

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ  
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

председатель приёмной комиссии,  
директор БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»



А.Д. Хван

26.10.2023

ПРОГРАММА  
ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ  
ПРИ ПРИЁМЕ НА ОБУЧЕНИЕ ПО ПРОГРАММАМ БАКАЛАВРИАТА

Программа разработана на основе ФГОС среднего общего образования.

В первом разделе представлены основные математические понятия, факты, формулы и теоремы, которыми должен владеть поступающий для успешного прохождения вступительных испытаний.

Во втором разделе указано, какие навыки и умения требуются от поступающего.

Для решения экзаменационных задач достаточно уверенного владения теми понятиями и свойствами, которые перечислены в настоящей программе.

При поступлении на бюджетные места вступительные испытания проводятся в форме письменного экзамена, в случае поступления на места по договорам об оказании платных образовательных услуг – в форме собеседования.

## СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

### **1. Основные математические понятия и факты**

#### Арифметика, алгебра и начала анализа

Натуральные числа. Понятие делимости натурального числа. Делители и кратные натуральных чисел. Простые и составные числа. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10. Взаимно-простые числа. Применение понятия «наибольший общий делитель» при сокращении обыкновенных дробей. Применение понятия «наименьшее общее кратное» при приведении дробей к общему знаменателю.

Целые числа. Сравнение целых чисел. Арифметические действия с целыми числами. Рациональные числа. Их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел. Свойства арифметических действий с рациональными числами.

Действительные числа, их представление в виде десятичных дробей. Иррациональные числа. Правила округления.

Числовая прямая. Числовые промежутки. Модуль действительного числа, его геометрическая интерпретация.

Числовые выражения, выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.

Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень. Свойства степени с натуральным и рациональным показателем

Одночлен и многочлен. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена. Многочлен с одной переменной. Формула для вычисления корней квадратного трехчлена. Разложение многочлена на множители (на примере квадратного трехчлена)

Уравнение. Корни уравнения. Равносильные преобразования уравнений. Линейное уравнение и его решение. Квадратное уравнение и его решение. Дробно-рациональное уравнение.

Неравенства. Решения неравенств. Равносильные преобразования неравенств. Решение рациональных неравенств.

Системы уравнений и неравенств. Решение систем. Понятие о равносильных системах. Решение систем линейных уравнений с одной переменной.

Понятие логарифма. Свойства логарифмов. Основное логарифмическое тождество. Логарифмические уравнения и неравенства.

Показательные уравнения и неравенства.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формулы  $n$ -го члена и суммы  $n$  первых членов арифметической прогрессии. Формулы  $n$ -го члена и суммы  $n$  первых членов геометрической прогрессии. Бесконечная убывающая геометрическая прогрессия.

Понятие функции. Способы задания функции. Область определения. Множество значений. Функция, обратная данной функции. График функции.

Возрастающие и убывающие функции. Периодичность, четность, нечетность функции. Точки экстремума функции, нули функции, наибольшее и наименьшее значения функции.

Функции  $y=ax+b$ ,  $y=k/x$ , их свойства и графики.

Функции  $y=ax^n$ ,  $y=\sqrt{x}$ , их свойства и графики.

Квадратичная функция, ее свойства и график.

Тригонометрические функции, их свойства и графики.

Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики.

Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики.

Основные формулы и теоремы теории вероятности: понятие вероятности случайного события, достоверные и невозможные события, классическая формула вероятности, теоремы сложения и умножения вероятностей, формула полной вероятности.

Основные понятия тригонометрии: синус, косинус тангенс, котангенс угла. Основные тригонометрические тождества. Формулы суммы и разности синуса и косинуса двух аргументов. Формулы преобразования суммы и разности тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму, формулы понижения степени. Формулы приведения. Синус, косинус, тангенс, котангенс двойного аргумента.

Обратные тригонометрические функции.

Тригонометрические уравнения и их решение.

Определение производной. Ее физический и геометрический смысл. Уравнение касательной. Производные элементарных функций. Правила вычисления производных. Достаточные условия возрастания (убывания) функций на промежутке. Точки экстремума функции. Необходимое и достаточные условия существования экстремума функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.

Понятие первообразной функции и определенного интеграла. Применение определенных интегралов к вычислению площадей плоских фигур.

### Геометрия

Треугольник. Виды треугольников. Медиана, биссектриса, высота треугольника.

Прямоугольный треугольник. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника. Свойства высоты, опущенной из вершины прямого угла.

Свойства равнобедренного треугольника.

Параллельность прямых. Признаки параллельности прямых.

Сумма углов треугольника и выпуклого многоугольника.

Четырехугольники. Их основные виды и свойства.

Окружность. Круг. Сектор. Касательная к окружности и её свойство. Секущая и ее свойство. Свойства хорд окружности. Теорема о касательной и секущей. Измерение углов в окружностях. Вписанные и описанные окружности в треугольники и правильные многоугольники.

Теорема Фалеса. Средняя линия треугольника.

Теоремы косинусов, синусов, теорема Пифагора.

Векторы. Сложение векторов, разность векторов, умножение вектора на число. Координаты вектора, длина вектора. Скалярное произведение векторов.

