МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
прикладной математики, информатики,
физики и методики их преподавания

_____ Е. А. Позднова

06.09.2017 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ Б1.В.ДВ.04.01. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

1. Шифр и наименование направления подготовки:
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

2. Профили подготовки:
Математика. Информатика и информационные технологии в образовании

Квалификация выпускника:
Бакалавр

4. Форма образования:
Очная, заочная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:
Кафедра прикладной математики, информатики, физики и методики их преподавания

6. Составитель программы:
Л. В. Лободина, кандидат педагогических наук, доцент

7. Рекомендована:

научно-методическим советом факультета физико-математического и естественно-научного образования (протокол № 1 от 31.08.2017)

8. Семестры: 2 (офо) / 3 (зфо)

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целью освоения учебной дисциплины «Линейная алгебра» является формирование системы фундаментальных знаний в области линейной алгебры, представлений о свойствах линейных пространств.

Задачи освоения курса: ознакомление студентов с теоретическими основами курса линейной алгебры, методами решения систем линейных уравнений; отработка навыков использования алгебраических методов в практической деятельности учителя математики; формирование математической культуры будущего учителя.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: Дисциплина «Линейная алгебра» относится к Блоку 1. «Дисциплины (модули)» и является дисциплиной по выбору вариативной части ООП. Для изучения дисциплины требуется освоение курсов «Математика» и «Введение в математический анализ». Дисциплина является предшествующей для курсов «Математический анализ», «Алгебра и теория чисел», «Геометрия»,«Общая и экспериментальная физика».и др.

11. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:

а) профессиональные (ПК): ПК-1.

В результате изучения дисциплины студент должен

знать:

- основные определения и теоремы теории систем линейных уравнений, теории векторных пространств;
- методы вычисления определителей второго, третьего и высших порядков;
- основные методы решения систем линейных уравнений.

уметь:

- решать типовые задачи по основным разделам курса;
- выполнять основные операции над матрицами;
- вычислять определители второго и третьего порядков;
- решать системы линейных уравнений методом Гаусса, методом Крамера и матричным способом;
- решать задачи, связанные с понятиями линейной зависимости векторов, задачи на нахождение собственных векторов линейного оператора.

владеть:

- культурой математического мышления, способностью к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей её достижения;
- основными положениями, базовыми идеями и методами линейной алгебры;
- логической и алгоритмической культурой.

12. Структура и содержание учебной дисциплины:

12.1 Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — *4* / *144*.

12.2 Виды учебной работы (очная форма обучения):

Вид учебной работы		Трудоемкость (часы)
	Всего	По семестрам
		сем. 2
Аудиторные занятия	80	80

в том числе: *лекции*	40	40
практические	40	40
лабораторные	-	-
Самостоятельная работа	28	28
Контроль	36	36
Итого:	144	144
Форма промежуточной аттестации		Экзамен

Виды учебной работы (заочная форма обучения):

Вид учебной работы		Трудоемкость (часы)
	Всего	По семестрам
		сем. 3
Аудиторные занятия	20	20
в том числе: *лекции*	10	10
практические	10	10
лабораторные	-	-
Самостоятельная работа	115	115
Контроль	9	9
Итого:	144	144
Форма промежуточной аттестации		Экзамен

12.3 Содержание разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
01	Матрицы и операции над ними	Основные понятия матричного исчисления. Операции над матрицами и их свойства. Элементарные преобразования матриц.
02	Векторные пространства	Понятие векторного пространства над полем, его простейшие свойства. Подпространство. Линейная оболочка системы векторов. Сумма подпространств. Прямая сумма подпространств. Линейное многообразие. Линейная зависимость и независимость систем векторов. Основные свойства линейной зависимости. Ранг матрицы. Базис и ранг системы векторов. Базис и размерность векторного пространства. Изоморфизм векторных пространств.
03	Системы линейных уравнений	Системы линейных уравнений: основные понятия. Равносильность систем линейных уравнений. Элементарные преобразования систем линейных уравнений. Исследование системы линейных уравнений. Теорема Кронекера - Капелли. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Однородная система линейных уравнений, её фундаментальная система решений. Нахождение обратной матрицы методом элементарных преобразований. Решение матричных уравнений и систем линейных уравнений матричным способом.
04	Определители и их свойства	Перестановки. Подстановки. Определитель квадратной матрицы. Свойства определителей. Разложение определителей по строке или столбцу. Вычисление определителей n-го порядка. Условие вырожденности квадратной матрицы. Теорема об определителе произведения. Миноры и алгебраические дополнения. Нахождение обратной матрицы с помощью алгебраических дополнений. Вычисление ранга матрицы методом окаймляющих миноров. Решение систем

