность информации.

Зависимость усваиваемой потребителем информации от его тезауруса выражается графически следующей кривой:



Как видно из графика, при тезаурусе, равном нулю и максимальному значению в точке \max , информация не усваивается: в первом случае потребителю непонятна принимаемая информация, во втором — она ему уже известна. Максимально усваивается информация (то есть она наиболее полезна) в точке opt , когда потребитель обладает достаточным (но не максимально возможным) тезаурусом для понимания получаемой информации.

Истинность информации

Пусть $r(x)$ — функция, оценивающая истинность сообщения x как соответствие его реальному положению вещей:

$$0 \leq r(x) \leq 1,$$

причем при $r(x) = 1$ сообщение истинно, а при $r(x) = 0$ сообщение ложно.

Оценить истинность сложного сообщения можно, разбив его на простые. Тогда можно предложить рассчитывать истинность сложного сообщения как среднее арифметическое значение истинностей сообщений, его составляющих.

Количество информации I , получаемое с сообщением x , можно рассчитать как:

$$I = 2 \cdot r(x) - 1,$$

где $r(x)$ — истинность сообщения x .

11. Методические рекомендации для обучающихся по теме «Системы счисления»

Системой счисления называется знаковая система, в которой числа записываются и именуется по определенным правилам с помощью символов специального алфавита, называемых цифрами. В систему счисления также входят правила арифметических операций над числами.

Наиболее часто используемыми являются *позиционные системы счисления*, в которых количественное значение, обозначаемое цифрой, зависит от ее позиции в числе. Каждая позиционная система счисления имеет *основание*, равное количеству используемых цифр (мощности алфавита). Значения одиночных цифр — это соответствующие им целые числа. Для записи чисел, содержащих более одного знака, используется упорядоченная последовательность цифр. Позиция в числе, занимаемая цифрой, называется *разрядом*. Разряды нумеруются начиная от точки (запятой), отделяющей целую часть числа от дробной. При этом разряд «единиц» имеет номер 0, разряды вправо от него нумеруются положительными числами, а влево — отрицательными. Каждому разряду сопоставляется дающее ему название количественное значение — вес разряда, равный основанию системы счисления, возведенному в степень, совпадающую с номером разряда.

Десятичная система счисления является позиционной и использует десять цифр — от 0 до 9. В системах счисления с другими основаниями используется соответствующий набор цифр, при необходимости (если основание больше десяти) дополненный

латинскими буквами, выполняющими в данном случае роль цифр. В следующей таблице содержатся перечни цифр для некоторых позиционных систем счисления.

Основание	Система счисления	Знаки
2	Двоичная	0,1
3	Троичная	0,1,2
8	Восьмеричная	0,1,2,3,4,5,6,7
10	Десятичная	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
12	Двенадцатеричная	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B
16	Шестнадцатеричная	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F

В общем случае в позиционной системе счисления с основанием p ($p > 1$) произвольное число N принято представлять в виде последовательности цифр a_i :

$$N = a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0 . a_{-1} a_{-2} \dots a_{-m} .$$

Согласно правилам записи чисел в позиционных системах счисления, это число N может быть представлено в виде полинома от основания P :

$$N = a_n \cdot p^n + a_{n-1} \cdot p^{n-1} + \dots + a_1 \cdot p^1 + a_0 \cdot p^0 + a_{-1} \cdot p^{-1} + a_{-2} \cdot p^{-2} + \dots + a_{-m} \cdot p^{-m} ,$$

или, если записать более коротко:

$$N = \sum_{i=-m}^n a_i \cdot p^i .$$

Проиллюстрируем сказанное на примере привычной нам десятичной системы счисления (нижний индекс рядом с числом указывает на основание системы счисления и всегда записывается в десятичной системе):

$$451.42_{10} = 4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2} .$$

В данном примере знак «4» в одном случае означает число сотен, а в другом — число десятых долей единицы.

Для внутреннего представления информации в компьютерах, как правило, используется двоичная система счисления. Однако для человека восприятие информации, записанной с помощью двоичного кода, затруднено из-за того, что для записи используются всего две цифры и рост количества разрядов с ростом значения числа происходит очень быстро. Поэтому для более компактной записи информации используются системы счисления с основаниями, являющимися степенями двойки: восьмеричная (2^3) и шестнадцатеричная (2^4). Набор знаков (цифр), используемых для записи чисел в этих системах счисления, приведен в таблице выше.

