МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
Теория вероятностей и математическая статистика

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Приступая к изучению учебной дисциплины, прежде всего обучающиеся должны ознакомиться с учебной программой дисциплины. Электронный вариант рабочей программы размещён на сайте БФ ВГУ.

Обучающиеся должны иметь четкое представление о:

– перечне и содержании компетенций, на формирование которых направлена дисциплина;
– основных целях и задачах дисциплины;
– планируемых результатах, представленных в виде знаний, умений и навыков, которые должны быть сформированы в процессе изучения дисциплины;
– количестве часов, предусмотренных учебным планом на изучение дисциплины, форму промежуточной аттестации;
– количестве часов, отведенных на контактную и на самостоятельную работу;
– формах контактной и самостоятельной работы;
– структуре дисциплины, основных разделах и темах;
– системе оценивания ваших учебных достижений;
– учебно-методическом и информационном обеспечении дисциплины.

Знание основных положений, отраженных в рабочей программе дисциплины, поможет обучающимся ориентироваться в изучаемом курсе, осознавать место и роль изучаемой дисциплины, строить свою работу в соответствии с требованиями, заложенными в программе.

Основными формами контактной работы по дисциплине являются лекции и лабораторные работы, посещение которых обязательно для всех студентов.

В ходе лекционных занятий следует не только слушать излагаемый материал и кратко его конспектировать, но очень важно участвовать в анализе примеров, предлагаемых преподавателем, в рассмотрении и решении проблемных вопросов, выносимых на обсуждение. Необходимо критически осмысливать предлагаемый материал, задавать вопросы как уточняющего характера, помогающие уяснить отдельные излагаемые положения, так и вопросы продуктивного типа, направленные на расширение и углубление сведений по изучаемой теме, на выявление недостаточно освещенных вопросов, слабых мест в аргументации и т.п.

В ходе выполнения практических работ студент выполняет задания, содержащиеся в методическом пособии дисциплины в соответствии с имеющимися указаниями. Далее студент самостоятельно выполняет индивидуальное задание.

Обязательно следует познакомиться с критериями оценивания каждой формы контроля – это поможет избежать недочетов, снижающих оценку за работу.

При подготовке к промежуточной аттестации необходимо повторить пройденный материал в соответствии с учебной программой, примерным перечнем вопросов, выносящихся на зачет. Рекомендуется использовать конспекты лекций и источники, перечисленные в списке литературы в рабочей программе дисциплины, а также ресурсы электронно-библиотечных систем. Необходимо обратить особое внимание на темы учебных занятий, пропущенных по разным причинам. При необходимости можно обратиться за консультацией и методической помощью к преподавателю.

Методические материалы для обучающихся по освоению теоретических вопросов дисциплины

№	Тема	Рассматриваемые вопросы
1	Предмет теории вероятностей.	Массовые случайные явления. Статистические закономерности. История развития теории вероятностей. Эмпирическое определение вероятности. Относительная частота появления события, ее свойства. Статистическая устойчивость и статистическое определение вероятности
2	События и действия над ними.	Случайный эксперимент. Понятие события в теории вероятностей. Элементарное событие. Пространство элементарных событий, его

		неоднозначность. Классификация событий. Случайное, достоверное, невозможное события. Совместные и несовместные события. Полная группа событий. Действия над событиями и их свойства. Теоретико-множественная трактовка событий и действий над ними. Диаграммы Эйлера - Венна. Алгебра событий.
3	Вероятностное пространство случайного эксперимента.	Аксиоматическое определение вероятности. Свойства вероятности как следствия аксиом Колмогорова. Понятие вероятностного пространства случайного эксперимента. Дискретное и непрерывное вероятностные пространства. Классическое вероятностное пространство. Классическая вероятность. Подсчет числа возможных и благоприятных исходов по формулам комбинаторики. Правила умножения и сложения в комбинаторике. Формулы для подсчета числа размещений, перестановок, сочетаний в схемах выбора без повторений и с повторениями. Непрерывное вероятностное пространство. Геометрическая вероятность. Понятие о методе Монте-Карло.
4	Вероятности сложных событий.	Определение условной вероятности. Вероятность произведения событий. Независимость событий. Попарная независимость и независимость в совокупности. Формула для подсчета полной вероятности. Априорные и апостериорные вероятности гипотез. Формула Байеса для подсчета апостериорной вероятности. Независимые испытания. Схема Бернулли. Вероятностное пространство схемы Бернулли. Формула Бернулли для числа успехов. Производящая функция в схеме Бернулли. Теорема Пуассона. Формула Пуассона, условия ее применимости. Простейший поток событий. Локальная теорема Муавра-Лапласа. Интегральная теорема Муавра-Лапласа. Функции Лапласа, их свойства. Вероятность заданного отклонения частости от вероятности.
5	Случайные величины. Законы распределения и числовые характеристики.	Понятие случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Понятие о законе распределения. Условие нормировки распределения. Ряд распределения дискретной случайной величины. Многоугольник распределения. Сумма, разность и произведение двух дискретных случайных величин. Функция распределения, ее свойства. Функция распределения дискретной случайной величины. Непрерывная случайная величина. Функция распределения непрерывной случайной величины. Плотность распределения и ее свойства. Элемент вероятности. Характеристики положения и рассеяния. Математическое ожидание и его свойства. Дисперсия и среднее квадратичное отклонение, их свойства. Стандартная случайная величина. Мода и медиана. Начальные и центральные моменты. Коэффициенты асимметрии и эксцесса. Квантили. Вычисление параметров распределений дискретной случайной величины с помощью производящей функции.
6	Основные виды распределений. Нормальное распределение.	Биномиальное распределение, распределение Пуассона для дискретных случайных величин. Равномерное и показательное распределения непрерывных случайных величин. Плотность нормального распределения. Функция распределения стандартной нормальной случайной величины. Вероятность попадания значения нормально распределенной случайной величины в заданный интервал. «Правило 3σ».
7	Системы случайных величин. Двумерная случайная величина.	Законы распределения двумерной случайной величины (дискретной и непрерывной). Числовые характеристики двумерной случайной величины. Математическое ожидание, дисперсия, ковариация, коэффициент корреляции.
8	Предельные теоремы теории вероятностей.	Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Неравенство Маркова. Теорема Чебышева. Сходимость по вероятности. Теорема Бернулли. Центральная предельная теорема.
9	Выборочный метод. Распределение и характеристики	Предмет и задачи математической статистики. Сущность выборочного метода. Генеральная и выборочная совокупности. Статистическое распределение выборки и его виды. Вариационный ряд. Статистический

	выборки.	ряд и его графическое изображение. Интервальный статистический ряд. Гистограмма статистического распределения выборки. Эмпирическая функция распределения. Числовые характеристики выборки: выборочные среднее, дисперсия, среднеквадратичное отклонение, исправленные дисперсия и среднеквадратичное отклонение.
10	Статистическое оценивание.	Понятие оценки вероятностных характеристик. Основные требования к оценкам. Оценивание законов распределения случайных величин. Точечное оценивание числовых характеристик генеральной совокупности Интервальное оценивание. Понятие доверительной вероятности и доверительного интервала. Распределения Пирсона, Стьюдента, Фишера. Оценивание вероятности наступления события. Доверительные интервалы для математического ожидания в случаях выборок большого и малого объемов. Доверительные интервалы для среднеквадратичного отклонения.
11	Проверка статистических гипотез.	Сущность проверки статистических гипотез. Общий подход к решению задачи проверки гипотез. Выдвижение гипотезы. Показатель согласованности. Статистический критерий. Критическая область и область принятия гипотезы. Уровень значимости и мощность критерия. Ошибки первого и второго рода. Методы проверки гипотез о законах распределения (критерии А.Н. Колмогорова, Н.В. Смирнова, критерий согласия К. Пирсона). Проверка гипотез о параметрах законов распределения.
12	Статистические методы обработки экспериментальных данных.	Дисперсионный анализ. Корреляционный анализ. Коэффициент корреляции. Корреляционная матрица. Регрессионный анализ. Линейный регрессионный анализ. Множественная линейная регрессия. Уравнения регрессии, коэффициенты регрессии.
13	Случайные процессы.	Понятие случайного процесса. Классификация случайных процессов. Цепи Маркова. Марковский процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем. Пуассоновский процесс. Процесс «гибели и размножения».