		линейных уравнений методом Крамера. Сведение системы линейных уравнений к крамеровской системе.
05	Линейные преобразования и их свойства	Понятие линейного преобразования и его простейшие свойства. Запись линейного преобразования (оператора) в координатах. Матрица линейного оператора. Нахождение координат образа вектора при линейном преобразовании. Связь между координатами вектора при переходе от одного базиса к другому. Обратимость матрицы перехода от одного базиса к другому. Связь между матрицами линейного преобразования в различных базисах. Операции над линейными преобразованиями. Ранг и дефект линейного оператора. Инвариантные подпространства. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов.

12.4 Междисциплинарные связи с другими дисциплинами:

№ п/п	Наименование дисциплин учебного плана, с которым организована взаимосвязь дисциплины рабочей программы	№ № разделов дисциплины рабочей программы, связанных с указанными дисциплинами
01	Математика	1-5
02	Элементарная математика	1-5
03	Введение в математический анализ	1-5
05	Общая и экспериментальная физика	1-5

12.5 Разделы дисциплины и виды занятий (очная форма обучения):

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
01	Матрицы и операции над ними	4	4	0	2	10
02	Векторные пространства	10	10	0	4	24
03	Системы линейных уравнений	8	8	0	10	26
04	Определители и их свойства	8	8	0	8	24
05	Линейные преобразования и их свойства	10	10	0	4	24
	Экзамен					36
	Итого:	40	40	0	28	144

Разделы дисциплины и виды занятий (заочная форма обучения):

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
01	Матрицы и операции над ними	1	1		23	25
02	Векторные пространства	3	1		23	27
03	Системы линейных уравнений	2	4		23	29
04	Определители и их свойства	1	2		23	26
05	Линейные преобразования и их свойства	3	2		23	28
	Экзамен					9
	Итого:	10	10	0	115	144

13. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Углирж, Ю.Г. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия: учебное пособие / Ю.Г.

	Углирж. - Омск: Омский государственный университет, 2013. - 148 с. - ISBN 978-5-7779-1648-8; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=238212 (02.08.2016).
2	Протасов, Ю.М. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Курс лекций для студентов заочного отделения / Ю.М. Протасов. - М. : Флинта, 2012. - 168 с. - ISBN 9785976509566 ; То же [Электронный ресурс]. - URL:http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=115117 (02.08.2016).

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3	Магазинников, Л.И. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие / Л.И. Магазинников, А.Л. Магазинникова; Министерство образования и науки Российской Федерации, Томский Государственный Университет Систем Управления и Радиоэлектроники (ТУСУР). - Томск: Эль Контент, 2012. - 180 с.: табл., схем. - ISBN 978-5-4332-0074-6; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=208684 (02.08.2016).
4	Туганбаев, А.А. Линейная алгебра: учебное пособие / А.А. Туганбаев. - М.: Флинта, 2012. - 74 с. - ISBN 9785976514072; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=115141 (02.08.2016).
5	Алексеева, Т.И. Руководство к решению задач по алгебре (Линейная алгебра) [Электронный ресурс]: учебное пособие для физ. мат. специальностей пед. вузов/ Т.И. Алексеева. - Борисоглебск: ГОУ ВПО "БГПИ", 2009 Загл. с титул. экрана. - Электрон. версия печ. публикации ISBN 978-5-85897-449-9.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы**:**

№ п/п	Источник
6	Бондаренко, Ю.В.Линейная алгебра. Матрицы. Системы линейных уравнений [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов : [для проведения занятий по курсу линейной алгебры : для направления 080700 - Бизнес-информатика] / Ю.В. Бондаренко, К.В.Чудинова; Воронеж. гос. ун-т .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2013 .—Загл. с титул. экрана .— Свободный доступ из интрасети ВГУ .— Текстовый файл .—Windows 2000 ; Adobe Acrobat Reader .— URL:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m13-103.pdf (02.08.2016).
7	Вахитов, Р.Х. Фундаментальная и компьютерная алгебра [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для вузов : [для студ. 1 к.днев.отд-нияфак. компьютер. наук, для направления 010200 - Математика и компьютер. науки]. Ч. 3. Алгебра многочленов / Р.Х.Вахитов, Е.В.Вахитова; Воронеж. гос. ун-т .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2012 .—Загл. с титул. экрана .— Свободный доступ из интрасети ВГУ .— Текстовый файл .— Windows 2000 ; Adobe Acrobat Reader .— URL:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m12-207.pdf (02.08.2016).

14. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Набор демонстрационного оборудования (компьютер, экран, проектор).

15. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю):

Технологии создания и обработки различных видов информации (офисный пакет Microsoft Office: MS Word, MS PowerPoint, MS Excel).

Технологии создания и обработки тестовых заданий (тестовая оболочка MyTestX).

16. Формы организации самостоятельной работы:

- изучение учебной, научной и методической литературы, материалов периодических изданий с привлечением электронных средств научной информации;
- закрепление учебного материала путем решения задач;

• выполнение самостоятельных и контрольных работ по индивидуальным вариантам.

Данная программа реализуется с учетом следующих принципов: современной научной целесообразности, нелинейности, учебной и исследовательской автономии студентов.

17. Перечень учебно-методического обеспечения для организации самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю):

Интерактивные материалы (презентации) ко всем темам курса.

Комплекты заданий для выполнения домашних работ, а также задания повышенной сложности.

Контрольные и самостоятельные работы.

16. Критерии оценки видов аттестации по итогам освоения дисциплины:

Характеристика ответа на экзамене	Оценка
Студент отлично ориентируется в теоретическом материале, владеет методами доказательства, умеет применять теоретические сведения для решения стандартных задач, задач повышенной сложности.	5
Студент хорошо ориентируется в теоретическом материале, может доказать все основные теоремы (с небольшими погрешностями), умеет применять теоретические сведения для решения стандартных задач и задач повышенной сложности.	4
Студент удовлетворительно ориентируется в теоретическом материале, хотя не может привести доказательств основных теорем, владеет навыками применения теоретических сведений для решения стандартных задач.	3
Студент неудовлетворительно ориентируется в теоретическом материале, не может привести доказательств основных теорем, испытывает затруднения при решении стандартных задач.	2

19. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля):

Вид учебных занятий	**Деятельность студента**
Лекция	Ведение конспекта лекций должно сопровождаться математическими преобразованиями, раскрывающими основные положения и методы курса. Заголовки тем и разделов должны быть выделены, теоремы доказаны. Новые термины и определения следует давать с пояснениями, общепринятыми сокращениями или аббревиатурой, которые позволяют сократить запись. Пропущенные лекции должны быть переписаны. Если самостоятельно не удается разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации или практическом занятии.
Практические занятия	В процессе освоения дисциплины студенты выполняют домашние и контрольные работы. Кроме стандартных задач студентам предлагаются задания повышенного уровня, за которые начисляются дополнительные баллы, влияющие на итоговую оценку. Решение каждой задачи необходимо сопровождать краткими пояснениями о том какие аксиомы, теоремы или законы используются для решения; какие математические преобразования приводят к результату и т.п.
Подготовка к экзамену	При подготовке к экзамену необходимо ориентироваться на конспекты лекций, рекомендуемую литературу, отработанные методы решения задач и приобретенные навыки анализа и проверки выполненных решений.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование
(с двумя профилями подготовки)

Профили подготовки: Математика. Информатика и информационные технологии в образовании
Квалификация выпускника: бакалавр

Приложение 1

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра прикладной математики, информатики, физики и методики их преподавания

Перечень вопросов к экзамену
по дисциплине ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

