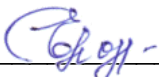


МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
прикладной математики, информатики,
физики и методики их преподавания

 Е. А. Позднова

06.09.2017 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.В.ДВ.08.01 Математика

1. Код и наименование направления подготовки:

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

2. Профили подготовки:

Математика. Физика

3. Квалификация выпускника:

Бакалавр

4. Форма обучения:

Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:

Кафедра прикладной математики, информатики, физики и методики их преподавания

6. Составитель программы:

О.Г. Ромадина, кандидат педагогических наук

7. Рекомендована:

научно-методическим советом факультета физико-математического и естественно-научного образования, протокол № 1 от 31.08.2017 г.

8. Учебный год: 2017-2018 Семестр: 1

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целью дисциплины является изучение и получение математической подготовки, необходимой для изучения дисциплин, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

Задачи дисциплины:

- формировать представление о роли математики в системе современного образования;
- формировать умение работать с математической символикой;
- формировать умение применять изученный материал для доказательства теорем и решения практических задач;
- обучение умению строго формулировать задачи, исследовать корректность исходных данных, предлагать подходящие методы решений проблемы и проводить анализ конечного результата.

10. Место учебной дисциплины в структуре образовательной программы:

Дисциплина «Математика» относится к Блоку1 «Дисциплины по выбору» и включена в вариативную часть основной образовательной программы.

Для освоения дисциплины «Математика» студенты используют знания, умения, навыки, сформированные в ходе изучения школьного курса математики.

Изучение данной дисциплины является необходимой основой для последующего изучения дисциплин «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Методика обучения математике», «Элементарная математика», «Элементы абстрактной и компьютерной алгебры».

11. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:

профессиональные (ПК): ПК-1.

В результате изучения дисциплины студент должен знать:

- основные понятия дисциплины;
- основные идеи и методы математики как универсального языка науки и техники, средства моделирования явлений и процессов;

уметь:

- формулировать определения, теоремы, гипотезы; определять цели и параметры задачи;
- переводить на математический язык простейшие проблемы, поставленные в терминах других предметных областей;
- представлять числовые данные и результаты в виде наглядных графиков и диаграмм;
- использовать справочный материал;
- решать системы линейных уравнений;
- выполнять операции над векторами;
- вычислять предел функции;
- находить производную и дифференциал функции;
- исследовать функции и строить их графики;
- выполнять действия над комплексными числами;

владеть:

- навыками формализации рассуждений;
- умениями выбирать подходящий метод для решения различных математических задач.

12. Структура и содержание учебной дисциплины

12.1 Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом: 8 / 288.

12.2 Виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)		
	Всего	В том числе в интерактивной форме	По семестрам 1 сем.
Аудиторные занятия, в том числе:	144	44	144
лекции	72	16	72
практические	72	28	72
Самостоятельная работа	108	0	108
Форма промежуточной аттестации (экзамен – 36 час.)	36	0	36
Итого:	288	44	288

12.3. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1	Элементы линейной алгебры	Матрицы. Определители. Обратная матрица. Ранг матрицы. Системы линейных уравнений: основные понятия, решение систем линейных уравнений, теорема Кронекера-Капелли, решение невырожденных линейных систем, формулы Крамера, решение систем линейных уравнений методом Гауса, системы линейных однородных уравнений.
2	Элементы векторной алгебры	Векторы: линейные операции над векторами; проекция вектора на ось; разложение вектора по ортам координатных осей; модуль вектора; действия над векторами, заданными проекциями. Скалярное произведение векторов и его свойства: определение скалярного произведения; свойства скалярного произведения; выражение скалярного произведения через координаты. Векторное произведение векторов и его свойства: выражение векторного произведения через координаты. Смешанное произведение векторов: свойства смешанного произведения; выражение смешанного произведения через координаты.
3	Аналитическая геометрия на плоскости	Система координат на плоскости: основные приложения метода координат на плоскости; преобразование системы координат. Линии на плоскости: основные понятия; уравнение прямой на плоскости. Линии второго порядка на плоскости: основные понятия; окружность; эллипс; гипербола; парабола; общее уравнение линий второго порядка.
4	Введение в анализ	Действительные числа: множества; множество действительных чисел; числовые промежутки; окрестность точки. Функция: понятие функции; график функции; способы задания функций; обратная функция; основные элементарные функции и их графики. Последовательности: числовая последовательность; предел числовой последовательности; бесконечно малые и бесконечно большие величины; предельный переход в неравенствах; предел монотонной ограниченной последовательности; число e . Предел функции: предел функции в точке; односторонние пределы; предел функции при $x \rightarrow \infty$; основные теоремы о пределах; замечательные пределы. Непрерывность функций: непрерывность функции в точке; непрерывность функции в интервале и на отрезке; точки разрыва и их классификация; непрерывность элементарных функций; свойства функций, непрерывных на

		отрезке. Производная функции: задачи, приводящие к понятию производной; определение производной; ее механический и геометрический смысл; уравнение касательной и нормали к кривой; связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции; производная суммы, разности, произведения и частного функции; производная сложной и обратной функции; производные основных элементарных функций. Дифференциал функции: понятие дифференциала функции; геометрический смысл дифференциала функции; основные теоремы о дифференциалах. Исследование функций при помощи производных: теоремы о дифференцируемых функциях; возрастание и убывание функций; максимум и минимум функций; наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке; выпуклость графика функции; точки перегиба; асимптоты графика функции; общая схема исследования функции и построения графика. Формула Тейлора: формула Тейлора для многочлена; формула Тейлора для произвольной функции.
5	Комплексные числа	Понятие и представления комплексных чисел: основные понятия; геометрическое изображение комплексных чисел; формы записи комплексных чисел. Действия над комплексными числами: сложение комплексных чисел; вычитание комплексных чисел; умножение комплексных чисел; деление комплексных чисел; извлечение корней из комплексных чисел.

12.4 Междисциплинарные связи

№ п/п	Наименование дисциплин учебного плана, с которым организована взаимосвязь дисциплины рабочей программы	№№ разделов дисциплины рабочей программы, связанных с указанными дисциплинами
1	Математический анализ	1-5
2	Дифференциальные уравнения	1-5
3	Элементарная математика	1, 2, 3
4	Элементы абстрактной и компьютерной алгебры	1, 2
5	Методика обучения математике	1-5

12.5. Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1	Элементы линейной алгебры	10	10	0	20	40
2	Элементы векторной алгебры	10	10	0	20	40
3	Аналитическая геометрия на плоскости	10	10	0	20	40
4	Введение в анализ	32	32	0	28	92
5	Комплексные числа	10	10	0	20	40
6	Экзамен					36
	Итого:	72	16	0	108	288

13. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Демидович Б. П., Кудрявцев В.А. Краткий курс высшей математики: учеб. пос. для вузов.- М.: Астрель, 2008.
2	Письменный Д. Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс.- 9-е изд.- М.: Айрис-Пресс, 2009.
3	Письменный Д. Т. Конспект лекций по высшей математике: в 2-х.-Ч.1-2: - М.: Айрис-Пресс, 2008.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
4	Баврин И. И., Матросов В.Л. Высшая математика: учеб. для вузов.- М.: Владос, 2002.
5	Данко П. Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах: в 2-х ч.: учеб. пос. для вузов.- М.: ОНИКС 21 век; Мир и Образование, 2005.
6	Мироненко Е. С. Высшая математика: Методические указания и контрольные задания для студ.- заочн.: - М.: Высшая школа, 2000

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
7	Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа: учебник. В 2 т. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ. - М.: Физматлит, 2010. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=82818 . (11.07.2018)
8	Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа : учебник. В 2 т. Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды. - М.: Физматлит, 2009. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=82814 . (11.07.2018)
9	Ащеулова А. С., Карнадуд О. С., Саблинский А. И. Высшая математика: линейная алгебра и аналитическая геометрия: конспект лекций. - КемГУКИ, 2011. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=227693&sr=1 . (11.07.2018)
10	Гусак А. А. , Бричикова Е. А. Основы высшей математики: пособие для студентов вузов. - ТетраСистемс, 2012. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=111939&sr=1 . (11.07.2018)
11	Кузнецова Т. А. Высшая математика. - М.: Физматлит, 2009. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=68379&sr=1 . (11.07.2018)

14. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

программное обеспечение:

- Win10 (или Win7), OfficeProPlus 2010
- браузеры: Yandex, Google, Opera, Mozilla Firefox, Explorer
- STDU Viewer version 1.6.2.0
- 7-Zip
- GIMP GNU Image Manipulation Program
- Paint.NET
- Tux Paint
- Adobe Flash Player

Мультимедийное оборудование (проектор, ноутбук или стационарный компьютер, экран).

15. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю):

При реализации дисциплины используются **информационно-справочные системы и профессиональные базы данных:**

– Лекции ведущих преподавателей вузов России в свободном доступе – <https://www.lektorium.tv/>

–Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» –
<http://biblioclub.ru/>

16. Формы организации самостоятельной работы:

–изучение учебной, научной и методической литературы, материалов периодических изданий с привлечением электронных средств научной информации;

- подготовка к практическим занятиям, коллоквиумам.
- подготовка докладов и рефератов;
- выполнение заданий из фонда оценочных средств для организации текущего контроля успеваемости обучающихся.

17. Перечень учебно-методического обеспечения для организации самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю):

В фонде оценочных средств данной дисциплины содержатся:

- вопросы к экзамену по дисциплине;
- задания для организации индивидуальной работы;
- тематика сообщений и рефератов.

Для самостоятельной работы студентам рекомендуются ресурсы сети Интернет: единая коллекция цифровых образовательных ресурсов: <http://school-collection.edu.ru/>; федеральный центр информационно-образовательных ресурсов: <http://fcior.edu.ru/>.

18. Критерии аттестации по итогам освоения дисциплины:

- **оценка «отлично»** выставляется студенту, если студент свободно ориентируется в теоретическом материале; умеет изложить и корректно оценить различные подходы к излагаемому материалу, способен сформулировать и доказать собственную точку зрения; обнаруживает свободное владение понятийным аппаратом; демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности и освоение показателей формируемых компетенций;
- **оценка «хорошо»** выставляется студенту, если студент хорошо ориентируется в теоретическом материале; имеет представление об основных подходах к излагаемому материалу; знает определения основных теоретических понятий излагаемой темы, в основном демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности;
- **оценка «удовлетворительно»** выставляется студенту, если студент может ориентироваться в теоретическом материале; в целом имеет представление об основных понятиях излагаемой темы, частично демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности;
- **оценка «неудовлетворительно»** выставляется студенту, если студент не ориентируется в теоретическом материале; не сформировано представление об основных понятиях излагаемой темы, не демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности и освоение показателей формируемых компетенций.

19. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля):

Приступая к изучению учебной дисциплины, прежде всего обучающиеся должны ознакомиться с учебной программой дисциплины. Электронный вариант рабочей программы размещён на сайте БФ ВГУ.

Знание основных положений, отраженных в рабочей программе дисциплины, поможет обучающимся ориентироваться в изучаемом курсе, осознавать место и роль изучаемой дисциплины в подготовке будущего педагога, строить свою работу в соответствии с требованиями, заложенными в программе.

Основными формами аудиторных занятий по дисциплине являются лекции и практические занятия, посещение которых обязательно для всех студентов (кроме студентов, обучающихся по индивидуальному плану).

В ходе лекционных занятий необходимо критически осмысливать предлагаемый материал, задавать вопросы как уточняющего характера, помогающие уяснить отдельные излагаемые положения, так и вопросы продуктивного типа, направленные на расширение и углубление сведений по изучаемой теме, на выявление недостаточно освещенных вопросов, слабых мест в аргументации и т.п.

На практических занятиях необходимо активно участвовать в решении предлагаемых задач, начиная уже с этапа анализа условия и поиска путей решения. Студенту, вызванному для решения задачи к доске, следует подробно комментировать ход решения задачи, а стальным студентам — выполнять основные этапы решения предложенной задачи самостоятельно, но при этом контролируя ход решения на доске.

Для успешного освоения дисциплины желательно выполнять индивидуальные задания, сдавать коллоквиумы, готовить доклады и рефераты.

При подготовке к промежуточной аттестации необходимо повторить пройденный материал в соответствии с учебной программой, примерным перечнем вопросов, выносящихся на экзамен. Рекомендуется использовать конспекты лекций и источники, перечисленные в списке литературы в рабочей программе дисциплины, а также ресурсы электронно-библиотечных систем. Необходимо обратить особое внимание на темы учебных занятий, пропущенных по разным причинам. При необходимости можно обратиться за консультацией и методической помощью к преподавателю.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

МАТЕМАТИКА

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование
(с двумя профилями подготовки)

Профили подготовки: Математика. Физика

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

**Паспорт
фонда оценочных средств
по учебной дисциплине
МАТЕМАТИКА**

1. В результате изучения дисциплины Математика обучающийся должен:

1.1. Знать:

- основные понятия дисциплины;
- основные идеи и методы математики как универсального языка науки и техники, средства моделирования явлений и процессов;

1.2. Уметь:

- формулировать определения, теоремы, гипотезы; определять цели и параметры задачи;
- переводить на математический язык простейшие проблемы, поставленные в терминах других предметных областей;
- представлять числовые данные и результаты в виде наглядных графиков и диаграмм;
- использовать справочный материал;
- решать системы линейных уравнений;
- выполнять операции над векторами;
- вычислять предел функции;
- находить производную и дифференциал функции;
- исследовать функции и строить их графики;
- выполнять действия над комплексными числами;

1.3. Владеть:

- навыками формализации рассуждений;
- умениями выбирать подходящий метод для решения различных математических задач.

2. Программа оценивания контролируемой компетенции:

Текущая аттестация	Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины и их наименование	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1.	Элементы линейной алгебры	ПК-1	Индивидуальные задания, реферат, контрольная работа
2.	Элементы векторной алгебры	ПК-1	Индивидуальные задания, доклад, контрольная работа
3.	Аналитическая геометрия на плоскости	ПК-1	Индивидуальные задания, доклад, контрольная работа
4.	Введение в анализ	ПК-1	Индивидуальные задания, контрольная работа
5.	Комплексные числа	ПК-1	Индивидуальные задания, доклад, контрольная работа
Промежуточная аттестация – экзамен		ПК-1	Вопросы к экзамену

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра прикладной математики, информатики, физики и методики их преподавания

Вопросы к экзамену по дисциплине «Математика»

1. Определители (основные понятия). Свойства определителей.
2. Матрицы (основные понятия). Действия над матрицами. Обратная матрица. Ранг матрицы.
3. Системы линейных уравнений (основные понятия).
4. Решение невырожденных линейных систем. Формулы Крамера.
5. Решение систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
6. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
7. Системы линейных однородных уравнений.
8. Векторы и линейные операции над ними. Проекция вектора на ось.
9. Разложение вектора по ортам координатных осей. Модуль вектора.
10. Действия над векторами, заданными проекциями.
11. Скалярное произведение векторов и его свойства.
12. Векторное произведение векторов и его свойства.
13. Смешанное произведение векторов, его геометрический смысл и свойства.
14. Система координат на плоскости
15. Основные задачи на метод координат (на плоскости).
16. Преобразование системы координат.
17. Линии на плоскости: основные понятия; уравнение прямой на плоскости.
18. Линии второго порядка на плоскости: основные понятия; окружность; эллипс; гипербола; парабола; общее уравнение линий второго порядка.
19. Действительные числа: множества; множество действительных чисел; числовые промежутки; окрестность точки.
20. Функция: понятие функции; график функции; способы задания функций; обратная функция; основные элементарные функции и их графики.
21. Последовательности: числовая последовательность; предел числовой последовательности.
22. Бесконечно малые и бесконечно большие величины; предельный переход в неравенствах.
23. Предел монотонной ограниченной последовательности; число e .
24. Предел функции: предел функции в точке; односторонние пределы; предел функции при $x \rightarrow \infty$; основные теоремы о пределах; замечательные пределы.
25. Непрерывность функций: непрерывность функции в точке; непрерывность функции в интервале и на отрезке; точки разрыва и их классификация; непрерывность элементарных функций; свойства функций, непрерывных на отрезке.
26. Производная функции: задачи, приводящие к понятию производной; определение производной; ее механический и геометрический смысл; уравне-

- ние касательной и нормали к кривой; связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
27. Производная суммы, разности, произведения и частного функции; производная сложной и обратной функции; производные основных элементарных функций.
 28. Дифференциал функции: понятие дифференциала функции; геометрический смысл дифференциала функции; основные теоремы о дифференциалах.
 29. Исследование функций при помощи производных: теоремы о дифференцируемых функциях; возрастание и убывание функций; максимум и минимум функций; наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке; выпуклость графика функции; точки перегиба; асимптоты графика функции; общая схема исследования функции и построения графика.
 30. Формула Тейлора: формула Тейлора для многочлена; формула Тейлора для произвольной функции.
 31. Понятие и представления комплексных чисел: основные понятия; геометрическое изображение комплексных чисел; формы записи комплексных чисел.
 32. Действия над комплексными числами: сложение комплексных чисел; вычитание комплексных чисел; умножение комплексных чисел; деление комплексных чисел; извлечение корней из комплексных чисел.

Оценка «отлично» выставляется студенту, если студент свободно ориентируется в теоретическом материале; умеет изложить и корректно оценить различные подходы к излагаемому материалу, способен сформулировать и доказать собственную точку зрения; обнаруживает свободное владение понятийным аппаратом; демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности и освоение показателей формируемых компетенций;

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если студент хорошо ориентируется в теоретическом материале; имеет представление об основных подходах к излагаемому материалу; знает определения основных теоретических понятий излагаемой темы, в основном демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности;

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если студент может ориентироваться в теоретическом материале; в целом имеет представление об основных понятиях излагаемой темы, частично демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности;

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если студент не ориентируется в теоретическом материале; не сформировано представление об основных понятиях излагаемой темы, не демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности и освоение показателей формируемых компетенций.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра прикладной математики, информатики, физики и методики их преподавания

Темы рефератов и докладов по дисциплине «Математика»

1. Связь математики с другими науками.
2. Понятие вещественного числа.
3. История появления комплексных чисел.
4. Математические головоломки и игры: сущность, значение и виды.
5. Основополагающие концепции математической статистики.
6. Построение графиков функций средствами информационных технологий.
7. Решение смешанных математических задач.
8. Математик Эйлер и его научные труды.
9. Жизнь и деятельность Р. Дедекинда
10. Пьер Ферма: биография, открытия в математике.
11. Мишель Ролль: биография, научная деятельность.
12. Жизнь и деятельность И. Бернулли и Г. Лопиталья.
13. Определение экстремумов функций многих переменных.
14. Сущность аксиоматического метода.
15. Декарт и его математические труды.
16. Развитие логики и мышления на уроках математики.
17. Современные открытия в области математики.
18. Пределы и производные: сущность, значение, вычисление.

Оценка «отлично» ставится, если полностью раскрыта тема реферата/доклада, при выступлении с докладом соблюден временной регламент, отсутствуют фактические ошибки.

Оценка «хорошо» ставится, если имеются небольшие несоответствия текста реферата/доклада заявленной теме или (и) значительно превышен временной регламент.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если имеется много замечаний по содержанию реферата/доклада.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если реферат/доклад не подготовлен; доклад/реферат подготовлен, но полностью не соответствует заявленной теме.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
 ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
 ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
 «ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
 БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
 (БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра прикладной математики, ин-
 форматки, физики и
 методики их преподавания

Индивидуальные задания по дисциплине
 «Математика»

Тема «Элементы линейной алгебры»

1. Найти:

а) $A \cdot B^{-1} + C$, б) $A^{-1} \cdot C^{-1} + D^2$, в) $D^{-1} + C \cdot B^{-1}$, г) $C^2 + A \cdot D^{-1}$, д) $A^{-1} \cdot B^{-1} \cdot C^{-1}$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 6 & -2 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}; D = \begin{pmatrix} 7 & -4 & -2 \\ -2 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}.$$

2. Решить систему по формулам Крамера

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 21 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 9 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 10 \end{cases}.$$

3. Пользуясь методом Гаусса, решить систему уравнений

$$\begin{cases} 3x_2 + 4x_3 = 21 \\ 3x_1 + 4x_2 = 9 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 10 \end{cases}.$$