Подобие фигур, признаки подобия треугольников.

Формулы площадей: треугольника, параллелограмма, трапеции, круга.

Параллельность прямых и плоскостей.

Угол между прямой и плоскостью. Перпендикулярность прямых и плоскостей.

Двугранный и трехгранный углы.  
Многогранники. Их вершины, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы;  
пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида.  
Параллелепипеды, их виды.  
Формулы площадей поверхностей и объемов многогранников.  
Тела вращения. Площади поверхностей и объемы тел вращения.

## 2. Основные умения и навыки

Экзаменуемый должен уметь:

- производить арифметические действия над числами, заданными в виде обыкновенных и десятичных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений;
- выполнять преобразования числовых и буквенных рациональных и иррациональных выражений, числовых и буквенных логарифмических и тригонометрических выражений, выражений со степенями;
- читать графики и диаграммы, производить вычисления величин по графикам и диаграммам;
- проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции;
- строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической, тригонометрической функций, функций, содержащих абсолютные величины и комбинаций указанных функций;
- решать уравнения и неравенства, решать системы уравнений и неравенств; решать задачи на составление уравнений и систем уравнений; решать задачи на проценты и экономические задачи
- изображать геометрические фигуры на чертеже и проводить простейшие построения на плоскости;
- использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии при решении геометрических задач;
- проводить операции над векторами и пользоваться свойствами этих операций;
- пользоваться понятием производной при исследовании функции;
- пользоваться понятием определенного интеграла при вычислении площадей плоских фигур.

### Образец контрольно-измерительного материала по математике (собеседование)

#### Контрольно-измерительный материал

1. Квадратичная функция, ее свойства и график. Частные случаи квадратичной функции
2. Параллельность прямых. Признаки параллельности прямых.
3. Найдите значение выражения  $\frac{7(m^5)^6 + 11(m^3)^{10}}{(3m^{15})^2}$ .

#### Критерии оценки ответов абитуриентов на собеседовании

74-100 баллов в том случае, если абитуриент:

- полно и доказательно раскрыл содержание материала в объеме, предусмотренном программой, изложил материал грамотным языком в определенной логической последовательности, точно используя математическую терминологию и символику;

- правильно выполнил рисунки, чертежи, графики, сопутствующие ответу;
- показал умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации при выполнении практического задания;
- продемонстрировал усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов, сформированность и устойчивость умений и навыков;
- отвечал самостоятельно без наводящих вопросов. Возможны одна - две неточности при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые абитуриент легко исправил по замечанию экзаменатора.

59-73 балла в том случае, если абитуриент:

- в изложении допустил небольшие пробелы, не исказившие математическое содержание ответа;
- допустил один – два недочета при освещении основного содержания вопроса, исправленные по замечанию экзаменатора;
- допустил ошибку или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, легко исправленные по замечанию экзаменатора.

39-58 баллов в том случае, если абитуриент:

- неполно или непоследовательно раскрыл содержание материала, но показал общее понимание вопроса и продемонстрировал достаточные умения;
- затруднялся или допускал ошибки в определении понятий, использовании математической терминологии, чертежах, выкладках, исправленных после нескольких наводящих вопросов экзаменатора;
- не справился с применением теории в новой ситуации при выполнении практического задания, но выполнил типовое задание;
- при знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность основных умений и навыков.

38 и менее баллов в том случае, если абитуриент:

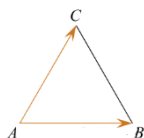
- не раскрыл основное содержание учебного материала;
- обнаружил незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала;
- допустил ошибки в определении понятий, при использовании математической терминологии, в рисунках, чертежах или графиках, в выкладках, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов экзаменатора.

### Примерный вариант письменной работы по математике

Ответом к заданиям 1 – 12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

#### ЧАСТЬ 1

1. Сторона ромба равна 1, острый угол равен  $30^\circ$ . Найдите радиус вписанной окружности этого ромба.
2. Стороны правильного треугольника ABC равны  $2\sqrt{3}$ . Найдите длину вектора  $\vec{AB} + \vec{AC}$ .

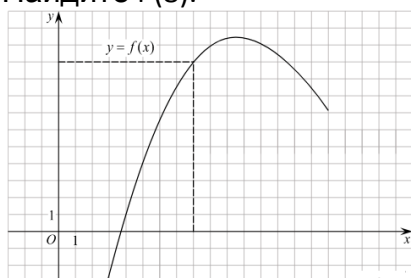


3. Объем параллелепипеда  $ABCD_1A_1B_1C_1D_1$  равен 4,5. Найдите объем треугольной пирамиды  $AD_1CB_1$ .

4. В соревновании по биатлону участвуют спортсмены из 25 стран, одна из которых — Россия. Всего на старт вышло 60 участников, из которых 6 — из России. Порядок старта определяется жребием, стартуют спортсмены друг за другом. Какова вероятность того, что десятым стартовал спортсмен из России?
5. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,4, а при каждом последующем — 0,6. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98?
6. Найдите корни уравнения. В ответ запишите наибольший отрицательный корень.

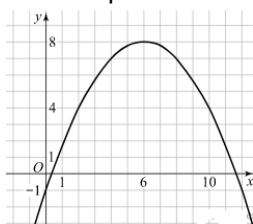
$$\cos \frac{\pi(x-7)}{3} = \frac{1}{2}$$

7. Найдите  $p(x)+p(6-x)$ , если  $p(x) = \frac{x(6-x)}{x-3}$ , при  $x \neq 3$ .
8. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . Прямая, проходящая через начало координат, касается графика этой функции в точке с абсциссой 8. Найдите  $f'(8)$ .



9. При температуре  $0^\circ\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0=10$  м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону  $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5}(\text{C}^\circ)^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t^\circ$  — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.
10. Первый велосипедист выехал из поселка по шоссе со скоростью 15 км/ч. Через час после него со скоростью 10 км/ч из того же поселка в том же направлении выехал второй велосипедист, а еще через час после этого — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 2 часа 20 минут после этого догнал первого. Ответ дайте в км/ч.

11. На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = \frac{x^2}{a} + bx + c$  где числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  — целые. Найдите значение дискриминанта уравнения  $f(x)=0$



12. Найдите наименьшее значение функции

$$y = \sqrt{x^2 - 6x + 13}.$$

## ЧАСТЬ 2

Для записи решений и ответов на задания 13–189 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$1 + \operatorname{ctg} 2x = \frac{1}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right)}.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-2\pi; \frac{-\pi}{2}]$

14. Все рёбра правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  имеют длину 6. Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $AA_1$  и  $A_1C_1$  соответственно.

а) Докажите, что прямые  $BM$  и  $MN$  перпендикулярны.

б) Найдите угол между плоскостями  $BMN$  и  $ABB_1$

15. Решите неравенство

$$\log_{11}(8x^2 + 7) - \log_{11}(x^2 + x + 1) \geq \log_{11}\left(\frac{x}{x+5} + 7\right).$$

16. 15 января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на  $r$  процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где  $r$  — целое число;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей:

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1,0	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение  $r$ , при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей.

17. Высоты  $BB_1$  и  $CC_1$  остроугольного треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $H$ .

а) Докажите, что  $\angle AHB_1 = \angle ACB$ .

б) Найдите  $BC$ , если  $AH = 4$  и  $\angle BAC = 60^\circ$ .

18. Найдите все положительные значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (|x| - 5)^2 + (y - 4)^2 = 9, \\ (x + 2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19. В школах №1 и №2 учащиеся писали тест. Из каждой школы тест писали, по крайней мере, 2 учащихся, а суммарно тест писали 9 учащихся. Каждый учащийся, писавший тест, набрал натуральное количество баллов. Оказалось, что в каждой школе средний балл за тест был целым числом. После этого один из учащихся, писавших тест, перешёл из школы №1 в школу №2, а средние баллы за тест были пересчитаны в обеих школах.

а) Мог ли средний балл в школе №1 уменьшиться в 10 раз?

б) Средний балл в школе №1 уменьшился на 10%, средний балл в школе №2 также уменьшился на 10%. Мог ли первоначальный средний балл в школе №2 равняться 7?

в) Средний балл в школе №1 уменьшился на 10%, средний балл в школе №2 также уменьшился на 10%. Найдите наименьшее значение первоначального среднего балла в школе №2.

### Критерии оценивания письменного экзамена

На выполнение работы отводится 240 минут. При оценивании письменного экзамена применяется 100 – балльная шкала. Каждое из заданий 1-12 считается выполненным верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13-19, зависит от полноты решения и правильности ответа. Общие требования к выполнению заданий с развернутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Экзаменаторы проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают. При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

Таблица 1. Оценивание заданий первичными баллами

№ задания	Первичный балл
1	1
2	1
3	1
4	1
5	1
6	1
7	1
8	1
9	1
10	1
11	1
12	1
13	2
14	3
15	2
16	2
17	3
18	4
19	4
всего	32

Таблица 2. Перевод первичных баллов в тестовые

Первичный балл	Тестовый балл
1	6
2	11
3	17
4	22
5	27
6	34
7	40



Первичный балл	Тестовый балл
8	46
9	52
10	58
11	64
12	66
13	68
14	70
15	72
16	74
17	76
18	78
19	80
20	82
21	84
22	86
23	88
24	90
25	92
26	94
27	96
28	98
29	100
30	100
31	100
32	100

#### Список рекомендуемой литературы

1. Иванов С.О. и др. Математика. Тематический тренинг. 10-11 классы. – М.: Легион, 2020 - 464с.
2. Слонимский Л.И. и др. Математика в таблицах и схемах для подготовки к ЕГЭ. – М.: Изд-во АСТ, 2020 – 192с.
3. Мирошин В.В. и др. Математика. Решение задач. – М.: Изд-во АСТ, 2020 – 496с.
4. Кочагин В.В. и др. Математика. Тематические тренировочные задания. – М.: : Изд-во АСТ, 2020 – 208с.

Составитель программы вступительных испытаний по математике:  
кандидат педагогических наук,  
доцент кафедры теории и методики  
начального образования



Т.П. Быкова