1. Линейная зависимость (независимость) векторов линейного пространства. Конечномерные и бесконечномерные линейные пространства. Базис.
2. Определители квадратной матрицы. Свойства определителей.
3. Линейные пространства, примеры. Аксиомы линейного пространства. Элементарные следствия из аксиом линейного пространства.
4. Решение матричных уравнений. Решение систем линейных уравнений матричным способом.
5. Элементарные преобразования матриц. Алгоритм приведения матрицы к ступенчатому виду.
6. Разложение определителей по строке и столбцу. Вычисление определителей n-го порядка. Условие вырожденности квадратной матрицы.
7. Основные свойства линейной зависимости векторов линейного пространства. Подпространства линейного пространства.
8. Миноры и алгебраические дополнения. Вычисление ранга матрицы методом окаймляющих миноров.
9. Умножение матриц и их свойства. Степень матрицы. Транспонированная матрица.
10. Решение систем линейных уравнений методом Крамера. Сведение систем линейных уравнений к крамеровской системе.
11. Линейные операции над матрицами и их свойства.
12. Исследование систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
13. Матрицы, их размеры. Матрицы специального назначения.
14. Элементарные преобразования систем линейных уравнений. Метод Гаусса.
15. Нахождение обратной матрицы с помощью алгебраических дополнений.
16. Системы линейных уравнений, основные понятия. Равносильность систем линейных уравнений.
17. Нахождение обратной матрицы методом элементарных преобразований.
18. Однородная система линейных уравнений, ее фундаментальная система решений.
19. Ранг матрицы. Нахождение ранга и базиса системы векторов. Изоморфизм линейных пространств.
20. Ранг матрицы. Нахождение ранга и базиса системы векторов. Изоморфизм линейных пространств.
21. Исследование систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.

Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.

22. Связь между координатами вектора при линейном преобразовании.
23. Аксиомы линейного пространства. Элементарные следствия из аксиом линейного пространства.
24. Действия над линейными операторами и их свойства.
25. Линейная зависимость (независимость) векторов линейного пространства. Конечномерные и бесконечномерные линейные пространства. Базис.
26. Нахождение координат образа вектора при линейном преобразовании.
27. Умножение матриц и их свойства. Степень матрицы. Транспонированная матрица.
28. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов.
29. Решение систем линейных уравнений методом Крамера. Сведение систем линейных уравнений к крамеровской системе.
30. Ранг и дефект линейного оператора. Инвариантные пространства.
31. Линейная зависимость (независимость) векторов линейного пространства. Конечномерные и бесконечномерные линейные пространства. Базис.
32. Определители квадратной матрицы. Свойства определителей.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра прикладной математики, информатики,
физики и методики их преподавания

Комплекты заданий для самостоятельных и контрольных работ
по дисциплине ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Тема 1. ***Матрицы и операции над ними***

Вариант 1……..……

Задание 1.

……..……

Вычислить произведения матриц:

$$A * B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}; \qquad C * Д = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ -5 & -3 & -4 & 4 \\ 5 & 1 & 4 & -3 \\ -16 & -11 & -15 & 14 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 7 & -2 & 3 & 4 \\ 11 & 0 & 3 & 4 \\ 5 & 4 & 3 & 0 \\ 22 & 2 & 9 & 8 \end{pmatrix}.$$

Задание 2.

Привести матрицы к ступенчатому виду:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & -1 \\ 2 & 1 & 11 & 2 \\ 11 & 4 & 56 & 5 \\ 2 & -1 & 5 & -6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 & 4 & 5 & 2 \\ 7 & 5 & 9 & 8 & 9 & 3 \\ 5 & 3 & 7 & 9 & 4 & 3 \\ 6 & 5 & 7 & 5 & -5 & -3 \end{pmatrix}.$$

Задание 3.

Найти A*B - B*A

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}; \; B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Вариант 2 ……..……..……...

Задание 1

Вычислить произведения матриц:

$$A * B = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 1 \\ 1 & -3 & 2 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}; \quad C * Д = \begin{pmatrix} 5 & 2 & -2 & 3 \\ 6 & 4 & -3 & 5 \\ 9 & 2 & -3 & 4 \\ 7 & 6 & -4 & 7 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ -1 & -5 & 3 & 11 \\ 16 & 24 & 8 & -8 \\ 8 & 16 & 0 & -16 \end{pmatrix}.$$

Задание 2

Привести матрицы к ступенчатому виду:

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \\ 5 & 9 & -2 & 2 & 9 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 & 5 & 9 & 8 & 9 & 3 \\ 6 & 5 & 7 & 5 & -5 & -3 \\ 5 & 3 & 7 & 9 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 4 & 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

Задание 3

Найти A^T*B + B

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}; \; B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Тема 2. ***Векторные пространства***

……

Вариант 1

……

Задание 1

……

Найти линейную комбинацию $3a_1 + 2a_2 - a_3$ следующих векторов:

$a_1 = (1;2;3;-2), a_2 = (-1;1;4;5), a_3 = (-5;3;6;2)$. .