4. Пользуясь матричным методом, решить систему уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = 2 \end{cases}.$$

5. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 1, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 0; \end{cases}$$

6. Решить системы уравнений:

$$\text{a. } \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 + 34x_4 - 5x_5 = 0. \end{cases}$$

$$\text{b. } \begin{cases} x_1 + x_2 + 10x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 5x_1 - x_2 + 8x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 - 12x_3 - 4x_4 + 4x_5 = 0. \end{cases}$$

$$\text{c. } \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 10x_2 - 3x_3 - 2x_4 - x_5 = 0, \\ 4x_1 + 19x_2 - 4x_3 - 5x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

$$\text{d. } \begin{cases} 12x_1 - x_2 + 7x_3 + 11x_4 - x_5 = 0, \\ 24x_1 - 2x_2 + 14x_3 + 22x_4 - 2x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 0. \end{cases}$$

$$\text{e. } \begin{cases} 8x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 - 2x_3 + x_4 - 3x_5 = 0, \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 5x_5 = 0. \end{cases}$$

$$\text{f. } \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 - 3x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + 6x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 16x_2 - 6x_3 + 6x_4 + 7x_5 = 0. \end{cases}$$

$$\text{g. } \begin{cases} 7x_1 - 14x_2 + 3x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 + 7x_5 = 0, \\ 5x_1 - 10x_2 + x_3 + 5x_4 - 13x_5 = 0. \end{cases}$$

$$\text{h. } \begin{cases} 7x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$$

$$\text{i. } \begin{cases} 6x_1 - 9x_2 + 21x_3 - 3x_4 - 12x_5 = 0, \\ -4x_1 + 6x_2 - 14x_3 + 2x_4 + 8x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - x_4 - 4x_5 = 0. \end{cases}$$

$$\text{j. } \begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + 9x_3 - 4x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 2x_4 - 5x_5 = 0, \\ 6x_1 + 2x_2 + 11x_3 - 2x_4 - 6x_5 = 0. \end{cases}$$

$$\text{k. } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 + 3x_2 - 3x_3 + 6x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

$$\text{l. } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

$$\text{m. } \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + 12x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 - 10x_4 + x_5 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_4 = 0. \end{cases}$$

$$\text{n. } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 6x_3 - 4x_4 + x_5 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

7. Решить систему уравнений методом Крамера

$$\text{a. } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8 \end{cases}$$

$$\text{b. } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 1 \\ 4x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 4 \end{cases}$$

$$\text{c. } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

$$\text{d. } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3 \\ 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 4 \end{cases}$$

$$\text{e. } \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 6 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 2 \\ x_1 + 7x_2 - 6x_3 = 1 \end{cases}$$

$$\text{f. } \begin{cases} 5x_1 + 8x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 - 2x_2 + 6x_3 = -7 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -5 \end{cases}$$

$$\text{g. } \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 1 \\ 2x_1 + 6x_2 - 3x_3 = 0 \\ 4x_1 + 8x_2 = 2 \end{cases}$$

$$\text{h. } \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -7 \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 = -1 \\ x_1 - 4x_2 = -5 \end{cases}$$

$$\begin{array}{ll}
 \text{i.} & \begin{cases} 6x_1 - 2x_2 + x_3 = 3 \\ x_2 - 3x_3 = 4 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 6 \end{cases} & \text{l.} & \begin{cases} -x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ -2x_1 + x_2 - 6x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 4 \end{cases} \\
 \text{j.} & \begin{cases} 2x_1 - 7x_2 + x_3 = -4 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 17 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = 3 \end{cases} & \text{m.} & \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 4 \\ 3x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 5 \end{cases} \\
 \text{k.} & \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 = -3 \end{cases} & \text{n.} & \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \\ 2x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 4 \\ 3x_1 - 3x_2 + 6x_3 = 3 \end{cases}
 \end{array}$$

Тема «Элементы векторной алгебры»

1. Написать разложение вектора x по векторам p, q, r .

$$x = \{-2, 4, 7\}, \quad x = \{6, 12, -1\}, \quad x = \{1, -4, 4\}, \quad x = \{-9, 5, 5\}, \quad x = \{-5, -5, 5\},$$

$$\begin{array}{lllll}
 1. & p = \{0, 1, 2\}, & 2. & p = \{1, 3, 0\}, & 3. & p = \{2, 1, -1\}, & 4. & p = \{4, 1, 1\}, & 5. & p = \{-2, 0, 1\}, \\
 & q = \{1, 0, 1\}, & & q = \{2, -1, 1\}, & & q = \{0, 3, 2\}, & & q = \{2, 0, -3\}, & & q = \{1, 3, -1\}, \\
 & r = \{-1, 2, 4\}. & & r = \{0, -1, 2\}. & & r = \{1, -1, 1\}. & & r = \{-1, 2, 1\}. & & r = \{0, 4, 1\}.
 \end{array}$$

$$x = \{13, 2, 7\}, \quad x = \{-19, -1, 7\}, \quad x = \{3, -3, 4\}, \quad x = \{3, 3, -1\}, \quad x = \{-1, 7, -4\},$$

$$\begin{array}{lllll}
 6. & p = \{5, 1, 0\}, & 7. & p = \{0, 1, 1\}, & 8. & p = \{1, 0, 2\}, & 9. & p = \{3, 1, 0\}, & 10. & p = \{-1, 2, 1\}, \\
 & q = \{2, -1, 3\}, & & q = \{-2, 0, 1\}, & & q = \{0, 1, 1\}, & & q = \{-1, 2, 1\}, & & q = \{2, 0, 3\}, \\
 & r = \{1, 0, -1\}. & & r = \{3, 1, 0\}. & & r = \{2, -1, 4\}. & & r = \{-1, 0, 2\}. & & r = \{1, 1, -1\}.
 \end{array}$$

$$x = \{6, 5, -14\}, \quad x = \{6, -1, 7\}, \quad x = \{5, 15, 0\}, \quad x = \{2, -1, 11\},$$

$$\begin{array}{lllll}
 11. & p = \{1, 1, 4\}, & 12. & p = \{1, -2, 0\}, & 13. & p = \{1, 0, 5\}, & 14. & p = \{1, 1, 0\}, & 15. & \\
 & q = \{0, -3, 2\}, & & q = \{-1, 1, 3\}, & & q = \{-1, 3, 2\}, & & q = \{0, 1, -2\}, & & \\
 & r = \{2, 1, -1\}. & & r = \{1, 0, 4\}. & & r = \{0, -1, 1\}. & & r = \{1, 0, 3\}. & &
 \end{array}$$

$$x = \{11, 5, -3\},$$

$$p = \{1, 0, 2\},$$

$$q = \{-1, 0, 1\},$$

$$r = \{2, 5, -3\}.$$

2. Найти косинус угла между векторами \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AC} .