Методические материалы для обучающихся по подготовке к практическим/лабораторным занятиям

№	Тема занятия	Рассматриваемые вопросы
1	События и действия над ними.	События и действия над ними.
2	Вероятностное пространство случайного эксперимента.	Элементы комбинаторики. Классическое вероятностное пространство. Непрерывное вероятностное пространство. Геометрическая вероятность
3	Вероятности сложных событий.	Вероятности суммы и произведения событий. Полная вероятность. Схема Бернулли
4	Случайные величины. Законы распределения и числовые характеристики.	Дискретные случайные величины. Непрерывные случайные величины.
5	Основные виды распределений. Нормальное распределение.	Виды распределения случайных величин. Нормальное распределение.
6	Системы случайных величин. Двумерная случайная величина.	Двумерная случайная величина. Дискретная случайная величина. Непрерывная случайная величина.
7	Выборочный метод. Распределение и характеристики выборки.	Полигон относительных частот и эмпирическая функция распределения интервального вариационного ряда. Его выборочные характеристики положения, характеристики рассеяния.
8	Статистическое оценивание.	Статистическое оценивание. Доверительные интервалы математического ожидания и дисперсии с заданной надежностью.
9	Проверка статистических гипотез.	Проверка статистических гипотез. Гипотеза о законе распределения. Гипотеза о параметрах распределения.

Тематика рефератов/докладов/эссе, методические рекомендации по выполнению контрольных и курсовых работ, иные материалы

Примерный перечень вопросов к зачету по дисциплине
«Теория вероятностей и математическая статистика»

1. История развития теории вероятностей.
2. Пространство элементарных событий. Классификация событий в теории вероятностей.
3. Действия над событиями. Алгебра событий. Теоретико-множественная трактовка.
4. Статистическое определение вероятности.
5. Классическое определение вероятности.
6. Комбинаторика. Общие правила комбинаторики.
7. Схема выбора без повторений. Формулы для подсчета числа размещений, перестановок, сочетаний.
8. Схема выбора с повторениями. Формулы для подсчета числа размещений, перестановок, сочетаний.
9. Геометрическое определение вероятности.
10. Понятие о методе Монте-Карло.
11. Аксиоматическое определение вероятности. Свойства вероятности как следствия аксиом Колмогорова.
12. Условные вероятности.
13. Теорема умножения вероятностей. Независимость событий.
14. Вероятность суммы событий.
15. Полная вероятность. Формула Байеса.
16. Независимые испытания. Схема Бернулли. Формула Бернулли.
17. Теорема Пуассона. Формула Пуассона.
18. Локальная теорема Муавра-Лапласа.
19. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
20. Понятие случайной величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Многоугольник распределения.
21. Функция распределения, ее свойства. Функция распределения дискретной случайной величины.
22. Плотность распределения, ее свойства.
23. Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание и его свойства.
24. Дисперсия и среднее квадратичное отклонение. Мода и медиана.
25. Моменты, коэффициенты асимметрии и эксцесса.
26. Квантили.
27. Вычисление параметров распределений дискретной случайной величины с помощью производящей функции.
28. Основные законы распределения случайных величин. Биномиальное распределение.
29. Распределение Пуассона.
30. Равномерное распределение непрерывной случайной величины.
31. Показательный закон распределения.
32. Нормальное распределение. Вероятность попадания значения нормально распределенной случайной величины в заданный интервал. «Правило 3σ».
33. Предельные теоремы теории вероятностей. Неравенство Чебышева. Неравенство Маркова.
34. Теорема Чебышева. Сходимость по вероятности.
35. Теорема Бернулли.
36. Центральная предельная теорема.
37. Системы случайных величин. Двумерная случайная величина, законы ее распределения.

38. Числовые характеристики двумерной случайной величины. Математическое ожидание, дисперсия, ковариация, коэффициент корреляции.
39. Задачи и методы математической статистики.
40. Генеральная и выборочная совокупности. Вариационный ряд. Статистический ряд и его графическое изображение.
41. Интервальный статистический ряд. Формула Стерджеса. Гистограмма статистического распределения выборки.
42. Кумулята.
43. Числовые характеристики статистического распределения. Выборочное среднее, выборочная дисперсия и исправленная дисперсия как статистические оценки числовых характеристик генеральной совокупности.
44. Интервальные оценки параметров статистического распределения.
45. Проверка статистических гипотез.
46. Понятие о критериях согласия.
47. Элементы корреляционного анализа.
48. Дисперсионный анализ.
49. Регрессионный анализ
50. Представление о теории случайных процессов

Перечень вопросов к коллоквиуму по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

1. Стохастический эксперимент. Событие как исход опыта.
2. Пространство элементарных событий. Классификация событий в теории вероятностей.
3. Действия над событиями. Свойства действий над событиями.
4. Теоретико-множественная трактовка событий и действий над ними. Алгебра событий. Вероятностное пространство случайного эксперимента.
5. Частота и частость события. Статистическое (частотное, эмпирическое) определение вероятности.
6. Классическая схема случайного эксперимента. Классическое определение вероятности.
7. Комбинаторика. Общие правила комбинаторики.
8. Схема выбора без повторений. Формулы для подсчета числа размещений, перестановок, сочетаний.
9. Схема выбора с повторениями. Формулы для подсчета числа размещений, перестановок, сочетаний.
10. Непрерывное вероятностное пространство. Геометрическое определение вероятности.
11. Понятие о методе Монте-Карло.
12. Аксиоматическое определение вероятности. Свойства вероятности как следствия аксиом Колмогорова.
13. Условные вероятности.
14. Теорема умножения вероятностей. Независимость событий.
15. Вероятность суммы событий.
16. Полная вероятность. Формула Байеса.
17. Независимые испытания. Схема Бернулли. Формула Бернулли.
18. Теорема Пуассона. Формула Пуассона.
19. Локальная теорема Муавра-Лапласа.
20. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.

Перечень понятий для глоссария по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

1. Математическая статистика
2. Генеральная совокупность
3. Выборка

4. Объём выборки
5. Репрезентативная выборка
6. Повторная (бесповторная) выборка
7. Способы отбора объектов из генеральной совокупности
8. Ранжирование данных
9. Вариационный ряд
10. Статистическое распределение выборки
11. Интервальный статистический ряд
12. Эмпирическая функция распределения
13. Полигон частот
14. Гистограмма распределения случайной величины
15. Выборочная средняя
16. Выборочная дисперсия
17. Выборочное среднее квадратическое отклонение
18. Исправленная выборочная дисперсия
19. Исправленное среднее квадратическое отклонение
20. Вариационный размах
21. Коэффициент вариации
22. Мода
23. Медиана
24. Квантиль
25. Квартиль
26. Статистическая оценка
27. Несмещенная статистическая оценка
28. Состоятельная статистическая оценка
29. Эффективная статистическая оценка
30. Точечная статистическая оценка
31. Доверительный интервал
32. Доверительная вероятность
33. Статистическая гипотеза
34. Нулевая (альтернативная) гипотеза
35. Простая (сложная) гипотеза
36. Статистический критерий
37. Параметрические (непараметрические) критерии
38. Ошибка первого (второго) рода
39. Уровень значимости критерия
40. Мощность критерия

Примерные темы рефератов по дисциплине
«Теория вероятностей и математическая статистика»

1. История развития теории вероятностей
2. Вклад Б. Паскаля в развитие теории вероятностей.
3. Вклад П.-С.Лапласа в развитие теории вероятностей.
4. Вклад российских математиков в развитие теории вероятностей.
5. Аксиоматическое построение теории вероятностей.
6. Геометрическая вероятность.
7. Области применения метода Монте-Карло.
8. Практические применения основных распределений случайных величин
9. Функции случайных величин и их числовые характеристики
10. Применение теорем о числовых характеристиках функций случайных величин к решению практических задач
11. Двумерное нормальное распределение
12. Многомерное нормальное распределение
13. Метод характеристических функций

14. Закон больших чисел
15. Центральная предельная теорема
16. Методы получения точечных оценок параметров генеральной совокупности
17. Оценка надежности результатов педагогического эксперимента
18. Методы математической обработки данных в социально-психологических исследованиях
19. Модели теории массового обслуживания
20. Практические приложения теории случайных процессов
21. Математические пакеты программ для статистических расчетов.