Задание 2

……

Решить уравнение $3a_3 - 4x = 5a_1$. Векторы a_3, a_1 взять из предыдущего задания.

Задание 3

……

Выяснить, являются ли следующие векторы линейно независимыми $a_1 = (5;4;3,1), a_2 = (3;-1;2,2), a_3 = (8;1;3,2)$.

Задание 4.

Выяснить, является ли системы векторов $\begin{cases} e_1 = (2;4;3;2), \\ e_2 = (4;2;2;8), \\ e_3 = (4;5;8;7), \\ e_4 = (6;7;5;3) \end{cases}$ базисом пространства R^4. Найти координаты вектора b= (18;24;13;6) в этом базисе.

Вариант 2

……

Задание 1

……

Дана система векторов: $\begin{cases} a_1 = (3;-1;1;-2), \\ a_2 = (2;-1;-2;3), \\ a_3 = (1;-2;3;2). \end{cases}$ Найти линейную комбинацию векторов $2a_1 - 3a_2 + a_3$.

Задание 2

……

Представить вектор a_3 в виде линейной комбинации векторов a_1 и a_2: $a_1 = (-1;0;1;0), a_2 = (-3;2;0;1), a_3 = (0;2;-3;1)$.

Задание 3

……

Показать, что векторы $a_1 = (2;4;3;2), a_2 = (4;2;2;8), a_3 = (4;5;8;7), a_4 = (6;7;5;3)$ образуют базис четырехмерного линейного пространства.

Задание 4

……

Доказать, что системы векторов $\begin{cases} e_1 = (1;0;0), \\ e_2 = (0;1;0), \\ e_3 = (0;0;1) \end{cases}$ и $\begin{cases} e_1 = (1;1;0), \\ e_2 = (0;1;1), \\ e_3 = (1;0;1) \end{cases}$ образуют базисы линейного пространства. Найти координаты вектора b= (3;5;-4) в этих базисах.

Тема 3. ***Системы линейных уравнений***

……

Вариант 1

……

Задание 1

……

Решить систему уравнений методом Гаусса $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 3. \end{cases}$

Задание 2

……

Найти фундаментальную систему решений и записать структуру общего решения

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 + 8x_2 + 24x_3 - 19x_4 = 0; \end{cases}$$

Задание 3

……

Найти матрицу, обратную данной $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

Задание 4

……

Решить матричное уравнение $X \cdot A + 2 \cdot X = B + C \cdot X$, $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

Вариант 2

……

Задание 1

……

Решить систему уравнений методом Гаусса $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 1, \\ 3x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 2. \end{cases}$

Задание 2

……

Найти фундаментальную систему решений и записать общее решение

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 5x_4 + x_5 = 0, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 0, \\ -4x_2 + 5x_3 + 12x_4 - 5x_5 = 0, \\ -6x_1 - x_2 - 4x_3 - 9x_4 + 7x_5 = 0. \end{cases}$$

Задание 3

……

Найти матрицу, обратную данной $A=\begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$

Задание 4

……

Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Тема 4. ***Определители и их свойства***

……

Вариант 1

……

Задание 1

……

Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & 0 \\ 4 & 1 & 2 & -1 \\ -3 & 0 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \end{vmatrix}$

Задание 2

……

Дана матрица А. Докажите, что она имеет обратную, и найдите ее с помощью алгебраических дополнений $A=\begin{pmatrix} 7 & -8 & 4 \\ 3 & 1 & -2 \\ 6 & -5 & 1 \end{pmatrix}$

Задание 3

……

Вычислить ранг матрицы методом окаймляющих миноров

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 0 \\ 2 & 4 & 11 & 1 \\ 3 & 6 & 12 & 3 \end{pmatrix}$$

Задание 4

……

Докажите, что система $\begin{cases} 2x_1 + x_3 + x_4 = 7, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 13, \\ 6x_1 + 4x_2 - x_3 + 3x_4 = 9, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 7. \end{cases}$ имеет единственное решение.

Неизвестное x_3 найдите по формуле Крамера. Решите систему методом Гаусса.