$$A(1, -2, 3), \quad A(0, -3, 6), \quad A(3, 3, -1), \quad A(1, -2, 3), \quad A(-4, -20), \quad A(5, 3, -1),$$

$$\begin{array}{llllll}
 1. & B(0, -1, 2), & 2. & B(-12, -3, -3), & 3. & B(5, 5, -2), & 4. & B(0, -1, 2), & 5. & B(-1, -2, 4), & 6. & B(5, 2, 0), \\
 & C(3, -4, 5). & & C(-9, -3, -6). & & C(4, 1, 1). & & C(3, -4, 5). & & C(3, -2, 1). & & C(6, 4, -1).
 \end{array}$$

$$A(-3, -7, -5), \quad A(2, -4, 6), \quad A(0, 1, -2), \quad A(3, 3, -1), \quad A(2, 1, -1),$$

$$\begin{array}{llllll}
 7. & B(0, -1, -2), & 8. & B(0, -2, 4), & 9. & B(3, 1, 2), & 10. & B(1, 5, -2), & 11. & B(6, -1, -4), & 12. & \\
 & C(2, 3, 0). & & C(6, -8, 10). & & C(4, 1, 1). & & C(4, 1, 1). & & C(4, 2, 1). & &
 \end{array}$$

$$A(-1, -2, 1),$$

$$B(-4, -2, 5),$$

$$C(-8, -2, 2).$$

- $A(6,2,-3)$, $A(0,0,4)$, $A(2,-8,-1)$,
 13. $B(6,3,-2)$, 14. $B(-3,-6,1)$, 15. $B(4,-6,0)$,
 $C(7,3,-3)$. $C(-5,-10,-1)$. $C(-2,-5,-1)$.

3. Найти угол между векторами \vec{a} и \vec{b}
1. $\vec{a}=(1;1;0)$ и $\vec{b}=(1;1;1)$;
 2. $\vec{a}=(1;0;1)$ и $\vec{b}=(1;1;1)$;
 3. $\vec{a}=(0;1;1)$ и $\vec{b}=(1;1;1)$;
 4. $\vec{a}=(1;1;1)$ и $\vec{b}=(1;0;1)$;
 5. $\vec{a}=(1;1;2)$ и $\vec{b}=(1;0;1)$;
 6. $\vec{a}=(1;2;0)$ и $\vec{b}=(1;1;0)$;
 7. $\vec{a}=(1;2;1)$ и $\vec{b}=(1;1;1)$;
 8. $\vec{a}=(2;1;1)$ и $\vec{b}=(2;1;1)$;
 9. $\vec{a}=(2;2;1)$ и $\vec{b}=(1;1;2)$;
 10. $\vec{a}=(2;2;1)$ и $\vec{b}=(2;1;1)$;
 11. $\vec{a}=(2;2;1)$ и $\vec{b}=(1;2;1)$;
 12. $\vec{a}=(2;2;1)$ и $\vec{b}=(1;1;2)$;
 13. $\vec{a}=(2;2;2)$ и $\vec{b}=(1;1;2)$;
 14. $\vec{a}=(2;2;2)$ и $\vec{b}=(1;2;1)$;
 15. $\vec{a}=(2;2;2)$ и $\vec{b}=(2;1;1)$;
 16. $\vec{a}=(2;0;2)$ и $\vec{b}=(2;1;1)$;
 17. $\vec{a}=(2;2;0)$ и $\vec{b}=(2;1;1)$;
 18. $\vec{a}=(0;2;2)$ и $\vec{b}=(1;2;1)$;
 19. $\vec{a}=(0;2;2)$ и $\vec{b}=(1;1;2)$;
 20. $\vec{a}=(2;0;2)$ и $\vec{b}=(1;1;1)$;

Тема «Аналитическая геометрия на плоскости»

1. Написать канонические уравнения прямой.

- a. $2x + y + z - 2 = 0, 2x - y - 3z + 6 = 0$;
- b. $x - 3y + 2z + 2 = 0, x + 3y + z + 14 = 0$;
- c. $x - 2y + z - 4 = 0, 2x + 2y - z - 8 = 0$;
- d. $x + y + z - 2 = 0, x - y - 2z + 2 = 0$;
- e. $2x + 3y + z + 6 = 0, x - 3y - 2z + 3 = 0$;
- f. $3x + y - z - 6 = 0, 3x - y + 2z = 0$;
- g. $x + 5y + 2z + 11 = 0, x - y - z - 1 = 0$;
- h. $3x + 4y - 2z + 1 = 0, 2x - 4y + 3z + 4 = 0$;
- i. $5x + y - 3z + 4 = 0, x - y + 2z + 2 = 0$;
- j. $x - y - z - 2 = 0, x - 2y + z + 4 = 0$;
- k. $4x + y - 3z + 2 = 0, 2x - y + z - 8 = 0$;
- l. $3x + 3y - 2z - 1 = 0, 2x - 3y + z + 6 = 0$;
- m. $6x - 7y - 4z - 2 = 0, x + 7y - z - 5 = 0$;
- n. $8x - y - 3z - 1 = 0, x + y + z + 10 = 0$;
- o. $6x - 5y - 4z + 8 = 0, 6x + 5y + 3z + 4 = 0$.

Тема «Введение в анализ»

Действительные числа

1. Дано два множества $A = \{2, 3, 5, 6, 7\}$ и $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Является ли множество A подмножеством множества B ?
2. Какими должны быть два конечных множества, чтобы между ними можно было установить взаимно однозначное соответствие?
3. Даны два множества A – множество, состоящее из десяти стульев, и B – множество, состоящее из 10 студентов. Можно ли сказать, что $A=B$? Можно ли установить между этими множествами взаимно однозначное соответствие?
4. Обладает ли свойством плотности множество целых чисел?

5. Доказать, что число $\sqrt{3}$ не является рациональным.
6. Доказать, что уравнение $x^2 - 2 = 0$ не имеет рациональных корней.
7. Доказать, что среди положительных рациональных чисел, квадрат которых больше двух, нет наименьшего.
8. Доказать, что множество, ограниченное снизу, имеет точную нижнюю грань.
9. Доказать, что число 0 является точной нижней границей множества всех положительных правильных дробей.
10. Определить, какие из нижеследующих бесконечных десятичных дробей выражают рациональные числа, какие – иррациональные, и записать рациональные числа в ряде обыкновенных дробей: а) 2,(32); б) 3,52(375); в) 1,37(9); г) 1,212012001...
11. Указать какие-нибудь два иррациональных числа, сумма которых рациональна.
12. Доказать, что между двумя различными вещественными числами содержатся как рациональные, так и иррациональные числа.
13. Доказать, что множество чисел вида $\frac{n^2}{n^2 + 4}$, где n пробегает все натуральные значения, ограничено. Найти точные нижнюю и верхнюю грани этого множества.
14. Доказать, что множество M чисел вида $a_n = \left\{ \left[1 + (-1)^n \right] \cdot n + \frac{1 - (-1)^n}{n} \right\}$ не ограничено сверху, но ограничено снизу. Найти $\inf M$.

Функции одной переменной

2. Найти области определения функций:

- a. $f(x) = x^3 + 5 \cdot x^2 - 5 \cdot x + 1$;
- b. $f(x) = \frac{2 \cdot x + 1}{x^2 - 3 \cdot x + 2}$;
- c. $f(x) = \lg \sin(x - 3) + \sqrt{16 - x^2}$;
- d. $f(x) = 1 + x + \sqrt{x^2 - 9}$;
- e. $f(x) = \arccos \frac{2 \cdot x - 5}{3} + \lg 2^x$;
- f. $f(x) = \frac{|x| + 1}{x}$;
- g. $f(x) = (x - 3) \cdot \sqrt{\frac{x - 2}{x + 1}}$;
- h. $f(x) = \sqrt{E(x) - x} + 2 \cdot x$.

3. Установить, какие из данных функций $f(x)$ являются четными, а какие нечетными:

- a. $f(x) = x^3 + 3 \cdot x^4 - 5 \cdot x^6$;
- b. $f(x) = x - x^3$;
- c. $f(x) = a^x + a^{-x}$;
- d. $f(x) = \lg \frac{1 + x}{1 - x}$;

e. $f(x) = \frac{|x|}{x}$;

f. $f(x) = 3^x - 1$.

4. Определить, какие из функций являются периодическими, и установить их наименьший положительный период:

a. $f(x) = \sin x + \operatorname{tg} \frac{x}{2}$;

b. $f(x) = \cos^2 x$;

c. $f(x) = \cos x^2$;

d. $f(x) = \sqrt{\operatorname{tg} x}$;

e. $f(x) = \sin 2 \cdot x$;

f. $f(x) = A \cdot \sin \lambda x + B \cos \lambda x (\lambda > 0)$.

5. Для заданных функций найти обратные. Построить графики тех и других функций, используя свойства обратных функций:

a. $f(x) = 2 \cdot x$;

b. $f(x) = x^2 - 2$;

c. $f(x) = \frac{1}{2-x}$;

d. $f(x) = \frac{1}{x}$;

e. $f(x) = 2^x - 1$;

f. $f(x) = \log_5 x$.

Теория пределов

1. Вычислить пределы числовых последовательностей:

a. $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 1})$;

b. $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n(n-2)} - \sqrt{n^2 - 3})$;

c. $\lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt[3]{n^3 - 5})n\sqrt{n}$;

d. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{(n^2 + 1)(n^2 - 4)} - \sqrt{n^4 - 9})$;

e. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^5 - 8} - n\sqrt{n(n^2 + 5)}}{\sqrt{n}}$;

f. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 - 6n + 7}{3n^2 + 20n - 1} \right)^{-n+1}$;

g. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-10}{n+1} \right)^{3n+1}$.

2. Доказать:

a. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x + 3} = -7$;

d. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2 - 14x + 6}{x - 3} = 10$;

g. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{x - 2} = 7$;

b. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x - 1} = 6$;

e. $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{6x^2 - x - 1}{x - 1/2} = -5$;

h. $\lim_{x \rightarrow -1/3} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x + 1/3} = -4$;

$$\text{c. } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 5x - 2}{x + 2} = -7; \quad \text{f. } \lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{6x^2 - x - 1}{x - 1/2} = 5; \quad \text{i. } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{7x^2 + 8x + 1}{x + 1} = -6$$

3. Вычислить пределы функций:

$$\begin{array}{lll} \text{a. } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}; & \text{i. } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 - x - 2}; & \text{q. } \lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x} - 2}{\sqrt{x} - 4}; \\ \text{b. } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x + x^2}; & \text{j. } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}; & \text{r. } \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9 + 2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2}; \\ \text{c. } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 + 3x + 2)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}; & \text{k. } \lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1 - x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}; & \text{s. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - 2x + x^2} - (1 + x)}{x}; \\ \text{d. } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x^2 - x - 1)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}; & \text{l. } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1 + 2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}; & \text{t. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8 + 3x + x^2} - 2}{x + x^2}; \\ \text{e. } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2 + 2x - 3)^2}{x^3 + 4x^2 + 3x}; & \text{m. } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt[3]{x^2} - 1}; & \text{u. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27 + x} - \sqrt[3]{27 - x}}{x + 2\sqrt[3]{x^4}}; \\ \text{f. } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}; & \text{n. } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x + 13} - 2\sqrt{x + 1}}{x^2 - 9}; & \text{v. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin 4(x - \pi)}; \\ \text{g. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + x^3) - (1 + 3x)}{x + x^5}; & \text{o. } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x - 6} + 2}{x^3 + 8}; & \text{w. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 10(x + \pi)}{e^{x^2} - 1}; \\ \text{h. } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - x - 1}; & \text{p. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\cos 7x - \cos 3x}; & \text{x. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\text{tg}(\pi(2 + x))}; \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{y. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\text{tg}(2\pi(x + 1/2))}; & \text{hh. } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\ln x}; & \text{qq. } \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\text{tg} 3x}{\text{tg} x}; \\ \text{z. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{\sqrt{2 + x} - \sqrt{2}}; & \text{ii. } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{\ln x}; & \text{rr. } \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x - \text{tg}^2 x}{(x - \pi)^4}; \\ \text{aa. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{4x^2}; & \text{jj. } \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos 3x}{\sin^2 7x}; & \text{ss. } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{\text{tg} \pi x}; \\ \text{bb. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{x+1} - 2}{\ln(1 + 4x)}; & \text{kk. } \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1 - \sin 2x}{(\pi - 4x)^2}; & \text{tt. } \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{\sin^2 x}; \\ \text{cc. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg 2x}{\sin(2\pi(x + 10))}; & \text{ll. } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \pi x}{\text{tg}^2 \pi x}; & \text{uu. } \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\sin 7x - \sin 3x}{e^{x^2} = e^{4\pi^2}}; \\ \text{dd. } \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3x - 1}{x + 1} \right)^{1/(\sqrt[3]{x} - 1)}; & \text{mm. } \lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{\sin x}{\sin a} \right)^{1/(x - a)}; & \text{vv. } \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x - 1}{x} \right)^{1/(\sqrt[3]{x} - 1)}; \\ \text{ee. } \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x - 1}{x} \right)^{1/(\sqrt[3]{x} - 1)}; & \text{nn. } \lim_{x \rightarrow 8} \left(\frac{2x - 7}{x + 1} \right)^{1/(\sqrt[3]{x} - 2)}; & \text{ww. } \lim_{x \rightarrow a} (2 - x/a)^{\text{tg} \frac{\pi x}{2a}}; \\ \text{ff. } \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{\cos x}{\cos 2} \right)^{1/(x - 2)}; & \text{oo. } \lim_{x \rightarrow \pi/4} (\text{tg} x)^{1/(\cos(3\pi/4 - x))}; & \text{xx. } \lim_{x \rightarrow 2\pi} (\cos x)^{\text{ctg} 2x/\sin 3x}; \\ \text{gg. } \lim_{x \rightarrow 2\pi} (\cos x)^{1/\sin^2 2x}; & \text{pp. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 5x}{\sin 3x}; & \end{array}$$

Непрерывность и разрывы функции

Доказать, что функция $f(x)$ непрерывна в точке x_0 :

- | | | |
|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| a. $f(x) = 5x^2 - 1, x_0 = 6.$ | i. $f(x) = -5x^2 - 8, x_0 = 2.$ | q. $f(x) = 3x^2 - 2, x_0 = 5.$ |
| b. $f(x) = 4x^2 - 2, x_0 = 5.$ | j. $f(x) = -5x^2 - 9, x_0 = 3.$ | r. $f(x) = 2x^2 - 3, x_0 = 4.$ |
| c. $f(x) = 3x^2 - 3, x_0 = 4.$ | k. $f(x) = -4x^2 + 9, x_0 = 4.$ | s. $f(x) = -2x^2 - 4, x_0 = 3.$ |
| d. $f(x) = 2x^2 - 4, x_0 = 3.$ | l. $f(x) = -3x^2 + 8, x_0 = 5.$ | t. $f(x) = 5x^2 + 3, x_0 = 8.$ |
| e. $f(x) = -2x^2 - 5, x_0 = 2.$ | m. $f(x) = -2x^2 + 7, x_0 = 6.$ | u. $f(x) = -3x^2 - 5, x_0 = 2.$ |
| f. $f(x) = -3x^2 - 6, x_0 = 1.$ | n. $f(x) = 2x^2 + 6, x_0 = 7.$ | v. $f(x) = -4x^2 - 6, x_0 = 1.$ |
| g. $f(x) = -4x^2 - 7, x_0 = 1.$ | o. $f(x) = 3x^2 + 5, x_0 = 8.$ | w. $f(x) = -5x^2 - 7, x_0 = 1.$ |
| h. $f(x) = 5x^2 + 1, x_0 = 7.$ | p. $f(x) = 4x^2 + 4, x_0 = 9.$ | x. $f(x) = -4x^2 - 8, x_0 = 2.$ |
| | | y. $f(x) = 4x^2 - 1, x_0 = 6.$ |

Производная и дифференциал, Основные теоремы дифференциального исчисления

1. Найти производную:

- | | | |
|--|---|--|
| a. $y = \frac{(2x^2 - 1)\sqrt{1+x^2}}{3x^3};$ | h. $y = \frac{(x^2 - 8)\sqrt{x^2 - 8}}{6x^3};$ | n. $y = \log_4 \log_2 \operatorname{tg} x;$ |
| b. $y = \frac{2x^2 - x - 1}{3\sqrt{2+4x}};$ | i. $y = \sqrt[3]{\frac{(1+x^{3/4})^2}{x^{3/2}}};$ | o. $y = \frac{(1+x)\operatorname{arctg} \sqrt{x} - \sqrt{x}}{x};$ |
| c. $y = \frac{(1+x^8)\sqrt{1+x^8}}{12x^{12}};$ | j. $y = \frac{4+3x^3}{x^3\sqrt{(2+x^3)^2}};$ | p. $y = \ln \cos \frac{2x+3}{x+1};$ |
| d. $y = \frac{x^2}{2\sqrt{1-3x^4}};$ | k. $y = \ln^4 \sqrt[4]{\frac{1+2x}{1-2x}};$ | q. $y = \operatorname{arctg} x + \frac{5}{6} \ln \frac{x^2+1}{x^2+4};$ |
| e. $y = \frac{(x^2-6)\sqrt{(4+x^2)^3}}{120x^5};$ | l. $y = \ln \sin \frac{2x+4}{x+1};$ | r. $y = \arcsin \frac{x-2}{(x-1)\sqrt{2}};$ |
| f. $y = \frac{x^4 - 8x^2}{2(x^2 - 4)};$ | m. $y = \log_{16} \log_5 \operatorname{tg} x;$ | s. $y = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1-x}}{1-\sqrt{x}};$ |
| g. $y = \lg \ln(\operatorname{ctg} x);$ | | |
| t. $y = x + \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \frac{x-\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}} + a^{\pi\sqrt{2}};$ | | |

u. $y = x(\cos \ln x + \sin \ln x)/2;$

v. $y = \frac{2\sqrt{1-x} \arcsin \sqrt{x}}{x} + \frac{2}{\sqrt{x}};$

w. $y = \frac{2x-5}{4} \sqrt{5x-4-x^2} + \frac{9}{4} \arcsin \sqrt{\frac{x-1}{3}};$

x. $y = \sqrt{1-x^2} - x \arcsin \sqrt{1-x^2};$

y. $y = \sqrt{x} + \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \sqrt{x} + \frac{8}{3} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{x}}{2}.$

2. Найти стационарные точки функции с помощью производной первого порядка:

a. Найдите количество точек экстремума функции $y = \frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{8x^3};$

b. Найдите точку минимума функции $y = (x-1)2^{\sqrt{x}};$

c. Найти количество точек экстремумов функции $y = \frac{7x^3 - 3x^2 + 9}{5x^3};$

d. Найдите количество точек экстремума функции $y = \frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{8x^3};$

e. 13. Найдите количество точек экстремумов функции $y = \frac{7x^3 - 3x^2 + 9}{5x^3};$

3. Найти дифференциал $dy:$

a. $y = x \arcsin(1/x) + \ln|x + \sqrt{x^2 - 1}|, \quad x > 0;$

b. $y = \operatorname{tg}(2 \arccos \sqrt{1 - 2x^2}), \quad x > 0;$

c. $y = \sqrt{1 + 2x} - \ln|x + \sqrt{1 + 2x}|;$

d. $y = x^2 \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x^2 - 1};$

e. $y = \arccos(1/\sqrt{1 + 2x^2}), \quad x > 0;$

f. $y = x \ln|x + \sqrt{x^2 + 3}| - \sqrt{x^2 + 3};$

g. $y = \operatorname{arctg}(\operatorname{sh} x) + (\operatorname{sh} x) \operatorname{lnch} x;$

h. $y = \arccos((x^2 - 1)/(x^2 \sqrt{2}));$

i. $y = \ln(\cos^2 x + \sqrt{1 + \cos^4 x});$

j. $y = \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) - \sqrt{1 + x^2} \operatorname{arctg} x;$

k. $y = \frac{\ln|x|}{1 + x^2} - \frac{1}{2} \ln \frac{x^2}{1 + x^2};$

Исследование функций с помощью производных

1. Найти асимптоты функций.