При работе с компьютерами часто упомянутые позиционные системы счисления (двоичная, восьмеричная, десятичная и шестнадцатеричная) используются параллельно, поэтому большое практическое значение имеют процедуры перевода чисел из одной системы счисления в другую.

Перевод чисел из системы с произвольным основанием в десятичную систему счисления осуществляется путем составления полинома $N = \sum_{i=-m}^n a_i \cdot p^i$ с основанием той системы, из которой число переводится. Затем подсчитывается значение суммы (арифметические действия производятся в десятичной системе; в системах счисления с основанием, превышающим десять, цифры больше девяти заменяются соответствующими десятичными числами).

Рассмотрим примеры.

1) $101101.101_2 \rightarrow$ «10» с.с. (перевести число из двоичной в десятичную систему счисления):

$$101101.101_2 = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} = 45.625_{10}.$$

2) $523.12_8 \rightarrow$ «10» с.с.:

$$523.12_8 = 5 \cdot 8^2 + 2 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0 + 1 \cdot 8^{-1} + 2 \cdot 8^{-2} = 339.15625_{10}.$$

3) Перевести $A5F.D_{16} \rightarrow$ «10» с.с.:

$$A5F.D_{16} = 10 \cdot 16^2 + 5 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0 + 13 \cdot 16^{-1} = 2655.8125_{10} \text{ (с учётом, что } A_{16}=10_{10}, B_{16}=11_{10}, C_{16}=12_{10}, D_{16}=13_{10}, E_{16}=14_{10}, F_{16}=15_{10} \text{)}.$$

Перевод чисел из десятичной системы в систему счисления с произвольным основанием производится отдельно для целой и дробной части.

Перевод целой части десятичного числа в произвольную систему счисления осуществляется последовательным делением её и получаемых в процессе перевода неполных частных на основание той системы, в которую число переводится, до тех пор, пока не получится частное, меньшее этого основания. Результат в новой системе запишется в виде остатков деления, начиная с последнего.

Перевод дробной части десятичного числа в произвольную систему счисления осуществляется с помощью последовательного умножения дробной части исходного числа и дробных частей получаемых произведений на основание той системы, в которую число переводится, до тех пор, пока дробная часть не станет нулевой. Дробь в новой системе счисления записывается в виде целых частей произведений, начиная с первого.

Необходимо заметить, что конечной десятичной дроби в другой системе счисления может соответствовать бесконечная (иногда периодическая) дробь. В этом случае количество знаков в представлении дроби в новой системе счисления выбирается в зависимости от требуемой точности.

Рассмотрим примеры.

1) $25.625_{10} \rightarrow$ «2» с.с.:

Переведем целую часть:

$$\begin{array}{r|l} 25 & 2 \\ \hline 24 & 12 \quad 2 \\ \hline 1 & 12 \quad 6 \quad 2 \\ & 0 \quad 6 \quad 3 \quad 2 \\ & & 0 \quad 2 \quad 1 \\ & & & 1 \end{array}$$

Получим: $25_{10} = 11001_2$.

Переведем дробную часть:

$$\begin{array}{r|l} 0 & 625 \quad \times 2 \\ \hline 1 & 25 \quad \times 2 \\ \hline 0 & 5 \quad \times 2 \\ \hline 1 & 0 \quad \times 2 \end{array}$$

Получим: $0.625_{10} = 0.101_2$.

Итоговый результат: $25.625_{10} = 11001.101_2$.

2) $137.5625_{10} \rightarrow$ «8» с.с.:

Переведем целую часть:

$$\begin{array}{r|l} 137 & 8 \\ \hline 136 & 17 \quad 8 \\ \hline 1 & 16 \quad 2 \\ & 1 \end{array}$$

Получим: $137_{10} = 211_8$.

Переведем дробную часть:

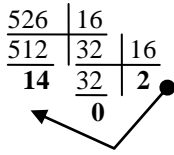
$$\begin{array}{r|l} 0 & 5625 \quad \times 8 \\ \hline 4 & 5 \quad \times 8 \\ \hline 4 & 0 \quad \times 8 \end{array}$$

Получим: $0.5625_{10} = 0.44_8$.

Итоговый результат: $137.5625_{10} = 211.44_8$.

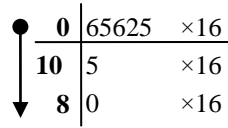
3) $526.65625_{10} \rightarrow$ «16» с.с.:

Переведем целую часть:



Получим: $526_{10} = 20E_{16}$.

Переведем дробную часть:



Получим: $0.65625_{10} = 0.A8_{16}$.

Итоговый результат: $526.65625_{10} = 20E.A8_{16}$.

Переводы чисел между двоичной, восьмеричной и шестнадцатеричной системами счисления осуществляются путем простой замены групп цифр. Связано это с тем, что, как уже было отмечено, основания восьмеричной и шестнадцатеричной систем счисления являются степенями двойки. Поэтому любая цифра восьмеричной ($8=2^3$) системы счисления может быть представлена тремя двоичными цифрами (*триадой*), а любая цифра шестнадцатеричной ($16=2^4$) системы — четырьмя (*тетрадой*). В следующей таблице приведены эти представления:

Восьмеричная		Шестнадцатеричная			
Цифры	Триады	Цифры	Тетрады	Цифры	Тетрады
0	000	0	0000	8	1000
1	001	1	0001	9	1001
2	010	2	0010	A	1010
3	011	3	0011	B	1011
4	100	4	0100	C	1100
5	101	5	0101	D	1101
6	110	6	0110	E	1110
7	111	7	0111	F	1111

Для перевода восьмеричного или шестнадцатеричного числа в двоичную систему счисления достаточно заменить каждую цифру этого числа соответствующей триадой или тетрадой соответственно (см. таблицу выше). Нули в старших разрядах целой части числа и младших разрядах дробной части числа при этом отбрасываются.

Рассмотрим примеры.

1) $325.6_8 \rightarrow$ «2» с.с.:

$$3 \ 2 \ 5 \ . \ 6 = 11010101.11_2$$

011 010 101 110

2) $B4D.E_{16} \rightarrow$ «2» с.с.:

$$B \ 4 \ D \ . \ E = 101101001101.111_2$$

1011 0100 1101 1110

Для перехода от двоичной к восьмеричной (шестнадцатеричной) системе счисления применяется обратный прием: разбивают двоичное число на группы по три (четыре) разряда от точки влево и вправо, дополняя при необходимости нулями крайние левую и правую группы. Затем триаду (тетраду) заменяют соответствующей восьмеричной (шестнадцатеричной) цифрой.

Рассмотрим примеры.

1) $1100101101.11011_2 \rightarrow$ «8» с.с.:

$$001100101101.110110 = 1455.66_8$$

1 4 5 5 6 6

2) $1111011001111.1011011_2 \rightarrow$ «16» с.с.:

$$0001111011001111.10110110 = 1ECF.B6_{16}$$

1 E C F B 6

Перевод из восьмеричной в шестнадцатеричную систему и обратно осуществляется с помощью промежуточного преобразования в двоичную систему счисления.

12. Тематика рефератов по дисциплине

1. История информатики.
2. Подходы к определению понятия «информация».
3. Семантические меры информации.
4. Преобразование сигнала: квантование и модуляция.
5. Эффективные коды (для сжатия без потерь).
6. Криптографическое кодирование.
7. Стеганография.
8. Контрольные суммы.
9. Представление символьной информации в кодировке Unicode.
10. Цветовые модели.
11. Алгоритм Лемпеля — Зива — Велча (LZW).
12. Алгоритм сжатия JPEG.
13. Алгоритм сжатия MPEG Layer 3 (MP3).
14. Принципы хранения информации на компакт-дисках (CD, DVD, Blu-Ray).
15. Принципы хранения информации во флеш-памяти (flash memory).
16. Деление целых чисел в памяти компьютера.
17. Троичная уравновешенная и двоично-десятичная системы счисления.
18. Смешанные системы счисления.
19. Непозиционные системы счисления.
20. Системы счисления разных народов.
21. Восьмибайтный формат для хранения чисел с плавающей точкой (Double).
22. Биоинформатика.