Вариант 2

……

Задание 1

……

Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 8/3 & 7/5 & 2/5 & 0 \\ -8/3 & 2/5 & 7/5 & 10 \\ 4/3 & 4/5 & 4/5 & 5 \\ 0 & 4/5 & -3/5 & 2 \end{vmatrix}$.

Задание 2

……

Дана матрица А. Докажите, что она имеет обратную, и найдите ее с помощью

алгебраических дополнений $A=\begin{pmatrix}2 & 7 & 3\\ 3 & 9 & 4\\ 1 & 5 & 3\end{pmatrix}$

Задание 3

……..……..……..……

Вычислить ранг матрицы методом окаймляющих миноров

$$\begin{pmatrix}2 & 5 & 2 & -1\\ 2 & 5 & -1 & -6\\ 1 & 2 & -1 & 2\end{pmatrix}$$

Задание 4……..……..……..……

Докажите, что система имеет единственное решение. Решите систему методом Крамера и методом Гаусса.

$$\begin{cases}2x_1 - x_2 - x_3 = 7,\\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 17,\\ 5x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 22\end{cases}$$

Тема 5. ***Линейные преобразования и операции над ними***

……..…….

Вариант 1

……..…….

Задание 1

……..……..……..……

В двумерном векторном пространстве с базисом (e_1, e_2) отображение φ переводит любой вектор с координатами $(x; y)$ в вектор с координатами $(3x-2y;\ 2x+y)$. Установить, являются ли это отображение линейным оператором. Если да, то найти матрицу линейного оператора в стандартном базисе.

Задание 2

……..……..……..……
.

Найти матрицу линейного оператора, переводящего векторы b_1, b_2, b_3 соответственно в векторы a_1, a_2, a_3, относительно стандартного базиса $e_1, e_2, \mathring{a}_3$: $a_1=(1;2;1),\ a_2=(2;3;3),\ a_3=(3;7;1), b_1=(3;1;4),\ b_2=(5;2;1), b=(1;1;-6)$.

Вариант 2……..…….

Задание 1

……..……..……..……

Выяснить, будет ли линейным оператором отображение φ пространства R^3 в себя, если для любого вектора $x=(x_1, x_2, x_3)\in R^3$ выполняется: $\varphi(x)=(x_2+2x_3, 2x_1+x_3, x_1+2x_2)$. Если да, то найти матрицу линейного оператора в стандартном базисе.

Задание 2

……..……..……..……

Линейное отображение φ пространства V^2 в базисе $a_1=(2;1),\ a_2=(1;1)$ имеет матрицу А=$\begin{pmatrix}3 & 5\\ 2 & 3\end{pmatrix}$. Найти матрицу того же отображения в базисе $b_1=(5;2), b_2=(1;0)$.

Приложение 3

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра прикладной математики, информатики,
физики и методики их преподавания

Вопросы математических диктантов
по дисциплине ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Математический диктант 1……

1. Матрицы, их размеры.
2. Матрицы специального назначения.
3. Линейные операции над матрицами.
4. Свойства линейных операций над матрицами.
5. Умножение матриц.
6. Свойства операции умножения матриц.
7. Степень матрицы.
8. Транспонированная матрица и ее свойства.
9. Элементарные преобразования матриц.
10. Алгоритм приведения матрицы к ступенчатому виду.
11. Ранг матрицы. Нахождение ранга матрицы.

Математический диктант 2……

12. Линейные пространства, примеры.
13. Аксиомы линейного пространства.
14. Элементарные следствия из аксиом линейного пространства.
15. Линейная зависимость (независимость) векторов линейного пространства.
16. Конечномерные и бесконечномерные линейные пространства.
17. Базис линейного пространства.
18. Основные свойства линейной зависимости векторов линейного пространства.
19. Подпространства линейного пространства.
20. Ранг и базис системы векторов.
21. Изоморфизм линейных пространств.

Математический диктант 3……

22. Системы линейных уравнений, основные понятия.
23. Равносильность систем линейных уравнений.
24. Элементарные преобразования систем линейных уравнений.
25. Исследование систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
26. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
27. Однородная система линейных уравнений, ее фундаментальная система решений.
28. Нахождение обратной матрицы методом элементарных преобразований.
29. Решение матричных уравнений. Решение систем линейных уравнений матричным способом.

