


**МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ  
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)**

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
прикладной математики, информатики,  
физики и методики их преподавания

 Е. А. Позднова

06.09.2017 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ  
Б1.В.ДВ.15.02 Элементы интегрального исчисления**

**1. Код и наименование направления подготовки:**

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

**2. Профили подготовки:**

Математика. Физика

**3. Квалификация выпускника:**

Бакалавр

**4. Форма обучения:**

Очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**

Кафедра прикладной математики, информатики, физики и методики их преподавания

**6. Составитель программы:** С.Е. Зюзин, канд. физ.-мат. наук, доцент,  
Е.С. Мещерякова, ст. преподаватель

**7. Рекомендована:** научно-методическим советом факультета физико-математического и естественно-научного образования (протокол № 1 от 31.08.2017)

**8. Учебный год:** 2017-2018 **Семестр:** 2

### 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

**Целью** дисциплины является обеспечение фундаментальной математической подготовки как основы будущей профессиональной деятельности; формирование мировоззрения и развитие личности будущего педагога.

**Задачи** дисциплины:

- дать представление о месте и роли интегрального исчисления в системе математических наук;
- ознакомление с понятиями и методами интегрального исчисления;
- ознакомление с математическими методами решения прикладных задач;
- воспитание математической культуры;
- формирование у студентов навыков работы с учебной, научной и научно-методической литературой.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** дисциплина Элементы интегрального исчисления относится к Блоку 1 «Дисциплины (модули)» и является дисциплиной по выбору вариативной части ООП.

Для освоения дисциплины «Элементы интегрального исчисления» студенты используют знания, умения, навыки, сформированные в ходе изучения дисциплины «Математика» и цикла математических дисциплин в школе, и является необходимой основой для последующего изучения дисциплин: «Математический анализ», «Теория функций действительного переменного», «Методика обучения математике», «Теория функций комплексного переменного», «Дифференциальные уравнения».

**11. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:**

Профессиональные (ПК): ПК-1.

**В результате изучения дисциплины студент должен**

**Знать:**

- основные понятия теории интегрального исчисления;
- основные свойства интегралов и методы их вычисления;
- формулы и теоремы, способы решения задач разных разделов дисциплины;
- геометрические и механические приложения интегралов;

**Уметь:**

- доказывать основные теоремы интегрального исчисления;
- выбирать метод решения для конкретной задачи;
- уметь решать задачу различными методами и выбирать наиболее рациональный.
- самостоятельно пополнять знания путем работы с учебной, научно-популярной и научной литературой.

**Владеть:**

- математической терминологией, используемой при решении задач;
- навыками решения задач.

## 12. Структура и содержание учебной дисциплины:

12.1 Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 5/ 180.

### 12.2 Виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)		
	Всего	В том числе в интерактивной форме	По семестрам
			2
Аудиторные занятия, в том числе:	72	20	72
лекции	36	8	36
практические	36	12	36
Самостоятельная работа	72		72
Форма промежуточной аттестации (экзамен – 36 час.)	36		36
Итого:	180	20	180

### 12.3. Содержание разделов дисциплины

№	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1.	Неопределенный интеграл.	Первообразная функция и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов. Непосредственное интегрирование. Методы интегрирования. Замена переменной. Интегрирование по частям. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование простейших иррациональных и трансцендентных функций.
2.	Определенный интеграл.	Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определение определенного интеграла. Основные свойства определенного интеграла. Теорема о среднем. Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства. Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона – Лейбница и ее применение для вычисления определенного интеграла. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям. Методы приближенного вычисления определенного интеграла. Геометрические и механические приложения определенного интеграла.
3.	Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода	Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода с бесконечными пределами и от неограниченных функций, определения, их основные свойства. Условия сходимости несобственных интегралов и способы исследования сходимости.

### 12.4 Междисциплинарные связи

№ п/п	Наименование дисциплин учебного плана, с которым организована взаимосвязь дисциплины рабочей программы	№ разделов дисциплины рабочей программы, связанных с указанными дисциплинами
1	Математический анализ	1-3
2	Математика	1-3
3	Теория функций действительного переменного	2
4	Дифференциальные уравнения	1-2
5	Теория функций комплексного переменного	2-4

**12.5. Разделы дисциплины и виды занятий**

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1.	Неопределенный интеграл.	14	14	0	24	52
2.	Определенный интеграл.	14	14	0	26	54
3.	Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода	8	8	0	22	38
	Экзамен					36
	Итого:	36	36	0	72	180

**13. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:**

(список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОС и используется общая сквозная нумерация для всех видов литературы)

**а) основная литература:**

№ п/п	Источник
1	Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа: учеб. для вузов: в 2-х ч. Ч.1: - 9-е изд., стер.- СПб.: Лань, 2008
2	Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа: учеб. для вузов: в 2-х ч. Ч.2: - 9-е изд., стер.- СПб.: Лань, 2008

**б) дополнительная литература:**

№ п/п	Источник
3	Алексеева Т.И. Основные понятия и теоремы математического анализа: учебно-метод. пособие. Ч. 2.- Борисоглебск: ГОУ ВПО «БГПИ», 2010
4	Тиняков Г.П. Дополнительные главы математического анализа: учеб. пос.- М.: МГИУ, 2008

**в) информационные электронно-образовательные ресурсы:**

№ п/п	Источник
5	Мельников, Р.А. Математический анализ (практическое руководство для решения индивидуальных заданий) : учебное пособие / Р.А. Мельников, С.А. Силкин, В.А. Филин ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина». - Елец : Елецкий государственный университет им И.А. Бунина, 2011. - 325 с. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-94809-520-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=272211">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=272211</a> (21.06.2018).
6	Туганбаев, А.А. Математический анализ: интегралы : учебное пособие / А.А. Туганбаев. - 3-е изд., стереотип. - Москва : Издательство «Флинта», 2017. - 76 с. - ISBN 978-5-9765-1306-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=103835">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=103835</a> (21.06.2018).

**14. Материально-техническое обеспечение дисциплины:****Программное обеспечение:**

- Win10 (или WinXP, Win7), OfficeProPlus 2010
- браузеры: Yandex, Google, Opera, Mozilla Firefox, Explorer
- STDU Viewer version 1.6.2.0
- 7-Zip
- GIMP GNU Image Manipulation Program
- Paint.NET
- Tux Paint
- Adobe Flash Player

Мультимедийное оборудование (проектор, ноутбук или стационарный компьютер, экран).

### 15. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю):

При реализации дисциплины используются **информационно-справочные системы и профессиональные базы данных:**

- Федеральный портал Российское образование – <http://www.edu.ru/>;
- Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» <http://window.edu.ru/>;
- Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов – <http://fcior.edu.ru/>;
- Лекции ведущих преподавателей вузов России в свободном доступе – <https://www.lektorium.tv/>;
- Электронно-библиотечная система «Издательства Лань» – <http://e.lanbook.com/>;
- Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» – <http://biblioclub.ru/>.

### 16. Формы организации самостоятельной работы:

- изучение учебной, научной и методической литературы, материалов периодических изданий с привлечением электронных средств научной информации;
- подготовка к практическим занятиям, коллоквиумам;
- подготовка докладов и рефератов;
- выполнение заданий из фонда оценочных средств для организации текущего контроля успеваемости обучающихся.

### 17. Перечень учебно-методического обеспечения для организации самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю):

– Рязанова Е.А., Шарипов Б.У. Тестовый контроль знаний по математическому анализу (Часть 1): учебное пособие по организации самостоятельной работы студентов по направлению подготовки «Педагогическое образование», профиль «Математическое образование» - Борисоглебск: ФГБОУ ВПО «Борисоглебский государственный педагогический институт», 2012.

– Рязанова Е.А., Солодовникова Е.Н., Шарипов Б.У. Математический анализ: учебное пособие по организации самостоятельной работы студентов очной и заочной форм обучения направления подготовки «Педагогическое образование» (с двумя профилями подготовки) - Борисоглебск: БФ ФГБОУ ВО «ВГУ», 2016.

- индивидуальные задания из фонда оценочных средств.

### 18. Критерии аттестации по итогам освоения дисциплины:

- **оценка «отлично»** выставляется студенту, если студент свободно ориентируется в теоретическом материале; умеет изложить и корректно оценить различные подходы к излагаемому материалу, способен сформулировать и доказать собственную точку зрения; обнаруживает свободное владение понятийным аппаратом; демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности и полное освоение показателей формируемых компетенций;

- **оценка «хорошо»** выставляется студенту, если студент хорошо ориентируется в теоретическом материале; имеет представление об основных подходах к излагаемому материалу; знает определения основных теоретических понятий излагаемой темы, в основном демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности и освоение большинства показателей формируемых компетенций;

- **оценка «удовлетворительно»** выставляется студенту, если студент может ориентироваться в теоретическом материале; в целом имеет представление об основных понятиях излагаемой темы, частично демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности и освоение некоторых показателей формируемых компетенций;

- **оценка «неудовлетворительно»** выставляется студенту, если студент не ориентируется в теоретическом материале; не сформировано представление об основных понятиях излагаемой темы, не демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности и освоение показателей формируемых компетенций.

### **19. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля):**

Приступая к изучению учебной дисциплины, прежде всего обучающиеся должны ознакомиться с учебной программой дисциплины. Вводная лекция содержит информацию об основных разделах рабочей программы дисциплины; электронный вариант рабочей программы размещён на сайте БФ ВГУ.

Обучающиеся должны иметь четкое представление о:

- перечне и содержании компетенций, на формирование которых направлена дисциплина;
- основных целях и задачах дисциплины;
- планируемых результатах, представленных в виде знаний, умений и навыков, которые должны быть сформированы в процессе изучения дисциплины;
- количестве часов, предусмотренных учебным планом на изучение дисциплины, форму промежуточной аттестации;
- количестве часов, отведенных на аудиторские занятия и на самостоятельную работу;
- формах аудиторских занятий и самостоятельной работы;
- структуре дисциплины, основных разделах и темах;
- системе оценивания учебных достижений;
- учебно-методическом и информационном обеспечении дисциплины.

В ходе лекционных занятий следует не только слушать излагаемый материал и кратко его конспектировать, но очень важно участвовать в анализе примеров, предлагаемых преподавателем, в рассмотрении и решении проблемных вопросов, выносимых на обсуждение.

Основные определения важнейших понятий, особенно при отсутствии единства в трактовке тех или иных понятий среди ученых, лучше записать. Не следует пренебрегать примерами, зачастую именно записанные примеры помогают наполнить опорный конспект живым содержанием и облегчают его понимание.

В ходе подготовки к практическим занятиям необходимо изучить в соответствии с вопросами для повторения основную литературу, просмотреть и дополнить конспекты лекции, ознакомиться с дополнительной литературой – это поможет усвоить и закрепить полученные знания. Кроме того, к каждой теме в планах практических занятий даются практические задания, которые также необходимо выполнить самостоятельно во время подготовки к занятию.

Обязательно следует познакомиться с критериями оценивания каждой формы контроля (реферата, теста и т.д.) – это поможет избежать недочетов, снижающих оценку за работу.

При подготовке к промежуточной аттестации необходимо повторить пройденный материал в соответствии с учебной программой, примерным

перечнем вопросов, выносящихся на экзамен. Рекомендуется использовать конспекты лекций и источники, перечисленные в списке литературы в рабочей программе дисциплины, а также ресурсы электронно-библиотечных систем. Необходимо обратить особое внимание на темы учебных занятий, пропущенных по разным причинам. При необходимости можно обратиться за консультацией и методической помощью к преподавателю.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ  
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**ФОНД  
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

**ЭЛЕМЕНТЫ ИНТЕГРАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ**

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование  
(с двумя профилями подготовки)

Профили подготовки: Математика. Физика

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр



**Паспорт  
фонда оценочных средств  
по учебной дисциплине**

**ЭЛЕМЕНТЫ ИНТЕГРАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ**

1. В результате изучения учебной дисциплины «Элементы интегрального исчисления» обучающийся должен:

**1.1 Знать:**

- основные понятия теории интегрального исчисления;
- основные свойства интегралов и методы их вычисления;
- формулы и теоремы, способы решения задач разных разделов дисциплины;
- геометрические и механические приложения интегралов;

**1.2 Уметь:**

- доказывать основные теоремы интегрального исчисления;
- выбирать метод решения для конкретной задачи;
- уметь решать задачу различными методами и выбирать наиболее рациональный.
- самостоятельно пополнять знания путем работы с учебной, научно-популярной и научной литературой.

**1.3 Владеть:**

- математической терминологией, используемой при решении задач;
- навыками решения задач.

**2. Программа оценивания контролируемой компетенции**

Текущая аттестация	Контролируемые модули, разделы, (темы) дисциплины, их наименование	Код контролируемой компетенции (или её части)	Наименование оценочного средства
1	Неопределенный интеграл.	ПК-1	индивидуальное задание
2	Определенный интеграл.	ПК-1	индивидуальное задание, реферат
3	Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода	ПК-1	индивидуальное задание
<b>Промежуточная аттестация – экзамен</b>		ПК-1	КИМ, вопросы к экзамену

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО  
БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра прикладной математики,  
информатики, физики и  
методики преподавания

**Вопросы к экзамену по дисциплине «Элементы интегрального исчисления»**

1. Первообразная функция и неопределенный интеграл.
2. Основные свойства неопределенного интеграла.
3. Таблица основных интегралов.
4. Методы интегрирования. Непосредственное интегрирование.
5. Замена переменной.
6. Интегрирование по частям.
7. Интегрирование рациональных функций.
8. Интегрирование простейших иррациональных и трансцендентных функций.
9. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.
10. Определение определенного интеграла.
11. Основные свойства определенного интеграла.
12. Теорема о среднем.
13. Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства.
14. Вычисление определенного интеграла.
15. Формула Ньютона – Лейбница и ее применение для вычисления определенного интеграла.
16. Замена переменной в определенном интеграле.
17. Интегрирование по частям.
18. Методы приближенного вычисления определенного интеграла.
19. Геометрические и механические приложения определенного интеграла.
20. Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода с бесконечными пределами и от неограниченных функций, определения, их основные свойства.
21. Условия сходимости несобственных интегралов и способы исследования сходимости.

**Критерии оценки:**

- **оценка «отлично»** выставляется студенту, если студент отлично ориентируется в теоретическом материале; умеет изложить и корректно оценить различные подходы к излагаемому материалу, способен сформулировать и доказать собственную точку зрения; обнаруживает свободное владение понятийным аппаратом, умеет применять теоретические знания к решению задач;

- **оценка «хорошо»** выставляется студенту, если студент хорошо ориентируется в теоретическом материале; имеет представление об

основных подходах к излагаемому материалу; знает определения основных теоретических понятий излагаемой темы, умеет применять теоретические знания к решению задач;

- **оценка «удовлетворительно»** выставляется студенту, если студент может ориентироваться в теоретическом материале; в целом имеет представление об основных понятиях излагаемой темы, в целом умеет применять теоретические знания к решению задач;

- **оценка «неудовлетворительно»** выставляется студенту, если студент не ориентируется в теоретическом материале; не сформировано представление об основных понятиях излагаемой темы.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра прикладной математики,  
информатики, физики и  
методики их преподавания

**Примеры типовых заданий для организации индивидуальной работы  
(индивидуальные задания) по дисциплине «Элементы интегрального  
исчисления»**

**Индивидуальные задания разделу Неопределенный интеграл**

1. Применяя метод непосредственного интегрирования, вычислить интегралы

$$1. \int \frac{dx}{16-x^4}; \quad 2. \int \frac{2^x+5^x}{10^x} dx; \quad 3. \int \frac{-3x^4+3x^2-1}{x^2-1} dx; \quad 4. \int \frac{-2x^4+4x^2-1}{1-x^2} dx;$$

$$5. \int \frac{x^5-x+1}{x^2+1} dx; \quad 6. \int \frac{3x^4+3x^2+1}{x^2+1} dx; \quad 7. \int \cos^2 \frac{x}{2} dx; \quad 8. \int 2^x e^x dx;$$

$$9. \int \left( \sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx; \quad 10. \int \frac{3tg^2 x + 4}{\sin^2 x} dx; \quad 11. \int \frac{(\sqrt{x}-1)^3}{x} dx;$$

$$12. \int \frac{5x^8+1}{x^4} dx; \quad 13. \int e^x \left( 1 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right) dx; \quad 14. \int 4x \left( 3 + \frac{4^{-x}}{\sqrt{x^3}} \right) dx;$$

$$15. \int \left( \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} \right) dx; \quad 16. \int \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right) dx; \quad 17. \int \frac{x^2+2}{x^2-1} dx;$$

$$18. \int \left( \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} + \frac{1}{x^2+3} \right) dx; \quad 19. \int \left( \frac{1}{x^2-25} + \frac{1}{\sqrt{x^2+5}} \right) dx;$$

$$20. \int \frac{x^2}{x^2+1} dx; \quad 21. \int \frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^4}} dx; \quad 22. \int \sin^2 \frac{x}{2} dx;$$

$$23. \int ctg^2 x dx; \quad 24. \int \frac{1-\sin^3 x}{\sin^2 x} dx; \quad 25. \int \frac{3-2ctg^2 x}{\cos^2 x} dx$$

2. С помощью метода интегрирования по частям вычислить интегралы

$$1. \int \sqrt{a^2-x^2} dx; \quad 2. \int e^{\sqrt{x}} dx; \quad 3. \int \frac{\arctg \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx; \quad 4. \int \cos(\ln x) dx;$$

$$5. \int \ln(x^2+2) dx; \quad 6. \int \ln^2 x dx; \quad 7. \int (x^2+1) \cos x dx; \quad 8. \int e^x \sin \frac{x}{2} dx;$$

$$9. \int e^{2x} \cos 3x dx; \quad 10. \int e^x \sin x dx; \quad 11. \int \frac{xdx}{\cos^2 x}; \quad 12. \int \frac{xdx}{\sin^2 x};$$

$$13. \int x^2 e^x dx; \quad 14. \int x^2 \sin x dx; \quad 15. \int x^2 \cos x dx; \quad 16. \int (x+1) \cos 3x dx;$$

17.  $\int x \sin x dx$ ; 18.  $\int x \cos x dx$ ; 19.  $\int x^2 e^{-\frac{x}{2}} dx$ ; 20.  $\int x^3 e^{-x} dx$ ;  
 21.  $\int x e^{5x} dx$ ; 22.  $\int x e^{-x} dx$ ; 23.  $\int \ln(\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}) dx$ ;  
 24.  $\int (4x^3 + 6x - 7) \ln x dx$ ; 25.  $\int (x^2 + 3x + 2) \ln x dx$

### 3. Применяя метод подстановки, вычислить интегралы

1.  $\int \frac{dx}{2-3x}$ ; 2.  $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x+1}} dx$ ; 3.  $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} dx$ ; 4.  $\int \frac{5x-6}{\sqrt{1-3x}} dx$ ;  
 5.  $\int \frac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{\sqrt{x+1}-1}} dx$ ; 6.  $\int \frac{\sin x}{1+3 \cos x} dx$ ; 7.  $\int \frac{\cos 3x}{3+\sin 3x} dx$ ;  
 8.  $\int \cos^3 x \sin x dx$ ; 9.  $\int \sin^2 x \cos x dx$ ; 10.  $\int e^{\cos x} \sin x dx$ ;  
 11.  $\int e^{-x^3} x^2 dx$ ; 12.  $\int e^{\sin x} \cos x dx$ ; 13.  $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$ ; 14.  $\int \frac{e^{\arctg x}}{1+x^2} dx$ ;  
 15.  $\int e^{-\lg x} \sec^2 x dx$ ; 16.  $\int \frac{\cos x}{\sin^3 x} dx$ ; 17.  $\int \frac{\sin x}{\cos^5 x} dx$ ; 18.  $\int \frac{dx}{x(1+\ln x)}$ ;  
 19.  $\int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx$ ; 20.  $\int x^{25} \sqrt{x^3-8} dx$ ; 21.  $\int \frac{dx}{\sqrt{e^x+1}}$ ; 22.  $\int \frac{3^{\frac{1}{x}} dx}{x^2}$ ;  
 23.  $\int \frac{(\arctg x)^{100}}{1+x^2} dx$ ; 24.  $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{4-e^{2x}}}$ ; 25.  $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$

### Индивидуальные задания разделу Определенный интеграл

#### 1. Вычислить интегралы

1.  $\int_0^2 (3x^2 - 1) dx$ ; 2.  $\int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx$ ; 3.  $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}}$ ;  
 4.  $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ ; 5.  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x^2}{1+x^2} dx$ ; 6.  $\int_{-\frac{\pi}{4}}^0 \frac{3x^4 + 3x^2 + 1}{1+x^2} dx$ ;  
 7.  $\int_1^2 \left( x^2 + \frac{1}{x^4} \right) dx$ ; 8.  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$ ; 9.  $\int_0^2 x(3-x) dx$ ;  
 10.  $\int_0^{\pi} \sin 2x dx$ ; 11.  $\int_{2\pi}^{3\pi} x \sin x dx$ ; 12.  $\int_0^e \ln x dx$ ;  
 13.  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2+2x+2}$ ; 14.  $\int_1^0 \ln^2 x dx$ ; 15.  $\int_0^{\sqrt{3}} \arctg x dx$ ;  
 16.  $\int_{-1}^1 x e^{-x^2} dx$ ; 17.  $\int_0^a x^2 \sqrt{a^2-x^2} dx$ ; 18.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2+\cos x}$ ;  
 19.  $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$ ; 20.  $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} dx$ ; 21.  $\int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} dx$ ;

$$22. \int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}; \quad 23. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos^2 x dx; \quad 24. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sin^2 x dx;$$

$$25. \int_0^1 \frac{dx}{e^x+1}$$

## 2. Вычислить площади фигур, ограниченных линиями

1.  $y=4-x^2$ ,  $y=0$ ;    2.  $y^2=2\rho x$ ,  $x=h$ ;    3.  $y=\ln x$ ,  $x=e$ ,  $y=0$ ;
4.  $y=x^2$ ,  $y=2-x^2$ ;    5.  $y=x^2$ ,  $y=1$ ;    6.  $y=\cos^2 x - \sin^2 x$ ,  $y=0$ ,  $x=0$ ,  $x=\frac{\pi}{4}$ ;
7.  $y=|x|+1$ ,  $y=0$ ,  $x=-2$ ,  $x=1$ ;    8.  $y=\sin x$ ,  $y=x^2 - \pi x$ ;
9.  $y=\arcsin 2x$ ,  $x=0$ ,  $y=-\frac{\pi}{2}$ ;    10.  $y=\sin 2x$ ,  $y=1$ ,  $x=\frac{\pi}{2}$ , где  $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ;
11.  $x^2 - y^2 = 1$ ,  $x=2$ ;    12.  $xy=4$ ,  $x=4$ ,  $y=4$ ,  $x=0$ ,  $y=0$ ;
13.  $y=x^2$ ,  $y=\sqrt{x}$ ;    14.  $y=|x^2-1|$ ,  $y=0$ ,  $x=-2$ ,  $x=2$ ;
15.  $y=x^2-2x+2$ ,  $x=-1$ ,  $x=2$  и отрезком  $[-1,2]$  оси  $ox$ ;
16.  $y=-x^2+4$ ,  $y=0$ ;    17.  $y=\frac{1}{x}$ ,  $y=0$ ,  $x=1$ ,  $x=3$ ;
18.  $y=2\sin x$ ,  $y=0$ ,  $x=0$  и  $x=\frac{\pi}{2}$ ;    19.  $x-y-1=0$ ,  $x=-4$ ,  $x=-2$ ,  $y=0$ ;
20.  $y=-x^2-1$ ,  $x=1$ ,  $x=4$ ,  $x=0$ ;    21.  $y=x^2-6x$ ,  $x=0$ ;
22.  $y=x^2$ ,  $y=4$ ,  $y=9$ ,  $x=0$ ;    23.  $y=x^2$ ,  $y=2x$ ;
24.  $y=\sin x$ ,  $y=0$ , если  $\pi \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$ ;    25.  $y=8+2x-x^2$ ,  $y=x+6$

## 3. Вычислить длину дуги кривой

1.  $y=x^{\frac{3}{2}}$  от  $x=0$  до  $x=4$ ;
2.  $y=x^2-1$ , отсеченной осью  $Ox$ ;
3.  $y=\frac{a}{2}\left(e^{\frac{x}{a}}+e^{-\frac{x}{a}}\right)$  от  $x=0$  до  $x=a$ ;
4.  $y=\ln \cos x$  от  $x=0$  до  $x=\frac{\pi}{6}$ ;
5.  $y=\ln \sin x$  от  $x=\frac{\pi}{3}$  до  $x=\frac{2\pi}{3}$ ;
6.  $y=\frac{x^2}{4}-\frac{1}{2}\ln x$  от  $x=1$  до  $x=e$ ;
7.  $y^2=\frac{4}{9}(2-x)^3$  от  $x=-1$  до  $x=2$ ;
8.  $y=x^2$  от  $x=0$  до  $x=2$ ;
9.  $x=e^t \sin t$ ,  $y=e^t \cos t$ ,  $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ ;
10.  $y=\ln \sin x$  от  $x=\frac{\pi}{3}$  до  $x=\frac{\pi}{2}$ ;

11.  $y = \left(\frac{2}{5}\right)x\sqrt{x} - \left(\frac{2}{3}\right)\sqrt[4]{x^3}$  между точками пересечения с осью  $Ox$ .

12.  $y = \frac{x^2}{2}$  от  $x=0$  до  $x=1$ ;

13.  $y = 1 - \ln \cos x$  от  $x=0$  до  $x = \frac{\pi}{6}$ ;

14.  $x = \frac{t^3}{3} - t$ ,  $y = t^2 + 2$  от  $t=0$  до  $t=3$ ;

15.  $x = e^t \cos t$ ,  $y = e^t \sin t$  от  $t=0$  до  $t = \ln \pi$ ;

16.  $x = 8 \sin t + 6 \cos t$ ,  $y = 6 \sin t - 8 \cos t$  от  $t=0$  до  $t = \frac{\pi}{2}$ ;

17.  $x = 9(t - \sin t)$ ,  $y = 9(1 - \cos t)$ ;

18.  $y = x^{\frac{3}{2}}$  от  $x=0$  до  $x=4$ ;

19.  $y = \frac{a}{2} \left( e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right)$  от  $x=0$  до  $x=a$ ;

20.  $y = \ln \cos x$  от  $x=0$  до  $x = \frac{\pi}{6}$ ;

21.  $y = \frac{x^2}{4} - \frac{1}{2} \ln x$  от  $x=1$  до  $x=e$ ;

22.  $y^2 = \frac{4}{9}(2-x)^3$  от  $x=-1$  до  $x=2$ ;

23.  $y = x^2$  от  $x=0$  до  $x=2$ ;

24.  $x = e^t \cdot \sin t$ ,  $y = e^t \cos t$ ,  $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ ;

25.  $y = \ln \sin x$  от  $x = \frac{\pi}{3}$  до  $x = \frac{\pi}{2}$

4. Вычислить объёмы тел, образованных вращением фигуры, ограниченной линиями, вокруг указанной прямой

1.  $y^2 = 2\rho x$ ,  $x = h$  вокруг оси  $Ox$ ;

2.  $y = 4 - x^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ , где  $x \geq 0$  вокруг оси  $Ox$ ;

3.  $y = 4 - x^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ , где  $x \geq 0$  вокруг оси  $Oy$ ;

4.  $y = x^2$ ,  $y = \sqrt{x}$  вокруг оси  $Ox$ ;

5.  $y = e^x$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$ ,  $y = 0$  вокруг оси  $Ox$ ;

6.  $y = e^x$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$ ,  $y = 0$  вокруг оси  $Oy$ ;

7.  $y = x^2 + 1$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2$  вокруг оси  $Ox$ ;

8.  $y = x^2 + 1$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2$  вокруг оси  $Oy$ ;

9.  $y = x^3$ ,  $y = 1$ ,  $x = 0$  вокруг оси  $Ox$ ;

10.  $y = x^3$ ,  $y = 1$ ,  $x = 0$  вокруг оси  $Oy$ ;

11.  $y = x - x^2$ ,  $y = 0$  вокруг прямой  $y = 0$ ;

12.  $y = x - x^2$ ,  $y = 0$  вокруг прямой  $x = 0$ ;

13.  $y = x - x^2$ ,  $y = 0$  вокруг прямой  $x = 2$ ;  
 14.  $y = x - x^2$ ,  $y = 0$  вокруг прямой  $x = -2$ ;  
 15.  $y = x - x^2$ ,  $y = 0$  вокруг прямой  $y = -1$ ;  
 16.  $y = x - x^2$ ,  $y = 0$  вокруг прямой  $y = 2$ ;  
 17.  $y = \ln x$ ,  $y = 0$ ,  $x = e$  вокруг прямой  $y = 0$ ;  
 18.  $y = \ln x$ ,  $y = 0$ ,  $x = e$  вокруг прямой  $x = 0$ ;  
 19.  $y = \ln x$ ,  $y = 0$ ,  $x = e$  вокруг прямой  $y = -1$ ;  
 20.  $y = \ln x$ ,  $y = 0$ ,  $x = e$  вокруг прямой  $x = 1$ ;  
 21.  $y = \ln x$ ,  $y = 0$ ,  $x = e$  вокруг прямой  $x = -1$ ;  
 22.  $y = \ln x$ ,  $y = 0$ ,  $x = e$  вокруг прямой  $y = 1$ ;  
 23.  $y = \sin x$ ,  $y = 0$ ,  $0 \leq x \leq \pi$  вокруг прямой  $y = 0$ ;  
 24.  $y = \sin x$ ,  $y = 0$ ,  $0 \leq x \leq \pi$  вокруг прямой  $x = 0$ ;  
 25.  $y = \sin x$ ,  $y = 0$ ,  $0 \leq x \leq \pi$  вокруг прямой  $x = 2\pi$ .

### Индивидуальные задания разделу Несобственные интегралы

#### 1. Исследовать на сходимость

1.  $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx$ ; 2.  $\int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx$ ; 3.  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + x}$ ; 4.  $\int_0^{+\infty} \arctg x dx$ ;  
 5.  $\int_1^{+\infty} \frac{1 + \ln x}{x} dx$ ; 6.  $\int_0^{+\infty} \sin x dx$ ; 7.  $\int_{-\infty}^0 x e^x dx$ ; 8.  $\int_0^1 \frac{dx}{x^a}$ ;  
 9.  $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9 - x^2}}$ ; 10.  $\int_0^1 \ln x dx$ ; 11.  $\int_0^1 \ln^2 x dx$ ; 12.  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} ctg x dx$ ;  
 13.  $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{1 - x}}$ ; 14.  $\int_0^3 \frac{dx}{(x - 3)^2}$ ; 15.  $\int_2^6 \frac{dx}{\sqrt[3]{(4 - x)^2}}$ ; 16.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin x}$ ;  
 17.  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^a}$ ; 18.  $\int_0^{+\infty} e^{-x} \sin x dx$ ; 19.  $\int_1^{+\infty} \frac{\arctg x}{x^2} dx$ ; 20.  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^2}$ ;  
 21.  $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x dx}{x^2}$ ; 22.  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + x^4}$ ; 23.  $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{x^3 - 1}}$ ; 24.  $\int_1^{+\infty} \frac{e^{-x} dx}{x}$ ; 25.  $\int_1^{+\infty} \frac{\sqrt{x}}{1 + x} dx$

#### Критерии оценки:

- **оценка «отлично»** выставляется студенту, если правильно выполнено более 90% заданий;
- **оценка «хорошо»** выставляется студенту, если правильно выполнено более 70% заданий;
- **оценка «удовлетворительно»** выставляется студенту, если правильно выполнено более 50% заданий;
- **оценка «неудовлетворительно»** выставляется студенту, если правильно выполнено менее 50% заданий.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра прикладной математики,  
информатики, физики и  
методики их преподавания

**Темы докладов и рефератов по дисциплине «Элементы интегрального  
исчисления»**

Геометрические приложения определенного интеграла:

1. Вычисление площади плоской фигуры
2. Вычисление длины дуги плоской кривой
3. Вычисление площади криволинейного сектора
4. Вычисление объемов
5. Вычисление площади поверхности вращения

Физические приложения определенного интеграла:

6. Вычисление пройденного пути
7. Вычисление работы с помощью определённого интеграла
8. Координаты центра тяжести
9. Статические моменты относительно координатных осей  
материальной кривой

Численное интегрирование:

10. Метод прямоугольников
11. Метод трапеций
12. Метод Симпсона
13. Метод Гаусса