Перечень заданий творческого характера по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

1. На основе изучения основной и дополнительной литературы, а также использования электронных образовательных ресурсов сделать подборку задач по теме «Предельные теоремы теории вероятностей». Все задачи должны сопровождаться решениями; необходимо сделать ссылки на источники. Количество задач – не менее 10.
2. Составить аннотированный каталог интернет-источников по теме реферата. Количество предложений в каждой аннотации – не менее трех. Количество источников – не менее 10.

Типовые тесты по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

Тема: Дискретная случайная величина

1. Дискретная случайная величина X задана законом распределения

X	-4	6	10
p	0.2	p(X=6)	0.15

Неизвестная вероятность p(X=6) равна
1) 0.35;
2) 0.65;
3) 1,0.

2. Дискретная случайная величина X задана законом распределения

X	2	4	5	6
p	0.3	0.1	0.2	0.4

Вероятность события $2 \le X \le 5$ равна
1) 0.6;
2) 0.3;
3) 0,1.

3. Дискретная случайная величина X задана законом распределения

X	3	4	5	6
p	0.3	0.1	0.2	0.4

Вероятность события $-1 \le X \le 3$
1) 0;
2) 0.3;
3) 0.7.

4. Дискретная случайная величина X задана законом распределения

X	-1	2	3	4
p	0.4	0.3	0.1	0.2

Вероятность события $X \le 3$ равна
1) 0.8;
2) 0.7;
3) 0.1.

5. Дискретная случайная величина X задана законом распределения

X	2	4	5	6

p	0.3	0.1	0.2	0.4

Вероятность события $X \geq 5$ равна

1) 0.4;
2) 0.6;
3) 1.0.

6. Дискретная случайная величина X задана законом распределения

X	-4	6	10
p	0.2	0.3	0.5

Вероятность события $X \geq 2$ равна

1) 0.8;
2) 0.5;
3) 0.2.

7. Дискретная случайная величина задана законом распределения

X	-1	2	3	4
p	0.4	0.3	0.1	0.2

Математическое ожидание случайной величины X равно

1) 1.0;
2) 1,2;
3) 1.3.

8. Дискретная случайная величина X задана законом распределения

X	-1	2	3	4
p	0.4	0.3	0.1	0.2

Дисперсия случайной величины X равна

1) 0.23;
2) 0.33;
3) 0.25.

9. Дискретная случайная величина задана законом распределения

X	-1	2	3	4
p	0.4	0.3	0.1	0.2

Центральный момент третьего порядка случайной величины X равен

1) 55.9;
2) 23,6;
3) 36.8.

10. Дискретная случайная величина X задана законом распределения

X	-4	6	10
p	0.2	0.3	0.5

Мода случайной величины X равна

1) 0.5;
2) 10;
3) 6.0.

Тема: Непрерывная случайная величина

1. Дана функция распределения непрерывной случайной величины X:

$$F(x) = \begin{cases} 0 \text{ } при \text{ } x \leq 0, \\ Cx^2 \text{ } при \text{ } 0 \leq x \leq 4, \\ 1 \text{ } при \text{ } x > 4. \end{cases}$$

Значение постоянной C равно

1) 1/4;
2) 1/16;
3) ½.

2. Дана функция распределения непрерывной случайной величины X:

$$F(x)=\begin{cases}0\ при\ x\le 0,\\ \sin x\ при\ 0\le x\le \pi/2,\\ 1\ при\ x>\pi/2.\end{cases}$$

Вероятность того, что X примет значение из интервала $(0,\pi/6)$, равна

4) 0.5;
5) 1.0;
6) 0.2

3. Непрерывная случайная величина имеет следующую интегральную функцию распределения:

$$F(x)=\begin{cases}0\ \ при\ x\le 0,\\ x^3\ \ при\ 0\le x\le 1,\\ 1\ \ при\ x>1.\end{cases}$$

Вероятность того, что X примет значение из интервала $(-1;0.5)$, равна

7) 0.25;
8) 0.75;
9) 0.5.

4. Функция распределения представляет собой закон распределения
1) только непрерывной случайной величины;
2) только дискретной случайной величины;
3) как непрерывной, так и дискретной случайной величины.

5. Плотность вероятности представляет собой закон распределения
4) только непрерывной случайной величины;
5) только дискретной случайной величины;
6) как непрерывной, так и дискретной случайной величины.

6. Дана плотность вероятности $f(x)$. Для определения вида функции распределения случайной величины X используют формулу

1) $\int\limits_a^b f(x)dx$; 2) $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx$; 3) $\int\limits_{-\infty}^{x} f(x)dx$.

7. Дана плотность вероятности $f(x)$. Для определения вероятности попадания случайной величины X в интервал (a,b) используют формулу

1) $\frac{1}{b-a}\int\limits_a^b f(x)dx$; 2) $\int\limits_a^b f(x)dx$; 3) $\int\limits_{-\infty}^{b} f(x)dx$.

8. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины, распределенной равномерно на отрезке [1,3] равны
1) 2; 1/6;
2) 1,5; 1/3
3) 2; 1/3

9. Случайная величина распределена равномерно на отрезке [0,5]. P_1 - вероятность того, что значение случайной величины попадет на отрезок [0,1]. P_2 - вероятность того, что значение случайной величины окажется на отрезке [3,4]. Тогда можно утверждать, что
1) $P_2=3P_1$;
2) $P_1>P_2$;
3) $P_1=P_2$.

10. Случайная величина X имеет нормальное распределение N(2,2). Вероятность P(-4<X<8) равна
1) 1;

2) 0,9973;
3) 0,9544.

Комплект индивидуальных домашних заданий по дисциплине
«Теория вероятностей и математическая статистика»
Индивидуальное домашнее задание №1
Тема: События и действия над ними

Проиллюстрировать с помощью диаграмм Эйлера-Венна следующие соотношения между событиями.

1) а) $(M\cup N)\cap(M\cup P)$; б) $\overline{C}\setminus\overline{D}$.

2) а) $(M\cap N)\cup(M\cap P)$; б) $\overline{C}\cup D$.

3) а) $(M\setminus N)\cap(M\setminus P)$; б) $\overline{C}\cup\overline{D}$.

4) а) $(M\setminus K)\cup(K\cap P)$; б) $A\cap\overline{D}$.

5) а) $(M\setminus K)\cap(K\cap N)$; б) $\overline{(A\cup C)}$.

6) а) $M\cup(K\cap(M\setminus P))$; б) $\overline{(C\cap D)}$.

7) а) $M\cap(N\setminus(K\cap M))$; б) $\overline{A}\setminus\overline{C}$.

8) а) $(C\cap D)\setminus(C\cap F)$; б) $\overline{(A\setminus D)}$.

9) а) $(M\setminus N)\cup(M\setminus F)$; б) $\overline{C}\setminus D$.

10) а) $(M\setminus N)\cap(N\setminus L)$; б) $\overline{C}\cup C$.

11) а) $(C\cup D)\setminus(C\cup N)$; б) $\overline{(M\setminus P)}$.

12) а) $(M\setminus N)\setminus(K\setminus N)$; б) $\overline{M}\setminus\overline{P}$.

13) а) $(C\cap D)\cup(C\setminus F)$; б) $\overline{(A\cup D)}$.

14) а) $(C\cup D)\cap(C\setminus F)$; б) $\overline{K}\cap L$.

15) а) $(A\setminus C)\cup(A\cap E)$; б) $\overline{K}\cap(K\cap L)$.

16) а) $(F\cap(B\cup D))\setminus B$; б) $\overline{F}\cap F$.

17) а) $(F\cup(B\cap D))\setminus D$; б) $\overline{(F\cap M)}$.

18) а) $(F\setminus(B\cup K))\cup B$; б) $\overline{F}\setminus F$.

19) а) $(M\setminus(B\cap C))\cup C$; б) $B\setminus\overline{B}$.

20) а) $M\setminus(F\cap(M\cap P))$; б). $\overline{M}\cup N$.

Индивидуальное домашнее задание №2
Тема: Элементы комбинаторики

1) а) Имеется ткань трех цветов: красная, зеленая и черная, и требуется обить диван, кресло и стул. Сколько существует различных вариантов обивки этой мебели?

б) У двух начинающих коллекционеров по 20 марок и по 10 значков. Честным называется обмен одной марки на одну марку или одного значка на один значок. Сколько всего существует вариантов честного обмена?

2) а) Поэт-модернист написал стихотворение, в котором первая строка «Хочу пойти гулять куда-нибудь», а все остальные строки разные и получены из первой перестановкой слов. Какое наибольшее количество строк может быть в этом стихотворении?

б) Из состава конференции, на которой присутствует 52 человека, надо избрать делегацию, состоящую из пяти человек. Сколькими способами это можно сделать?

3) а) Сколькими способами можно составить трёхцветный горизонтально полосатый флаг, если имеется материя 5 различных цветов?

б) В ящике лежат 70 шаров: 20 красных, 20 синих, 20 желтых, остальные черные и белые. Какое наименьшее число шаров надо взять, не видя их, чтобы среди них было не меньше 10 шаров одного цвета?

4) а) Сколько двузначных чисел можно составить с помощью цифр 3, 5, 7?

б) Сколькими способами можно выбрать из слова «логарифм» две согласных и одну гласную буквы?

5) а) Сколько существует вариантов кодов в автоматической камере хранения, если длина кода 4 символа, и каждый из них выбирается с диска, на котором нанесены 10 различных символов?

б) Маша на свой день рождения пригласила в гости трех лучших подруг - Дашу, Глашу и Наташу. Когда все собрались, то по случаю дня рождения Маши решили обняться - каждая пара по одному разу. Сколько получилось разных пар?

6) а) Перед нами 10 закрытых замков и 10 похожих ключей к ним. К каждому замку подходит только один ключ, но ключи смешались. Сколько нужно в худшем случае произвести проб, чтобы открыть все замки?

б) В киоске продается 10 сортов сока. Сколькими способами можно купить 8 порций сока?

7) а) К 3 дочерям короля приехали свататься 3принца. Сколько у короля вариантов выдать дочерей замуж?

б) Анаграммой данного слова называется слово, полученное из него перестановкой букв (например, «бьорд» является анаграммой слова «дробь»). Сколько анаграмм имеют слова «цифра», «колос»?

8) а) В буфете продаются 4 вида булочек и 5 видов пирожных. Сколькими способами можно купить булочку и пирожное?

б) Алфавит племени Мумбо-Юмбо содержит только две буквы: А и У. Любая последовательность этих букв является словом. Сколько существует в языке этого племени слов: а) из четырёх букв; б) не более чем из трёх букв?

9) а) Король решил выдать замуж трёх своих дочерей. Со всех концов света явились во дворец сто юношей. Сколькими способами дочери короля могут выбрать себе женихов?

б) В почтовом отделении продаются открытки десяти видов. Сколькими способами можно купить здесь набор из восьми открыток, если открыток каждого вида имеется не менее восьми штук?

10) а) В магазине продаются три вида блокнотов и пять видов карандашей. Сколько различных наборов можно составить из двух предметов: блокнота и карандаша?

б) Код состоит из трех цифр от 0 до 9. Сколько всего таких кодов? Сколько будет кодов, у которых все цифры различны?

11) а) Сколькими способами можно купить две порции мороженого, если в продаже есть вафельные стаканчики, фруктовые стаканчики, шоколадные брикеты и эскимо?

б) На пустую шашечную доску надо поместить две шашки разного цвета. Сколько различных положений могут они занимать на доске?

12) а) Сколькими способами можно покрасить пять ёлок в серебристый, зелёный и синий цвета, если количество краски неограниченно, а каждую ёлку красим только в один цвет?

б) В некотором государстве кабинет министров состоит из 10 человек. Сколькими способами они могут выбрать из состава кабинета премьер-министра, первого и второго вице-премьеров?

13) а) Сколькими способами можно купить пиджак и брюки, если в магазине есть 7 видов пиджаков и 5 видов брюк?

б) На полке стоят десять томов Пушкина, четыре тома Лермонтова и шесть томов Гоголя. Сколькими способами можно взять с полки две книги разных авторов?

14) а) На международную конференцию приехали 10 делегатов, не понимающих языка друг друга. Какое минимальное число переводчиков потребуется для обслуживания конференции при условии, что каждый переводчик знает только два языка?

б) На полке магазина стоят пакеты с апельсиновым, виноградным, персиковым и яблочным соком. Надо купить 7 пакетов сока. Сколькими способами это можно сделать?

15) а) В магазине "Всё для чая" есть 5 разных чашек и 3 разных блюдца. Сколькими способами можно купить чашку с блюдцем?

б) Четверо господ при входе в ресторан отдали швейцару свои шляпы, а при выходе получили их обратно. Сколько существует вариантов, при которых каждый из них получит чужую шляпу?

16) а) К завтрашнему дню нужно сделать латынь, греческий и математику, в какой последовательности - безразлично. Сколько всего существует таких последовательностей?

б) Сколькими способами можно вынуть 10 карт из колоды в 36 карт так, чтобы среди них оказалось ровно два туза?

17) а) Сколько двузначных чисел можно составить с помощью цифр 5, 6, 7, 8, если при записи числа каждую цифру разрешается использовать только один раз?

б) Из десяти отличников одного нужно послать на олимпиаду по математике, другого – на олимпиаду по физике, третьего – на олимпиаду по химии. Сколькими способами это можно сделать?

18) а) В понедельник в первом классе должно быть три урока: русский язык, математика и физкультура. Сколько вариантов расписания можно составить на понедельник?

б) Сколько трехзначных чисел можно составить с помощью цифр 0, 2, 4, 6, 8, если при записи числа каждую цифру разрешается использовать только один раз?

19) а) В некотором государстве кабинет министров состоит из 14 человек. Сколькими способами они могут выбрать из состава кабинета премьер-министра, первого и второго вице-премьеров?

б) На полке магазина стоят пакеты с апельсиновым, вишневым, томатным, морковным и яблочным соком. Надо купить 4 пакета сока. Сколькими способами это можно сделать?

20) а) Код состоит из трех цифр от 0 до 5. Сколько всего таких кодов? Сколько будет кодов, у которых все цифры различны?

б) Сколькими способами можно выбрать из слова «алгоритм» три согласных и две гласных буквы?

Индивидуальное домашнее задание №3

Тема: Классическое вероятностное пространство

Имеются изделия 3-х сортов, причем количество изделий i-го сорта равно n_i, i = 1,2,3. Для контроля наудачу берутся m изделий. Найти вероятности событий:

1. все изделия 1-го сорта;
2. среди извлеченных только одно изделие 3-го сорта;
3. извлечено m_1 изделий 1-го сорта, m_2 изделий 2-го сорта, m_3 изделий 3-го сорта;
4. среди извлеченных 2 изделия 2-го сорта;
5. извлечено хотя бы одно изделие 1-го сорта;
6. извлечено не менее 2-х изделий 1-го сорта;
7. все извлеченные изделия не 3-го сорта;
8. все извлеченные изделия одного сорта.

№	n_1	n_2	n_3	m	m_1	m_2	m_3
1	5	7	9	4	1	2	1
2	6	5	7	5	2	3	0
3	3	2	2	4	2	1	1
4	7	4	5	4	1	1	2
5	3	8	5	5	2	0	3
6	6	3	4	4	2	1	1
7	6	5	3	4	1	1	2
8	7	6	1	6	3	2	1
9	8	6	6	4	1	1	2
10	3	3	5	5	3	2	0
11	6	3	2	4	1	0	3
12	8	3	6	3	1	1	1
13	5	7	4	5	3	1	1
14	3	4	8	6	3	3	0
15	4	2	2	6	2	2	2
16	3	4	4	4	0	1	3
17	8	5	6	5	4	1	0
18	3	2	5	5	3	1	1
19	7	6	8	5	4	1	0
20	7	5	8	6	4	1	1

Индивидуальное домашнее задание №4
Тема: Непрерывное вероятностное пространство. Геометрическая вероятность

1. В квадрат с вершинами в точках (0,0), (0,1), (1,1), (1,0) наудачу брошена точка (x,y). Найдите вероятность того, что координаты этой точки удовлетворяют неравенству $y<x$.
2. Расстояние от пункта А до В автобус проходит за 2 мин., а пешеход – за 15 мин. Интервал движения автобусов 25 мин. Вы подходите в случайный момент времени к пункту А и отправляетесь в В пешком. Найдите вероятность того, что в пути вас догонит очередной автобус.
3. На отрезок АВ длиной 12 см наугад ставят точку М. Найдите вероятность того, что площадь квадрата, построенного на отрезке АМ, будет заключена между 36 см^2 и 81 см^2.
4. Плоскость разграфлена параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстоянии 2a. На плоскость наудачу брошена монета радиуса $r<a$. Найдите вероятность того, что монета не пересечет ни одной из прямых.
5. На паркет, составленный из правильных треугольников со стороной a, случайно брошена монета радиуса r. Найдите вероятность того, что монета не заденет границы ни одного из треугольников.
6. Стержень длины a наудачу разломан на 3 части. Найдите вероятность того, что длина каждой части окажется больше a/4.
7. Найдите вероятность того, что сумма двух наудачу взятых чисел на отрезке [-1,1] больше нуля, а их проязведение отрицательно.
8. На плоскости заданы окружность радиуса R и точка A, находящаяся на расстоянии $d>R$ от центра окружности. Найдите вероятность того, что: а) прямая, проведенная случайным образом через точку A, пересечет окружность; б) луч, проведенный случайным образом из точки A, пересечет окружность.
9. Заданы две концентрические окружности с радиусами r и R ($r<R$). В области между окружностями наудачу взята точка, через которую затем проводятся касательные к

меньшей окружности. Найдите вероятность того, что угол между касательными окажется меньше α.

10. Даны две концентрические сферы с радиусами r и R (r<R) и некоторая точка A на меньшей сфере. В шаровом кольце между сферами наудачу берется точка, и в ней помещается точечный источник света. Какова вероятность того, что точка A будет освещена?

11. На отрезке [0,2] наудачу выбраны два числа x и y. Найдите вероятность того, что эти числа удовлетворяют неравенствам $x^2 \le 4y \le 4x$.

12. На окружность радиуса R наудачу поставлены три точки A, B, C. Найдите вероятность того, что треугольник ABC остроугольный.

13. В квадрат со стороной 1 наудачу брошена точка A. Найдите вероятности следующих событий:

а) расстояние от точки A до фиксированной стороны не превосходят x;

б) расстояние от точки A до ближайшей стороны квадрата не превосходит x;

в) расстояние от точки A до центра квадрата не превосходит x;

г) расстояние от точки A до фиксированной вершины квадрата не превосходит x.

14. В квадрат со стороной 1 брошена точка A. Найдите вероятность того, что расстояние от точки A до диагоналей квадрата не превосходит x.

15. В прямоугольник со сторонами 1 и 2 брошена точка A. Найдите вероятности следующих событий:

а) расстояние от точки A до ближайшей стороны прямоугольника не превосходит x;

б) расстояние от точки A до любой стороны прямоугольника не превосходит x;

в) расстояние от точки A до диагоналей прямоугольника не превосходит x.

16. В квадрат со стороной a брошена точка A. Найдите вероятность того, что расстояние от точки A до ближайшей стороны квадрата меньше, чем расстояниеот A до ближайшей стороны квадрата меньше, чем расстояние от A до ближайшей диагонали.

17. Двое договорились встретиться в определенном месте между 12 и 13 ч, причем каждый пришедший на свидание ждет другого в течение 20 мин, после чего уходит. Найдите вероятность того, что они встретятся, если каждый из них приходит на свидание в случайный момент времени, не согласованный с моментом прихода другого.

18. В интервале времени [0;T] в случайный момент времени u появляется сигнал длительности Δ. Приемник включатеся в случайный момент времени v Є [0;T] на время t. Найдите вероятность обнаружения сигнала приемником.

Индивидуальное домашнее задание №5

Тема: Вероятности суммы и произведения событий

В городе 3 коммерческих банка, оценка надежности которых — p_1, p_2, p_3 соответственно. В связи с определением хозяйственных перспектив развития администрацию города интересуют ответы на следующие вопросы: какова вероятность, что

1. обанкротится только i-й банк;
2. обанкротится только один банк;
3. обанкротятся только *j*-й и *к*-й банки;
4. обанкротится не более одного банка;
5. обанкротятся все три банка;
6. хотя бы один банк избежит банкротства;
7. все три банка будут успешно работать.

№	p_1	p_2	p_3	i	j	k
1	0.7	0.95	0.78	1	2	3
2	0.78	0.8	0.97	2	1	3
3	0.83	0.7	0.94	3	2	1
4	0.89	0.97	0.82	3	1	2
5	0.86	0.9	0.76	2	3	1
6	0.77	0.76	0.82	1	3	2
7	0.72	0.85	0.76	3	1	2
8	0.84	0.86	0.82	1	2	3
9	0.8	0.75	0.93	2	3	1
10	0.71	0.79	0.81	2	3	1
11	0.92	0.84	0.73	3	1	2
12	0.96	0.95	0.95	2	1	3
13	0.83	0.92	0.88	3	2	1
14	0.95	0.76	0.71	1	2	3
15	0.75	0.89	0.8	3	1	2

Индивидуальное домашнее задание №6
Тема: Полная вероятность

В магазин поступают изделия трех хлебозаводов, которые выпускают соответственно $n_1\%, n_2\%, n_3\%$ объема продукции. В продукции хлебозаводов брак составляет $m_1\%, m_2\%, m_3\%$ соответственно.

Продавец наугад берет один батон и продает покупателю. Найти вероятность того, что покупатель будет доволен качеством изделия.

У покупателя возникли претензии к качеству товара. На каком хлебозаводе, вероятнее всего, он изготовлен?

№		n_2	n_3	m_1	m_2	m_3
1	30	30	40	0.25	1	1.75
2	45	45	10	0.28	0.5	0.95
3	58	32	10	0.62	1.8	0.7
4	25	60	15	0.55	0.9	0.6
5	23	20	57	1.2	0.52	0.77
6	15	61	24	0.2	0.4	1.88
7	50	26	24	0.35	1.5	0.3
8	35	30	35	0.54	0.8	0.85
9	20	45	35	1.6	0.4	1.5
10	42	28	30	0.9	1.7	0.25
11	25	25	50	1.1	0.12	1.56
12	35	25	40	0.8	1	0.54
13	48	26	26	0.95	1.7	0.9
14	27	38	35	0.8	0.5	1
15	30	20	50	1.65	0.2	1.9
16	34	25	41	1.5	0.55	1.3
17	36	32	32	0.4	1	0.7
18	23	45	32	0.5	1.58	1.9
19	41	36	23	0.6	1.25	0.4
20	35	25	40	1.4	0.6	0.54

Индивидуальное домашнее задание №7

Тема: Схема Бернулли

В каждом из независимых испытаний событие *A* появляется с вероятностью *p*. Определить вероятности того, что

1. в n_1 испытаниях событие *A* появится m_1 раз;
2. в n_2 испытаниях событие *A* появится m_2 раз;
3. в n_1 испытаниях событие *A* появится не менее m_1 раз и не более m_3 раз;
4. в n_1 испытаниях событие ***A*** появится не менее m_2 раз и не более m_4 раз;
5. найти наиболее вероятное число появлений события *A* в n_2 испытаниях.

№	n_1	n_2	m_1	m_2	m_3	m_4	p
1	8	180	4	100	7	140	0.5
2	12	150	5	75	8	135	0.2
3	15	170	6	80	9	156	0.3
4	9	165	4	75	7	122	0.4
5	11	140	2	65	5	115	0.8
6	13	125	5	50	9	89	0.4
7	12	190	1	84	8	177	0.5
8	15	120	7	57	11	96	0.1
9	9	115	3	53	6	85	0.6
10	10	110	6	48	9	67	0.3
11	13	190	4	85	8	146	0.6
12	11	200	5	110	7	167	0.9
13	8	130	2	64	6	114	0.4
14	14	185	5	66	10	153	0.7
15	12	155	3	75	7	133	0.1
16	9	170	2	86	5	156	0.8
17	14	190	6	88	9	173	0.6
18	12	200	3	95	8	185	0.2
19	11	195	5	100	8	154	0.4
20	8	130	4	64	6	92	0.2

Индивидуальное домашнее задание №8
Тема: Случайные величины
Дискретные случайные величины.

Задан закон распределения (ряд распределения) дискретной случайной величины X. Найдите математическое ожидание M(X), дисперсию D(X), среднеквадратичное отклонение σ (X).

1)

X	-6	8	9	10
P	0,1	0,1	0,6	0,2

2)

X	**-2**	-1	0	3
P	0,2	0,5	0,1	0,2

3)

X	-5.	-4	2	3
P	0,1	0,5	0,2	0,2

4)

X	**-2**	0	1	4
P	0,5	0,1	0,2	0,2

5)

X	***-1***	-5	-2	3
P	0,4	0,4	0,1	0,1

6)

X	**-2**	1	3	8
P	0,1	0,1	0,3	0,5

7)

X	-5	-2	3	7
P	0,1	0,3	0,2	0,4

8)

X	-3	-1	0	2
P	0,3	0,2	0,1	0,4

9)

X	-3	2	4	6
P	0,3	0,2	0,2	0,3

10)

X	-4	6	10
P	0,3	0,2	0,5

11)

X	-2	-1	3	4
P	0,1	0,3	0,2	0,4

12)

X	2	4	5
P	0,1	0,6	0,3

13)

X	3	4	5
P	0,1	0,4	0,5

14)

X	-2	-1	0
P	0,6	0,3	0,1

15)

X	1	2	4
P	0,1	0,2	0,2

16)

X	-5	2	3
P	0,1	0,2	0,3

17)

X	4	5	7
P	0,1	0,4	0.5

18)

X	-5	5	10
P	0,2	0,3	0,5

18)

X	-5	2	3
P	0,1	0,2	0,3

20)

X	0	1	3	4
P	0,1	0,2	0,3	0,4

Непрерывные случайные величины

Дана интегральная функция распределения случайной величины X. Найдите дифференциальную функцию (плотность) распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение.

1) $F(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ \dfrac{x^2}{4}, & 0\le x\le 2,\\ 1, & x>2\end{cases}$	2) $F(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ x^3, & 0\le x\le 1,\\ 1, & x>1.\end{cases}$	3) $F(x)=\begin{cases}0, & x<-1,\\ x^3+1, & -1\le x\le 0,\\ 1, & x>0.\end{cases}$
4) $F(x)=\begin{cases}0, & x<-1,\\ x+1, & -1\le x\le 0,\\ 1, & x>0.\end{cases}$	5) $F(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ \dfrac{x^2}{8}, & 0\le x\le 2,\\ 1, & x>2\end{cases}$	6) $F(x)=\begin{cases}0, & x<-2,\\ x+2, & -2\le x\le -1,\\ 1, & x>-1.\end{cases}$
7) $F(x)=\begin{cases}0, & x<\dfrac{1}{5},\\ x-\dfrac{1}{5}, & \dfrac{1}{5}\le x\le \dfrac{6}{5},\\ 1, & x>\dfrac{6}{5}\end{cases}$	8) $F(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ \dfrac{1}{3}x^2+\dfrac{2}{3}x, & 0\le x\le 1,\\ 1, & x>1.\end{cases}$	9) $F(x)=\begin{cases}0, & x<-\dfrac{1}{2},\\ x+\dfrac{1}{2}, & -\dfrac{1}{2}\le x\le \dfrac{1}{2},\\ 1, & x>\dfrac{1}{2}\end{cases}$
10) $F(x)=\begin{cases}0, & x<-2,\\ \dfrac{1}{16}(x+2), & -2\le x\le 14,\\ 1, & x>14.\end{cases}$	11) $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 2,\\ \dfrac{x}{2}-1, & 2<x\le 4,\\ 1, & x>4\end{cases}$	12) $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ \dfrac{x^2}{9}, & 0<x\le 3,\\ 1, & x>3\end{cases}$
13) $F(x)=\begin{cases}0, & x<1,\\ (x+2)^2, & 1\le x\le 2,\\ 1, & x>2.\end{cases}$	14) $F(x)=\begin{cases}0, & x<1,\\ \dfrac{x^3-1}{7}, & 1\le x\le 2,\\ 1, & x>2\end{cases}$	15) $F(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ \dfrac{x^2+x}{2}, & 0\le x\le 1,\\ 1, & x>1\end{cases}$
16) $F(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ \dfrac{x^3+2x}{3}, & 0\le x\le 1,\\ 1, & x>1\end{cases}$	17) $F(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ x\sqrt{x}, & 0\le x\le 1,\\ 1, & x>1\end{cases}$	18) $F(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ x^3\sqrt{x^2}, & 0\le x\le 1,\\ 1, & x>1\end{cases}$

19) $F(x)=\begin{cases}0, & x<1,\\ \dfrac{x^2+3x-4}{2}, & 1\le x\le 2,\\ 1, & x>2\end{cases}$	20) $F(x)=\begin{cases}0, & x<2,\\ (x-2)^2, & 2\le x\le 3,\\ 1, & x>3.\end{cases}$	

Индивидуальное домашнее задание №9

Тема: Виды распределения случайных величин. Нормальное распределение

1) При среднем весе некоторого изделия в 8 кг определено, что отклонение веса, превосходящее 50 г, встречается в среднем 3 раза на каждые 100 изделий. Считая, что вес распределен нормально, найти среднее квадратичное отклонение.
2) Имеется партия из 5 лампочек. Средняя толщина спирали 0.1 мм, среднее квадратичное отклонение 0.01 мм. Если толщина спирали менее 0.08 мм, то при включении в сеть лампочка перегорает. Считая, что толщина спирали распределена нормально, найти вероятность того, что при включении в сеть перегорит не менее двух лампочек.
3) Средний объем ампулы 1.25 см^3, среднее квадратичное отклонение 0.15 см^3. Считая, что объем ампул распределен нормально, найти вероятность того, что объем трех случайно выбранных ампул больше 1.35 см^3.
4) Автомат штампует шарики для подшипников. Средний диаметр шариков 2.1 мм, среднее квадратичное отклонение 0.05 мм. Из партии изделий случайным образом отбирают три шарика. Считая, что диаметр шариков распределен нормально, найти вероятность того, что размер хотя бы одного из них превысит 2.2 мм.
5) Заряд охотничьего пороха взвешивают на весах, имеющих среднюю квадратичную ошибку 0.15 г. Номинальный вес порохового заряда 2.3 г. Считая, что вес распределен нормально, найти вероятность повреждения ружья при трех выстрелах. Максимально допустимый вес порохового заряда 2.6 г.
6) Стрельба ведется из точки 0 вдоль прямой *OX.* Средняя дальность полета снаряда 300 м. Предполагая, что дальность полета распределена нормально, найти вероятность того, что из трех выпущенных снарядов два дадут перелет от 10 до 15 м. Среднее квадратичное отклонение равно 7.5 м.
7) Производится стрельба по прямой дороге шириной 15 м тремя снарядами. Прицеливание ведется по средней линии. Среднее квадратичное отклонение 10 м. Считая, что точность распределена нормально, найти вероятность того, что хотя бы один снаряд попадет в дорогу.
8) При взвешивании тела получен средний вес 2.4 г, среднее квадратичное отклонение 0.02 г. Считая, что отклонение веса распределено нормально, найти, какое отклонение веса от среднего можно гарантировать с вероятностью 0.9.
9) Размер детали задан в пределах от 45 до 47 мм. В контролируемой партии средний размер оказался 45.8 мм, среднее квадратичное отклонение 0.6 мм. Считая, что размер детали распределен нормально, определить вероятность того, что из трех деталей одна будет бракованной.
10) Трамваи следуют по маршруту с интервалом движения 5 минут. На остановке в очередной трамвай вошли 6 человек. Какова вероятность того, что 4 из них ожидали трамвай более трех минут, если они подходили к остановке независимо друг от друга?
11) Прибор состоит из трех узлов. Среднее время работы первого узла — 50 часов, второго — 40 часов, третьего — 60 часов. Считая, что время работы всех узлов подчинено показательному закону, найти вероятность безотказной работы прибора в течение 70 часов.
12) Средний объем ампулы 2.1 см^3. При измерении установлено, что отклонения объема, превышающие 0.1 см^3, встречаются в среднем 5 раз на 100 ампул. Считая,

что объем ампул подчиняется нормальному закону, найдите среднее квадратичное отклонение.

13) Отклонение длины изготавливаемой детали от стандарта является случайной величиной, распределенной по нормальному закону. Считая, что математическое ожидание равно 20 см и среднее квадратичное отклонение 0.5 см, определить, какую точность можно гарантировать с вероятностью 0.9.
14) Еженедельный выпуск продукции на заводе распределен приблизительно по нормальному закону со средним значением a=15000 ед. продукции в неделю и σ=1200 ед. Найдите вероятность того, что две недели подряд выпуск продукции превысит 18000 единиц.
15) В здании областной администрации случайное время ожидания лифта равномерно распределено в диапазоне от 0 до 5 мин. Как определяется функция распределения *F(x)* и чему равна вероятность ожидания лифта более 3 мин?
16) В одной из палаток рынка дыни продаются по 80 р/ шт. Средний вес дыни 2.5 кг, среднее квадратичное отклонение составляет 0.35 кг. Найдите вероятность того, что покупатель совершит выгодную для себя покупку, если цена 1 кг дыни в других палатках равна 30 р?
17) Эксперт полагает, что предложение цены за определенную картину, выставляемую на аукционе, будет равномерно распределенной случайной величиной в интервале от 3000 до 7000 ден. ед. Найдите вероятность того, что картина будет продана за цену, меньшую 4000 ден. ед. и вероятность того, что цена картины будет выше 5000 ден. ед.
18) Среднее содержание сульфатов в Липецкой минеральной воде составляет 1550 мг/л, среднее квадратичное отклонение — 150 мг/л. Считая, что содержание сульфатов распределено нормально, найдите вероятность того, что содержание сульфатов в трех случайно выбранных бутылках минеральной воды окажется не менее 1650 мг/л.
19) Срок службы коробки передач до капитального ремонта у автомобиля некоторой марки подчиняется нормальному закону. Средний срок службы составляет 56 месяцев со стандартным отклонением 16 месяцев. Производитель хочет дать гарантию на этот узел. На сколько месяцев производитель должен дать гарантию этой детали, чтобы число бесплатных ремонтов не превышало 2.5% проданных автомобилей?
20) Ежемесячная стипендия студентов университета составляет 720 р. Каждый студент тратит на проезд в городском транспорте в среднем 190 р в месяц. Считая, что затраты на проезд имеют нормальное распределение со средним квадратичным отклонением 20 р., найдите вероятность того, что студент потратит не более 30% своей стипендии на проезд хотя бы в одном из трех случайно выбранных месяцев.

Индивидуальное домашнее задание №10

Тема: Двумерная случайная величина

Дискретная случайная величина

Для пары дискретных случайных величин (Х,У), принимающей значения (x_j, y_i)с совместными вероятностями $p_{ji}, j = 1,2,3; i = 1,2$ выполнить следующие задания:

1) записать совместный закон распределения;
2) найти частные законы распределения для Х и У;
3) вычислить М(Х), $\sigma(X)$, М(У) и $\sigma(Y)$;
4) вычислить коэффициент корреляции $r(X,Y)$;
5) найти линейную среднеквадратическую регрессию: а) случайной величины Y на случайную величину X, б) случайной величины X на случайную величину Y;
6) найти условные законы распределения: а) для X при каждом значенииY, б) для Y при каждом значении X;

7) вычислить условные математические ожидания $\overline{y_j},\ j=1,2,3;\ \overline{x_i},\ i=1,2$.

Y \ X	x_1	x_2	x_3
y_1	p_{11}	p_{12}	p_{13}
y_2	p_{21}	p_{22}	p_{23}

1	-9	-4	3	**2**	-1	3	6	**3**	2	5	9
6	0.31	0.05	0.21	10	0.22	0.13	0.18	-9	0.47	0.04	0.14
17	0.20	0.15	0.08	13	0.22	0.14	0.11	-5	0.12	0.07	0.16
4	-2	-1	3	**5**	9	11	20	**6**	-15	-12	-9
-8	0.21	0.12	0.19	2	0.15	0.16	0.21	-6	0.18	0.12	0.13
-4	0.23	0.16	0.09	8	0.18	0.07	0.23	-3	0.26	0.23	0.08
7	1	3	7	**8**	5	7	10	**9**	-3	15	21
7	0.28	0.03	0.05	3	0.21	0.17	0.20	-6	0.13	0.20	0.12
11	0.25	0.30	0.09	11	0.15	0.10	0.17	-3	0.21	0.13	0.21
10	-5	-2	1	**11**	-1	3	4	**12**	9	13	27
3	0.23	0.12	0.09	-7	0.29	0.17	0.22	0	0.13	0.25	0.04
4	0.16	0.15	0.25	-5	0.06	0.05	0.21	5	0.26	0.05	0.27
13	-1	1	9	**14**	-3	-2	4	**15**	-3	-2	7
2	0.32	0.10	0.12	-6	0.22	0.12	0.58	1	0.21	0.17	0.24
3	0.04	0.13	0.29	-2	0.02	0.02	0.04	2	0.06	0.20	0.12
16	-4	0	4	**17**	-5	-3	-1	**18**	-7	-5	-3
-4	0.21	0.25	0.12	-10	0.07	0.19	0.05	7	0.22	0.28	0.17
6	0.05	0.23	0.14	-7	0.29	0.06	0.34	10	0.05	0.11	0.17
19	2	4	5	**20**	-5	-3	0	**21**	0	7	17
-8	0.35	0.24	0.09	3	0.24	0.17	0.32	9	0.34	0.12	0.21
0	0.10	0.03	0.19	5	0.05	0.07	0.15	10	0.07	0.22	0.04

Непрерывная случайная величина

Случайный вектор (*X*, У) равномерно распределен в треугольнике $x \ge 0,\ y \ge 0,\ ax + by \le c$. Найдите

1) двумерную плотность распределения $f(x, y)$;
2) $f_y(x), f_x(y)$—одномерные плотности случайных величин X, Y;
3) математические ожидания *M(X)* и *M(Y);*
4) дисперсии *D(X)* и *D(Y);*
5) коэффициент корреляции *r(X, Y).*

№	*a*	*b*	*c*	№	*a*	*b*	*c*
1	10	1	10	11	1	10	10
2	10	2	20	12	2	10	20
3	10	3	30	13	3	10	30
4	10	4	40	14	4	10	40
5	10	5	50	15	5	10	50
6	10	6	60	16	6	10	60
7	10	7	70	17	7	10	70
8	10	8	80	18	8	10	80
9	10	9	90	19	9	10	90
10	10	10	100	20	10	10	110

Индивидуальное домашнее задание №11

Для интервального вариационного ряда

1. Построить полигон относительных частот;
2. Построить эмпирическую функцию распределения;
3. Найти выборочные характеристики положения

а) выборочное среднее $\bar{x}$ б) медиану *Me*; в) моду *Mo* и показать их на графике, построенном в п. 1;

4. Найти характеристики рассеяния

а) выборочную дисперсию ,

б) исправленную выборочную дисперсию,

в) среднеквадратичное и исправленное среднеквадратичное отклонения,

г) коэффициент вариации V,

д) размах вариации;

1	X	(-15;-10]	(-10; -5]	(-5; 0]	(0; 5]	(5; 10]	(10; 15]
	n	2	14	31	41	10	2
2	X	(-10; -51	(-5; 0]	(0; 5]	(5; 10]	(10; 15]	(15; 20]
	n	1	13	33	34	16	3
3	X	(-5; 01	(0; 5]	(5; 10]	(10; 15]	(15; 20]	(20; 25]
	n	4	9	37	35	13	2
4	X	(0; 50]	(5; 10]	(10; 15]	(15; 20]	(20; 25]	(25; 30]
	n	6	13	37	27	14	3
5	X	(5; 10]	(10; 15]	(15; 20]	(20; 25]	(25; 30]	(30; 35]
	n	1	11	36	33	17	2
6	X	(10; 15]	(15; 20]	(20; 25]	(25; 30]	(30; 35]	(35; 40]
	n	5	13	30	• 36	11	5
7	X	(15; 20]	(20; 25]	(25; 30]	(30; 35]	(35; 40]	(40; 45]
	n	3	13	30	29	19	6
8	X	(20; 25]	(25; 30]	(30; 35]	(35; 40]	(40; 45]	(45; 50] 1
	n	3	21	29	32	14	
9	X	(25; 30]	(30; 35]	(35; 40]	(40; 45]	(45; 50]	(50; 55]
	n	2	16	28	35	17	2
10	X	(30; 35]	(35; 40]	(40; 45]	(45; 50]	(50; 55]	(55; 60]
	n	2	13	28	43	12	2
11	X	(35; 40]	(40; 45]	(45; 50]	(50; 55]	(55; 60]	(60; 65]
	n	1	11	34	42	8	4
12	X	(40; 45]	(45; 50]	(50; 55]	(55; 60]	(60; 65]	(65; 70]
	n	1	17	45	23	8	6
13	X	(45; 50]	(50; 55]	(55; 60]	(60; 65]	(65; 70]	(70; 75]
	n	4	9	39	30	15	3

14	X	(50; 55]	(55; 60]	(60; 65]	(65; 70]	(70; 75]	(75; 80]
	n	2	11	38	34	12	3
15	X	(55; 60]	(60; 65]	(65; 70]	(70; 75]	(75; 80]	(80; 85]
	n	2	17	26	34	18	3
16	X	(60; 65]	(65; 70]	(70; 75]	(75; 80]	(80; 85]	(85; 90]
	n	3	14	26	40	15	2
17	X	(65; 70]	(70; 75]	(75; 80]	(80; 85]	(85; 90]	(90; 95]
	n	1	9	36	32	20	2
18	X	(70; 75]	(75; 80]	(80; 85]	(85; 90]	(90; 95]	(95; 100]
	n	2	6	40	30	10	12
19	X	(75; 801	(80; 85]	(85; 90]	(90; 95]	(95; 100]	(100; 105]
	n	6	12	35	28	16	3
20	X	(80; 851	(85; 90]	(90; 95]	(95; 100]	(100; 105]	(105; 110]
	n	1	11	41	26	19	2

Индивидуальное домашнее задание №12

Тема: Статистическое оценивание

По данным задания 11 с надежностью ***у =*** 0,95 найти доверительные интервалы математического ожидания ***M(X)*** и дисперсии ***D(X).***

Индивидуальное домашнее задание №13

Тема: Проверка статистических гипотез

I. Гипотеза о законе распределения

По данным задания 11

1) используя критерий χ^2 при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверить гипотезу о том, что случайная величина *X* распределена по нормальному закону;
2) построить на одном чертеже гистограмму и соответствующую нормальную кривую.

II. Гипотеза о параметрах распределения

При уровне значимости $\alpha = 0.1$ проверить гипотезу о равенстве дисперсий двух нормально распределенных случайных величии *X* и *Y* на основе выборочных данных при альтернативной гипотезе $H_1 : \sigma_ч^2 \neq \sigma_н^2$. На этих же вы борочных данных при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверить нулевую гипотезу о равенстве математических ожиданий при конкурирующей гипотезе $H_1 : a_x \neq a_y$

Вариант	X		Y		Вариант	X		Y	
	x_i	n_i	y_i	m_i		x_i	n_i	y_i	m_i
1	142 145 146 148	3 1 2 4	140 146 147 151	5 3 2 2	11	42 45 46 50	15 17 12 16	84 87 92 96	3 2 4 1
2	37 38 40 41 42	2 1 4 3 6	38 39 40 41 43	4 3 2 2 3	12	30 32 33 34 36	4 5 8 1 2	30 31 32 34 35	6 4 3 5 2
3	39 43 45 47 51	4 2 3 4 2	75 80 84 91 94	4 2 3 4 2	13	42 44 48 50 53	4 8 3 5 10	44 45 46 51 55	16 12 11 6 5

4	3.5 3.7 3.9 4.0 4.1	1 3 5 4 4	3.6 3.7 3.8 4.2 4.4	3 5 2 1 4	14	31 35 40 42 44	7 3 4 2 4	29 32 33 35 39	8 9 12 10 11
5	9 10 11 12 14	4 5 3 2 1	9 10 11 13 14	5 6 4 8 3	15	61 62 64 67 68	5 4 6 2 3	60 63 64 68 70	4 3 2 6 5
6	6.1 6.5 6.6 7.0 7.4	2 3 1 4 2	5.8 6.0 6.2 6.3 6.8	6 4 5 2 3	16	12 16 19 21 25	10 12 14 9 5	14 15 20 21 24	7 6 8 10 9
7	20 22 23 24 26	3 4 2 2 4	18 19 20 22 23	6 3 4 2 5	17	44 45 48 52 54	5 2 3 4 6	43 46 48 50 53	3 3 4 4 6
8	2 4 8 10 12	6 4 2 5 3	4 5 9 12 14	3 5 6 6 5	18	16 18 21 24 25	12 10 14 8 6	18 25 29 36 40	3 1 4 6 6
9	31 33 34 38 42	6 2 1 3 2	85 88 95 97 100	1 3 4 2 5	19	71 73 75 79 80	4 5 8 10 3	68 69 70 74 78	10 14 13 12 11
10	15 17 20 21 25	1 3 2 4 6	20 22 23 25 26	4 2 2 3 1	20	70 72 73 75 78	12 10 12 8 8	16 18 21 25 28	7 4 8 5 6