a. $y = \frac{17 - x^2}{4x - 5}$;

e. $y = \frac{4x^3 + 3x^2 - 8x - 2}{2 - 3x^2}$;

h. $y = \frac{x^3 - 5x}{5 - 3x^2}$;

b. $y = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{4x^2 - 3}}$;

f. $y = \frac{x^2 - 3}{\sqrt{3x^2 - 2}}$;

i. $y = \frac{2x^3 + 2x^2 - 3x - 1}{2 - 4x^2}$;

c. $y = \frac{x^3 - 4x}{3x^2 - 4}$;

g. $y = \frac{2x^2 - 6}{x - 2}$;

j. $y = \frac{x^2 - 6x + 4}{3x - 2}$.

d. $y = \frac{4x^2 + 9}{4x + 8}$;

2. Провести полное исследование функций и построить их график.

a. $y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$;

d. $y = \frac{4x^2}{3 + x^2}$;

g. $y = \frac{4 - x^3}{x^2}$;

b. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$;

e. $y = \frac{12x}{9 + x^2}$;

h. $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 4}$;

c. $y = \frac{2}{x^2 + 2x}$;

f. $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$;

i. $y = \frac{(x - 4)^2}{x^2}$;

k. $y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2$;

m. $y = \frac{x^2}{(x - 4)^2}$;

j. $y = \frac{12 - 3x^2}{x^2 + 12}$;

l. $y = \frac{-8x}{x^2 + 4}$;

n. $y = \frac{9 + 6x - 3x^2}{x^2 - 2x + 13}$.

Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

1. Найти производные по x и y функции $z = z(x, y)$, неявно заданной в окрестности точки $(2; 4; 2)$ уравнением $x^2 \cdot y + y^4 \cdot z^2 + x \cdot z^3 = 16$.

2. Найти дифференциал функции $z = \sin(x \cdot y \cdot z^2)^3$.

3. Найти дифференциал функции $z = x \cdot y^2 \cdot x + y^3 \cdot z^2$.

4. Найти частные производные функции $z(x, y) = \frac{x^2 + 3 \cdot y^2}{xy}$ по переменным

x и y .

5. Найти область определения функции двух переменных $z(x, y) = \ln(x \cdot y^2 + 4)$.

6. Найти частные производные первого порядка функции:

a. $z = \sin \sqrt{\frac{y}{x^3}}$;

b. $z = \arctg(x \cdot \sqrt{y})$;

c. $z = e^{(\cos y - x \sin y)}$;

d. $z = \frac{y \cdot \sin 2y}{\sqrt[3]{x^2}}$.

7. Найти $y(x)$, если $x \cdot \sin y - \cos y + \cos 2y = 0$;
8. Найти приближенное представление неявно заданной функции уравнением $x^2 - 3 \cdot x \cdot y + y^2 = 1$ в окрестности точки $(3; 1)$ до второго порядка включительно.
9. Для функции $z = z(x, y)$, заданной неявно уравнением $x^2 + y^2 - z^2 - x \cdot y + 3 \cdot z - 2 = 0$ в окрестности точки $M_0(4; 0; 1)$, найти $d^2 z(4; 0)$.
10. Разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $(0; 1; 0)$ до членов первого порядка включительно функцию $z = z(x, y, t)$, заданную неявно уравнением $\sin z + (x^2 y - e^z) \cdot \ln(y - x + t) = 0$ в окрестности точки $M_0(0; 1; 0; 0)$.

Тема «Комплексные числа»

1. Вычислить: $\frac{5}{1+2i}; \frac{2i-3}{1+i}; -\frac{2i}{5-i}; \frac{2-3i}{5+2i}$
2. Выполнить действия: $\frac{(1+2i)(2+i)}{3-2i}; \frac{2+3i}{(4+i)(2-2i)}; \frac{(3+2i)(2-i)}{(2+3i)(1+i)}; \frac{1-3i}{i-2} + \frac{4i+1}{3i-1}$
3. Решить уравнения: $x^2 + 2x + 2 = 0; x^2 + 6x + 34 = 0; x^2 + 4x + 29 = 0; 4x^2 - 8x + 13 = 0$.
4. Представьте числа $z_1 = -2 + 2i\sqrt{3}, z_2 = -\sqrt{3} - i$ в тригонометрической форме и найдите $\frac{z_1}{z_2}$ и $z_1 \cdot z_2$.
5. Представьте числа $z_1 = 1 + i$ и $z_2 = 1 - i\sqrt{3}$ в показательной форме.
6. Представьте числа $z_1 = -1 - i, z_2 = \sqrt{2} - \sqrt{2}i$ в тригонометрической форме и найдите $\frac{z_1}{z_2}$ и $z_1 \cdot z_2$.
7. Представьте числа $z_1 = \sqrt{3} + i$ и $z_2 = 2 - 2i$ в показательной форме.
8. Представьте числа $z_1 = -3 + 3i, z_2 = 1 - i\sqrt{3}$ в тригонометрической форме и найдите $\frac{z_1}{z_2}$ и $z_1 \cdot z_2$.
9. Представьте числа $z_1 = \sqrt{3} + i$ и $z_2 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ в показательной форме.
10. Представьте числа $z_1 = 2\sqrt{2} - 2i\sqrt{6}, z_2 = 1 + i$ в тригонометрической форме и найдите $\frac{z_1}{z_2}$ и $z_1 \cdot z_2$.
11. Представьте числа $z_1 = \sqrt{3} + i$ и $z_2 = 3 + i\sqrt{3}$ в показательной форме.

Оценка «отлично» ставится, если задание полностью выполнено, правильно и аккуратно оформлено, правильно отобран теоретический материал, грамотно сформулированы необходимые аргументы и сделаны соответствующие выводы.

Оценка «хорошо» ставится, если имеются небольшие несоответствия, недочеты в оформлении, выполненное задание соответствует не всем предъявляемым к ней требованиям.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если имеется много замечаний по содержанию выполненного задания, оформление задания соответствует не всем предъявляемым к нему требованиям.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если задание не выполнено; задание выполнено, но полностью не соответствует предъявляемым требованиям.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
 ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
 ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
 «ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
 БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
 (БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра прикладной математики, ин-
 форматика, физики и
 методики их преподавания

Контрольная работа
 по дисциплине «Математика»

Вариант №1

1. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 + 34x_4 - 5x_5 = 0. \end{cases}$$

2. Найти указанные пределы:

a. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{3x^2 + 10x + 3}$;

b. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x - 1}{3x^2 + x - 5}$;

c. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7x + 4}{3x^3 - 5x + 1}$;

d. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4 - 2x}{1 - 2x} \right)^{x+1}$;

e. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{5x^2}$.

3. Провести полное исследование функций и построить их график:

a. $y = \frac{17 - x^2}{4x - 5}$;

b. $y = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{4x^2 - 3}}$;

c. $y = \frac{2x^3 + 2x^2 - 3x - 1}{2 - 4x^2}$.

Оценка «отлично» выставляется студенту, если правильно выполнено более 90% заданий;

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если правильно выполнено более 70% заданий;

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если правильно выполнено более 50% заданий;

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если правильно выполнено менее 50% заданий.