Математический диктант 4……

30. Определители квадратной матрицы.
31. Свойства определителей.
32. Разложение определителей по строке и столбцу.
33. Вычисление определителей n-го порядка. Условие вырожденности квадратной матрицы.
34. Миноры и алгебраические дополнения. Вычисление ранга матрицы методом окаймляющих миноров.
35. Нахождение обратной матрицы с помощью алгебраических дополнений.
36. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.
37. Сведение систем линейных уравнений к крамеровской системе.

Математический диктант 2……

38. Линейные преобразования и их простейшие свойства.
39. Матрица линейного оператора.
40. Действия над линейными операторами и их свойства.
41. Нахождение координат образа вектора при линейном преобразовании.
42. Связь между координатами вектора при линейном преобразовании.
43. Ранг и дефект линейного оператора.
44. Инвариантные пространства.
45. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов.

Критерии оценки:

Задания оцениваются баллами от 1 до 5.

- 5-4 балла выставляется студенту, если он достаточно хорошо ориентируется в теоретическом материале, владеет методами доказательства, умеет синтезировать, анализировать, обобщать теоретический материал с формулированием конкретных выводов, установлением причинно-следственных связей;
- 3-1 балл выставляется студенту, если он удовлетворительно ориентируется в теоретическом материале, демонстрирует умения интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения.

Приложение 4

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра прикладной математики, информатики, физики и методики их преподавания

Комплект задач (повышенной сложности)
по дисциплине ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

1. Даны два множества, состоящие из матриц: $X=\left\{\begin{pmatrix} a & 0 & b \\ c & 0 & d \\ e & f & g \end{pmatrix} \middle| a,b,c,d,e,f,g\in R\right\}$, и $Y=\left\{\begin{pmatrix} a & 0 & b \\ 0 & 0 & d \\ -b & -d & g \end{pmatrix} \middle| a,b,d,g\in R\right\}$. Выяснить, образует ли множество *X* векторное пространство с естественными операциями сложения и умножения на число. Доказать, что множество *Y* образует подпространство *X*.
2. Даны два множества, состоящие из многочленов: $X=\left\{\alpha x^6+\beta x^4+\gamma x^2 \middle| \alpha,\beta,\gamma\in R\right\}$, $Y=\left\{\alpha x^6-\alpha x^4+\alpha x^2 \middle| \alpha\in R\right\}$. Доказать, что множество *X* образует векторное пространство с естественными операциями сложения и умножения на число, а *Y* – его подпространство.
3. Доказать, что в линейном вещественном пространстве многочленов степени $\le n$ система векторов $1, x, x^2, \ldots, x^n$ составляет базис, и найти размерность этого пространства.
4. Найти какой-нибудь фундаментальный набор решений. Записать на его основе все решения системы уравнений: $\begin{cases} 2x_1+3x_2-2x_3-5x_4+x_5=0, \\ 4x_1+2x_2+x_3+2x_4-3x_5=0, \\ -4x_2+5x_3+12x_4-5x_5=0, \\ -6x_1-x_2-4x_3-9x_4+7x_5=0. \end{cases}$
5. Решить систему уравнений тремя способами (методом Гаусса, методом Крамера и матричным способом): $\begin{cases} 2x-4y+z=3, \\ x-5y+3z=-1, \\ x-y+z=1. \end{cases}$
6. Линейное отображение А пространства R^2 в базисе $a_1=(1;2), a_2=(2;3)$ имеет матрицу $A_a=\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, а линейное отображение В пространства R^2 в базисе $b_1=(3;1), b_2=(4;2)$ имеет матрицу $B_b=\begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$. Найти матрицу линейного отображения А+В в базисе b_1, b_2.

7. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей $\begin{pmatrix} -1 & -5 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \\ 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$.

Критерии оценки:

Задания оцениваются баллами от 1 до 5.

- 1-3 балла выставляется студенту, если задание уровня выполнено с обоснованием и демонстрирует сформированность у студента умений синтезировать, анализировать, обобщать фактический и теоретический материал с формулированием конкретных выводов, установлением причинно-следственных связей;
- 4-5 баллов выставляется студенту, если выполненное задание повышенного уровня сложности демонстрирует сформированность у студента умений интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения.