

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
Системы компьютерной математики

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Приступая к изучению учебной дисциплины, прежде всего обучающиеся должны ознакомиться с учебной программой дисциплины. Электронный вариант рабочей программы размещён на сайте БФ ВГУ.

Обучающиеся должны иметь четкое представление о:

- перечне и содержании компетенций, на формирование которых направлена дисциплина;
- основных целях и задачах дисциплины;
- планируемых результатах, представленных в виде знаний, умений и навыков, которые должны быть сформированы в процессе изучения дисциплины;
- количестве часов, предусмотренных учебным планом на изучение дисциплины, форму промежуточной аттестации;
- количестве часов, отведенных на контактную и самостоятельную работу;
- формах контактной и самостоятельной работы;
- структуре дисциплины, основных разделах и темах;
- системе оценивания ваших учебных достижений;
- учебно-методическом и информационном обеспечении дисциплины.

Знание основных положений, отраженных в рабочей программе дисциплины, поможет обучающимся ориентироваться в изучаемом курсе, осознавать место и роль изучаемой дисциплины, строить свою работу в соответствии с требованиями, заложенными в программе.

Основными формами контактной работы по дисциплине являются лекции и лабораторные работы, посещение которых обязательно для всех студентов.

В ходе лекционных занятий следует не только слушать излагаемый материал и кратко его конспектировать, но очень важно участвовать в анализе примеров, предлагаемых преподавателем, в рассмотрении и решении проблемных вопросов, выносимых на обсуждение. Необходимо критически осмысливать предлагаемый материал, задавать вопросы как уточняющего характера, помогающие уяснить отдельные излагаемые положения, так и вопросы продуктивного типа, направленные на расширение и углубление сведений по изучаемой теме, на выявление недостаточно освещенных вопросов, слабых мест в аргументации и т.п.

В ходе выполнения лабораторных работ студент выполняет задания, содержащиеся в методическом пособии дисциплины в соответствии с имеющимися указаниями. Далее студент самостоятельно выполняет индивидуальное задание.

Обязательно следует познакомиться с критериями оценивания каждой формы контроля – это поможет избежать недочетов, снижающих оценку за работу.

При подготовке к промежуточной аттестации необходимо повторить пройденный материал в соответствии с учебной программой, примерным перечнем вопросов, выносящихся на экзамен. Рекомендуется использовать конспекты лекций и источники, перечисленные в списке литературы в рабочей программе дисциплины, а также ресурсы электронно-библиотечных систем. Необходимо обратить особое внимание на темы учебных занятий, пропущенных по разным причинам. При необходимости можно обратиться за консультацией и методической помощью к преподавателю.

Методические материалы для обучающихся по освоению теоретических вопросов дисциплины

№	Тема	Рассматриваемые вопросы
1	Обзор систем компьютерной математики (СКМ)	Типовая структура и классификация СКМ. Сравнительный анализ возможностей СКМ: MatLab, Matematica, Derive, Maple V, MathCAD. Принцип работы и возможности пакета MathCAD.
2	Использование СКМ для решения	Ранжированные переменные. Использование функции IF.

	арифметических выражений и функций пользователя.	
3	Использование СКМ для решения задач матричной алгебры	Виды и типы данных в MathCAD. Строковый тип. Массивы, Вектора и Матрицы.
4	Использование СКМ для решения задач линейного программирования	Модели типовых задач линейного программирования. Технология решения задач линейного программирования функциями Maximize и Minimize.
5	Использование СКМ для решения задач теории чисел и комбинаторных задач	Особенности применения функций для нахождения наибольшего общего делителя (НОД), наименьшего общего кратного (НОК), деление с остатком (mod).
6	Использование СКМ для решения задач символьного дифференцирования и интегрирования функций одного и нескольких переменных	Решение задач символьного дифференцирования и интегрирования функций одного и нескольких переменных.

Методические материалы для обучающихся по подготовке к практическим/лабораторным занятиям

№	Тема занятия	Рассматриваемые вопросы
1	Обзор систем компьютерной математики (СКМ)	Особенности интерфейса: рабочий стол, блоки редакторов, плавающие палитры.
2	Использование СКМ для решения арифметических выражений и функций пользователя.	Ранжированные переменные. Использование функции IF.
3	Использование СКМ для построения графиков функций	Графический блок MathCAD. Шаблоны графиков. Особенности построения графиков функций в декартовых и полярных системах координат. Построение поверхностей. Мастер трехмерной графики.
4	Использование СКМ для решения задач матричной алгебры	Определение и заполнение массивов. Встроенные функции обработки массивов. Особенности решения задач матричной алгебры в среде MathCAD.
5	Использование СКМ для решения задач линейного программирования	Особенности применения функций find, miner и Isolve при решении систем линейных уравнений. Технология решения задач линейного программирования функциями Maximize и Minimize.
6	Использование СКМ для решения задач теории чисел и комбинаторных задач	Функции для решения комбинаторных задач (перестановки, размещения, сочетания).
7	Использование СКМ для решения нелинейных уравнений	Технология решение нелинейных уравнений встроенными функциями: root, polyroot, find, miner и Isolve. Возможности, особенности и области применения встроенных функций.
8	Использование СКМ для решения задач символьного	Особенности операций символьных вычислений.

	дифференцирования и интегрирования функций одного и нескольких переменных	
--	---	--

Тематика рефератов/докладов/эссе, методические рекомендации по выполнению контрольных и курсовых работ, иные материалы

Примерный перечень вопросов к экзамену по дисциплине «Системы компьютерной математики»

1. Типовая структура и классификация СКМ.
2. Сравнительный анализ возможностей СКМ: MatLab, Matematica, Derive, Maple V, MathCAD.
3. Принцип работы и возможности пакета MathCAD.
4. Особенности интерфейса: рабочий стол, блоки редакторов, плавающие палитры.
5. Особенности работы в формульном блоке.
6. Встроенные функции MathCAD.
7. Определение переменных и решение структурно сложных формул.
8. Технология определения и решения функций пользователя.
9. Ранжированные переменные. Использование функции IF.
10. Графический блок MathCAD. Шаблоны графиков.
11. Особенности построения графиков функций в декартовых и полярных системах координат.
12. Построение поверхностей. Мастер трехмерной графики.
13. Виды и типы данных в MathCAD. Строковый тип.
14. Массивы, Вектора и Матрицы. Определение и заполнение массивов.
15. Встроенные функции обработки массивов.
16. Особенности решения задач матричной алгебры в среде MathCAD.
17. Решение задач символьного дифференцирования и интегрирования функций одного и нескольких переменных.
18. Особенности операций символьных вычислений.
19. Особенности применения функций для нахождения наибольшего общего делителя (НОД), наименьшего общего кратного (НОК), деление с остатком (mod).
20. Функции для решения комбинаторных задач (перестановки, размещения, сочетания).
21. Технология решение нелинейных уравнений встроенными функциями: root, polyroot, find, miner и Isolve.
22. Возможности, особенности и области применения встроенных функций.
23. Особенности применения функций find, miner и Isolve при решении систем линейных уравнений.
24. Матричный способ решения.
25. Модели типовых задач линейного программирования.
26. Технология решения задач линейного программирования функциями Maximize и Minimize.

Типовые задания для организации индивидуальной работы по дисциплине «Системы компьютерной математики»

1. Для приближенного решения уравнения $f(x)=0$ применяется метод Ньютона, который состоит в нахождении последовательных приближений

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

Используя этот метод, найти все решения уравнений с точностью до 25 знаков после запятой:

(а) $x^3 - 13x - 7 = 0$;

(б) $4 \cos x = 0,9x$.

2. (а) Найти кубический полином $ax^3 + bx^2 + cx + d$, который имеет локальный минимум в точке $(-1; -2)$ и локальный максимум в точке $(4; 4)$. Представить график.

(б) Нарисовать график функции

$$y = \frac{x \ln x}{x^2 + x + 4}.$$

Найти экстремумы и точки перегиба.

3. Кривая $y = 3 + \cos x$ вращается вокруг оси Ox . Найти объем тела вращения на участке $0 \leq x \leq 4\pi$. Построить график поверхности.

Найти объем тела вращения как функцию от x и построить ее график при $x \in [0; 10\pi]$.

4. Построить фазовый портрет системы

$$\begin{cases} x' = 3x - y \\ y' = x + y \end{cases},$$

А также фазовый портрет системы, получающейся из данной путем поворота осей координат на угол $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$. Вывести уравнения осей координат в обоих случаях.

5. Найти разложения функции

$$y = \frac{x^4 - 15x^2 + 2x - 5}{x^2 - 6}$$

в ряд Тэйлора с 4-го по 10-й порядок в окрестности точки $x=1$. Построить график функции и всех приближений на $[-1; 2]$. Оценить погрешность каждого приближения.

6. Найти первые 10 производных функции $f(x) = \sin x \cdot \cos x$. Вычислить их в точке $x=0$.

Если данная производная положительна в $x=0$, то найти ее значение и в точке $x = \frac{\pi}{2}$.

Если значение производной в $x=0$ равно 0, то не вычислять ее в точке $x = \frac{\pi}{2}$. Если значение производной в нуле отрицательно, то не вычислять следующие производные.

7. Написать процедуру вычисления чисел Фибоначчи

$$F_1 = 1, F_2 = 1, F_{n+2} = F_{n+1} + F_n.$$

Вывести график в виде ломаной линии, соединяющей точки $(k; F_k)$ для $k = 1, \dots, n$, если $n < 20$.

8. Для уравнения $x^4 + x^2 y^2 + y^4 = 48$ найти касательную в точке $(2; 2)$. Построить на одном рисунке графики уравнения и касательной.

9. Вывести полную таблицу истинности для формулы

$$p \vee \neg q s \Rightarrow (\neg p \vee q) \neg s.$$

10. Найти значение с точностью до 0.0001 и 0.000001 ближайшего к нулю положительного корня уравнения $\sin(\cos x^3) = 0$, используя метод дихотомии.

11. Найти длину дуги кривой $y = x^3$ на отрезке $[0; 1]$ и площадь поверхности тела вращения, образованного этой кривой (вкруг оси Ox). Вычисления произвести методами Симпсона и Гаусса-Лобатто с точностью до 0.0000001.

12. На параболе $y = x^2$ найти точку, ближайшую к точке $A(3; 1)$.

13. Построить приближающие полиномы 2-й, 3-й и 4-й степеней для данных

x_i	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
y_i	1.00	1.48	1.84	2.00	1.91	1.60	1.14

Вывести графики.

14. Найти решение задачи Коши $y'' - y' - 6y = 2\cos 3t$, $(0; 2; -1)$. Вывести графики приближенного и точного решений (использовать Maple для нахождения точного решения).

15. Найти значение суммы $\sum_{n,k=1}^{\infty} \frac{n+k}{n^2+k^2}$ с точностью до 0.000001.

16. Найти решение системы уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ -x^2 + y = 1 \end{cases}$ с точностью до 0.000001.

Методические указания для проведения лабораторных работ по дисциплине «Системы компьютерной математики»

Запуск приложения MathCad

Есть два способа запуска:

1. Если присутствует значок **MathCad** на рабочем столе Windows.
Один щелчок по значку, чтобы его выделить, двойной щелчок, чтобы запустить приложение.
2. Если отсутствует значок **MathCad** на рабочем столе Windows.
Кнопка **Пуск** и далее \rightarrow **Программы** \rightarrow **MathSoft Apps** \rightarrow **Mathcad 2000 Professional Русская версия (или Mathcad PLUS 6.0)**

Рабочее окно MathCad

Имеет стандартный вид под ОС Windows. В верхней части окна, под названием и версией приложения, находятся:

- полоса меню с пунктами: **Файл, Правка, Просмотр, Вставка, Форматирование, Математика, Символика, Окно, Помощь**. Каждый пункт при активизации разворачивается в вертикальное меню команд;
- панели инструментов и форматирования.

Ниже расположен обширный рабочий лист приложения, на котором совершаются все действия и который можно просматривать с помощью линеек прокрутки.

Сразу после запуска в верхнем левом углу рабочего листа располагается небольшой красный крестик. Это – **визир** или **позиция ввода**.

Визир предназначен для показа **позиции**, в которую **вводятся** данные.

Визир может быть размещен в любом месте рабочего листа.

Есть несколько способов перемещения визира. Самый простой – щелкнуть мышью в нужном месте экрана. Визир поместится в месте щелчка.

Например, щелкните мышью в правом нижнем углу видимого рабочего листа. Визир тут же переместится в заданное место. Щелкните мышью в левом нижнем углу, затем в середине экрана, после чего верните визир на прежнее место – левый верхний угол рабочего листа.

Программа **MathCad** широко используется для расчетов сложных математических выражений.

Выражения могут состоять из чисел, встроенных функций и переменных.

Рассмотрим решения простых выражений состоящих из чисел или встроенных функций.

MathCad, в этих случаях, используется как простой калькулятор.

1. Простые выражения

Произведем несколько простых численных вычислений. (Место ввода данных указывает визир).

Напечатайте: $25 + 7 - 12$.

Обратите внимание на ряд особенностей произошедших на экране:

- с вводом первой цифры визир исчез, т.к. первая цифра разместилась на месте визира;
- сразу за первой цифрой появился **маркер ввода** (синяя вертикальная черта), под цифрой – знак подчеркивания;
- по мере ввода цифр маркер ввода и знак подчеркивания смещаются вправо, вслед за вводимыми цифрами;
- сразу после ввода оператора действия (знака сложения $+$) появляется знак **Placeholder** (небольшой черный прямоугольник). С вводом цифры этот знак исчезает. То же происходит при вводе знака действия минус и числа 12;
- по мере ввода символов выражение обрамляется выделяющей рамкой, не закрытой с правой стороны.

Маркер ввода (маркер).

Для чего он нужен? Все символы, которые печатаются, будут появляться перед маркером ввода. Он действует в среде **MathCad** точно так же, как маркер ввода в любом текстовом редакторе. Показывает место ввода символа и используется для редактирования выражений.

Placeholder (небольшой черный прямоугольник).

Трактуется как держатель места или метка-заполнитель. Указывает место ввода операнда выражения. Используется для построения сложных по структуре формул.

Нажмите клавишу равно: $[=]$ и программа **MathCad** тут же выведет результат: 20.

Полученное выражение будет полностью обрамлено выделяющей рамкой.

Щелкните мышью ниже выражения. В месте щелчка появится визир. Рамка вокруг выражения исчезнет.

Введите новое выражение: $5*6+7/6$, нажмите клавишу равно $[=]$ и будет получен результат: 31.167.

Оператор Равно (клавиша $[=]$) используется средой MathCad, как оператор Вывода результата выражений.

Особенности:

- оператор умножения, введенный как звездочка, на экране преобразовался в точку умножения.
- оператор деления, введенный как косая черта, заменился горизонтальной чертой деления;
- автоматически, в нужных местах выражения, были расставлены пробелы.

Т.о., выражение на экране имеет общепринятый математический вид.

Внимание! Получаемые результаты, по умолчанию, имеют **три знака** после десятичной точки.

Предупреждение! Запрещено самостоятельно вставлять пробелы в любые математические выражения. Нажатие на клавишу **Пробел**, при вводе выражения, приводит совсем к другому эффекту. (У клавиши **Пробел** в **MathCad** особое предназначение, но об этом ниже).

Запомните: *MathCad сам знает, где ему расставлять пробелы.*

Основной Вывод.

Чтобы вычислить числовое выражение нужно:

- напечатать выражение и;
- нажать клавишу $[=]$.

MathCad вычисляет значение выражения и показывает его после знака $[=]$.

2. Редактирование выражений

Производится с целью устранения ошибок, опечаток и внесения необходимых изменений в выражения.

Техника редактирования проста и привычна, т.к. аналогична технике редактирования текста в текстовых редакторах, например, Word.

Например, в первом выражении заменим число 7 на число 10. Наведите курсор мыши на позицию за цифрой 7 и щелкните левой клавишей. Выражение сразу обрывает выделительная рамка, а за числом 7 появится маркер. *(Если маркер появился не в том месте, не беда, его можно передвинуть с помощью клавиш управления курсором или заново более точно щелкнуть мышкой).*

Нажмите клавишу [**BackSpace**] и сотрите число 7. На месте числа 7 появился Placeholder. Результат выражения исчез.

Введите с клавиатуры число 10 и нажмите клавишу [=]. Появится новый результат: 23. Внесите самостоятельно изменения во второе выражение: замените число 5 на 9 и число 7 на 11. Нажмите [=] и будет получен результат: 55.833.

Маркер можно устанавливать не за уничтожаемым числом, а перед ним. Число стирается клавишей [**Delete**].

Т.о. можно изменять и стирать отдельные числа и целые блоки выражения, и выражение в целом.

3. Перемещение выражений

Можно осуществлять несколькими способами:

1. Первый способ (с помощью мыши). Щелкните мышью по второму выражению.

Появится обрамляющая рамка. Наведите курсор мыши на любую сторону рамки (например, верхнюю) до появления значка кисти руки. Нажмите левую клавишу мыши и, удерживая ее, переместите выражение на свободное место вправо. Отпустите клавишу мыши, выражение зафиксируется на новом месте.

Данным способом верните выражение на прежнее место.

2. Второй способ (с помощью панели инструментов). Щелкните мышью по первому выражению. Появится обрамляющая рамка. Установите курсор на первый символ, нажмите левую клавишу мыши и, удерживая ее, выделите все выражение, слева направо. Щелкните по кнопке **Вырезать** (ножницы) на панели инструментов. Выражение исчезнет. Установите визир на любом свободном месте рабочего листа (например, справа). Щелкните по кнопке **Вставить** на панели инструментов. Выражение появится на новом месте.

(Внимание! Возможно, что выражение при этом окажется без результата. Нажмите клавишу [=] и результат появится).

Данным способом верните выражение на прежнее место.

(Разновидностями 2 способа являются использование аналогичных команд пункта меню **Правка** или контекстного меню (правая клавиша мыши). Не забывайте только перед применением команд выделить выражение).

Первым способом можно перемещать выражение в целом.

Второй способ более универсальный, им можно перемещать выражение в целом и отдельные части выражения (нужно только выделить эти отдельные части).

*Выделите мышью во втором выражении операнд: 11/6. Щелкните по кнопке **Вырезать**. Поместите вырезанный операнд справа от выражения (кнопка **Вставить**). Нажмите клавишу [=] и появится новый результат: 11.833. Это будет третьим выражением.*

*Внимание! Во втором выражении на месте убранного операнда разместился Placeholder красного цвета. Результат выражения отсутствует. В буфере обмена находится вырезанный операнд: 11/6. Вставим его на прежнее место во втором выражении. Щелкните мышью по Placeholder красного цвета. Появится синий Уголок. Щелкните по кнопке **Вставить**. Вновь появится ранее вырезанный операнд. Нажмите клавишу [=] и восстановится прежний результат второго выражения.*

4. Копирование выражений

Копирование предполагает, что оригинал выражения остается на прежнем месте, а точная копия появляется в указанном месте.

Копирование выражений целиком или их частей целесообразно, если копия:

- *используется в совокупности с другими выражениями;*
- *является частью другого выражения;*
- *является структурно похожей на другое выражение, в которое проще переделать, чем заново набирать.*

Техника копирования, в целом, аналогична технике перемещения.

Особенности:

- копирование с помощью мыши производится при нажатой и удерживаемой клавише [Ctrl];
- при копировании с помощью панели инструментов используется кнопка **Копировать**.

Выполните следующий пример.

Сформируйте на новом месте четвертое выражение: $25 + 7 + 5*6$, путем копирования операндов из первых двух выражений.

5. Использование встроенных функций

В MathCad имеется богатый набор встроенных функций: sin, cos, ln, acos, exp и т.д. Нажмите на кнопку [f(x)], которая находится на панели инструментов. С помощью линейки прокрутки просмотрите список функций.

При работе с тригонометрическими функциями следует учитывать, что аргумент должен быть задан в радианах. В случае если аргумент задается в градусах, надо умножить аргумент на встроенную константу deg.

Например: вычислить значение **cos** для 60° .

Нажмите на кнопку f(x). Выберите в списке функцию **cos**, дважды нажав левую клавишу мыши. Функция тут же появится в позиции ввода. Внутри скобок функции находится маркер ввода и за ним Placeholder. Введите: $60*deg$ и нажмите [=]. MathCad выведет значение выражения: **0.5**.

Выберите функцию **ln**, введите в скобки число 5, нажмите клавишу [=] и будет получен результат: 1.609.

Аналогично поступают и при вычислении других встроенных функций.

6. Панель Математика (Панель математических знаков)

MathCad с помощью данной панели позволяет создавать всевозможные математические выражения в привычном для математиков виде.

Обратитесь в пункт меню **Просмотр** и далее в пункт **Панели**. Если слева от команды **Математика** не стоит галочка, то щелкните по команде **Математика** и панель установится в рабочем окне приложения. (Если галочка стоит, то панель **Математика** уже установлена).

Общая панель Математика состоит из следующих частных панелей представленных кнопками-пиктограммами:

1. Панель калькулятора.
2. Панель графики.
3. Панель векторов и матрицы.
4. Панель оценки.
5. Панель исчислений.
6. Булева панель.
7. Панель программирования.
8. Панель греческих символов.
9. Панель символических кодовых слов.

Щелкните мышью последовательно по всем кнопкам. На рабочий лист будут выведены небольшие панели с соответствующими заголовками: Калькулятор, Графики, Матрица, Подсчет, Калькулус, Булевый, Программирован, Греческие, Символика.

Панели (ухватившись мышью за заголовок) можно перемещать по рабочему листу, располагая их в удобном для работы месте.

Уберите все математические панели, кроме панели Калькулятор.

Во многих случаях, более удобным для расчета выражений, является использование кнопок панели Калькулятор.

На панели Калькулятор расположены цифры и широко распространенные функции: возведение в степень, радикал, логарифмы, тригонометрические функции и т.п.

Вызовите с панели Калькулятора **sin**. Для этого достаточно щелкнуть мышью по значку **sin** и функция тут же появится на месте визира. Рассчитайте значение **sin** для угла 47° . Результат: **0.124**.

7. Особенности применения ряда арифметических операторов

В вышеприведенных примерах использовались арифметические операторы: сложения, вычитания, умножения и деления.

Рассмотрим особенности применения других арифметических операторов, таких как:

- факториал, клавиша: [!];
- абсолютная величина, клавиша: [|];
- возведение в степень, клавиша: [^];
- квадратный корень, клавиша: [\];
- корень n-ной степени, клавиши: [Ctrl]+[\];

Решение примеров покажем через: А) клавиатуру и Б) панель Калькулятор.

Факториал.

А) Введите, например, натуральное число 13, сразу за ним поставьте восклицательный знак [!].

Нажмите клавишу равно [=] и будет получен результат: 6.227×10^9 .

Перейдите на новое место, нажмите клавишу [Enter].

Внимание! В дальнейшем предполагается, что по выполнению каждого упражнения, осуществляется переход на новое место клавишей [Enter].

Б) Щелкните по значку [n!] на панели Калькулятор и введите цифру 7. Щелкните по значку [=], тоже на панели Калькулятор, и получите результат: 5.04×10^3 .

Абсолютная величина.

А) Нажмите клавишу [|], введите отрицательное число (-8), нажмите клавишу [=] и будет получено положительное число 8.

Б) Щелкните по значку [|x|] на панели Калькулятор и введите цифру (-2). Щелкните по значку [=] и будет получено положительное число 2.

Возведение в степень.

А) Наберите на клавиатуре последовательно: $3 \wedge 5$. Нажмите клавишу равно [=] и будет получен результат: 243.

Обратите внимание, оператор возведения в степень вводится знаком \wedge , но число в степени представляется в обычном виде (степень как верхний индекс).

Б) Щелкните по цифре 7, затем по значку [x^y] на панели Калькулятор и затем по цифре 4 (степень). Щелкните по значку [=] и будет получено значение: 2.401×10^3 .

Разновидностями возведения в степень, на панели Калькулятор, являются значки [x^2], [e^x] и [x^{-1}].

Решите самостоятельно, используя только значки на панели Калькулятор, следующие примеры:

16^2 (результат: 256), $e^{1.89}$ (результат: 6.619) и 45^{-1} (результат: 0.022).

Квадратный корень.

А) Нажмите клавишу [\] (обратная косая черта), появится знак радикала,.

Еще одна замечательная клавиша. Обычно знак "обратная косая черта" используется для целочисленного деления. Но в MathCad эта клавиша задействована под операцию извлечения квадратного корня. Запомните это.

Введите число 17. Нажмите клавишу равно [=] и будет получено число: 4.123.

Перейдите на новое место. Еще один пример.

Нажмите клавишу [\] два раза подряд. Появится один радикал под другим. Введите число 37.

Нажмите клавишу равно [=] и будет получен результат: 2.466.

б) Щелкните по значку [√] на панели Калькулятор и введите число 53. Щелкните по значку [=] и будет получен результат: 7.28

Перейдите на новое место. Еще один пример.

Щелкните по значку [√] два раза подряд. Тоже появится один радикал под другим. Введите число 88. Щелкните по значку [=] и будет получен результат: 3.063.

Корень n-ной степени.

а) Нажмите на клавиатуре сочетание клавиш: [Ctrl] + [\]. Появится знак радикала с двумя Placeholder, один на месте степени радикала, другой на месте основания радикала. Щелкните мышью по верхнему Placeholder (степень) и введите число 5. Щелкните мышью по Placeholder под знаком радикала и введите основание 79. Нажмите клавишу равно [=] и будет получен результат: 2.396.

б) Щелкните по значку [$\sqrt[n]{}$] на панели Калькулятор. На экране появится знак радикала с двумя Placeholder. Щелкните мышью по верхнему Placeholder (степень радикала) и введите число 4 (с панели Калькулятор). Щелкните мышью по Placeholder под знаком радикала и введите основание 37.59 (с панели Калькулятор). Щелкните по значку [=] и будет получен результат: 2.476.

Выше были рассмотрены приемы решения простых выражений состоящих из чисел или встроенных функций.

В выражениях помимо чисел и функций могут использоваться переменные. Переменные входят в выражения в качестве аргументов.

Сами выражения могут представлять собой сложные и структурно-громоздкие формулы.

Для решения этих проблем, работа в среде **MathCad** построена на ряде принципов, вот два из них:

- 1) Сначала определи, потом используй для вычислений;
- 2) Формулы не пишутся, а строятся.

8. Определение и ввод переменных

Прежде, чем использовать переменную в выражении, ее надо определить (первый принцип **MathCad**).

Переменная считается **определенной** с того момента, как она первый раз появилась на рабочем листе, и ей было присвоено начальное значение.

Например, определим переменную X и присвоим ей начальное значение, равное 3.

Для присвоения значения переменной, вместо знака равенства, используется специальный символ присвоения: [:=] (двоеточие и равно).

Для того чтобы символ присвоения появился на экране, достаточно нажать только клавишу с двоеточием: [:].

Введите с клавиатуры последовательно символы: [X], [:], [3].

На экране будет зафиксировано: **X := 3.** (Определена переменная X, которой присвоено значение, равное 3).

Подведем итог.

Прежде, чем использовать новую переменную, ее надо определить.

Чтобы определить любую переменную необходимо:

- напечатать имя переменной, которую нужно определить;
- напечатать двоеточие [:], чтобы ввести символ определения [:=];
- напечатать значение, присваиваемое переменной.

Определите самостоятельно переменную: $Y=2.5$.

В результате, имеем определенными две переменные: X и Y.

MathCad читает рабочий лист сверху вниз и слева направо.

Определив переменную ее можно использовать в вычислениях везде ниже и правее равенства, которым она определена.

8. Вычисление выражений

Чтобы вычислить выражение нужно:

- напечатать выражение, содержащее допустимую комбинацию чисел, переменных и функций;
- нажать клавишу [=].

MathCad вычисляет значение выражения и показывает его после знака [=].

Покажем это на простеньком выражении типа: $X + Y - 1$.

Напечатайте, ниже определенных переменных X и Y, само выражение: $X + Y - 1$.

Нажмите клавишу [=] и тут же будет получен результат 4,5.

10. Изменение значения переменной

Изменить значение переменной можно двумя способами.

Первый способ – это редактирование, т.е. уничтожение прежнего значения и ввод нового значения. Второй способ, не трогая прежнего значения, в другом месте повторно определить переменную с новым значением.

Рассмотрим первый способ.

В определении переменной X щелкните мышью сразу за числом 3. За цифрой появится синяя вертикальная черта (Уголок раскрыт влево). Нажмите клавишу [BackSpace]. На месте числа 3 появится черный прямоугольник (Placeholder). Введите в него новое значение переменной, например, 6. Нажмите [Enter]. Выражение тут же выдаст новое значение: 7.5.

Это было в лоб, теперь по лбу.

Щелкните мышью перед числом 6. Перед числом появится синяя вертикальная черта (Уголок раскрыт вправо). Нажмите клавишу [Delete]. На месте числа 6 появится черный прямоугольник (Placeholder). Введите в него новое значение переменной, например, 9. Нажмите [Enter]. Выражение выдаст новое значение: 10.5.

11. Диапазон значений переменной

Выражение может использоваться для расчетов диапазона значений переменной.

Например, рассчитать значения выражения для диапазона значений X от 1 до 6.

Поступаем следующим образом. Уничтожаем прежнее значение X (п.3) и вводим 1, ставим запятую и вводим 2, тем самым задаем шаг (1), с которым будет изменяться переменная. Печатаем символ "точки с запятой" [;], который на экране изобразится как символ "две точки подряд" (..) и вводим крайнее значение диапазона 6.

Переменная X на экране будет иметь вид: $X := 1, 2..6$.

Нажмем клавишу [Enter].

Получим колонку значений выражения для диапазона значений X:

2.5
3.5
4.5
5.5
6.5
7.5

Примечание: Шаг 1 можно в принципе не задавать. В записи, типа $X := 1..6$, он вырабатывается автоматически.

Задается шаг отличный от 1. Способ задания шага показан.

Выполните самостоятельно.

Рассчитать значения выражения: $X*Y + 5$, для диапазона значений Y от 0 до 2.43 с шагом 0.27, при $X = -2$.

Результаты покажите преподавателю.

12. Просмотр значения переменной

Если необходимо узнать, какое значение имеет переменная, введите имя этой переменной и нажмите "=".

Например, укажите новую позицию ввода (ниже выражения) и наберите: $X =$.

На экране появится: $X = -2$, то есть значение переменной X равно (-2).

(Можно спросить, какой в этом смысл? В данном случае – никакого смысла нет. Просто показан прием. Но, если рабочий лист занят большим количеством выражений, много переменных, нужная переменная несколько раз меняла свои значения, то данный прием экономит время и страхует от ошибок).

13. Удаление записей на рабочем листе

Для того чтобы удалить какую-либо запись ее надо выделить.

Удаление выражений можно осуществлять несколькими способами:

а) Удаление выражения только целиком.

Щелкните внутри любого выражения. Вокруг выражения появилась выделяющая рамка. (Для данного способа, такого выделения достаточно). Обратитесь в пункт меню **Правка** и щелкните по команде **Стереть**. Выражение исчезло.

Если необходимо удалить несколько выражений одновременно, нажмите клавишу [Ctrl] и, удерживая ее "перещелкайте" необходимое количество выражений. (Выражения будут выделены пунктирными выделяющими рамками).

Например, выделите подобным образом три любых выражения. Далее, пункт меню **Правка** и команда **Стереть**. Выделенные выражения стерты.

б) Удаление выражения целиком или его части.

Щелкните внутри любого выражения. Вокруг выражения появилась выделяющая рамка. (Для данного способа удаления, такого выделения недостаточно). Выделите все выражение, слева направо, указателем мыши, при нажатой левой кнопке (черное выделение). Щелкните по кнопке **Вырезать** на панели инструментов. Выражение исчезло.

Можно выделить только часть выражения и удалить ее, аналогичным способом. На месте вырезанной части выражения появляется знак Placeholder, чтобы удалить его необходимо несколько раз нажать на клавишу [Delete].

Команду **Вырезать** можно реализовать, через контекстное меню (вызывается правой клавишей мыши – команда **Cut**).

14. Фиксация записи выражений, без их вычисления

Бывает нужда в фиксации записи выражения, без проведения операции вычисления.

(Выражение используется как справочное, неясно местоположение данного выражения среди других выражений, вычисление будет произведено, но позже и т.п.).

Делается это достаточно просто, после того, как выражение набрано, необходимо нажать не на клавишу [=], а на клавишу [Enter]. Выражение зафиксировано без решения.

Например.

Присвойте ряду переменных следующие значения: $X := 2$; $Y := 5$; $Z := 9$.

Напишите выражение: $X + Y - Z$. Нажмите на клавишу [Enter]. Выражение зафиксировалось. (Исчезла рамка. Под выражением появился визир. Справа от выражения нет результата численного расчета. Есть просто запись выражения).

Но, вычисление выражения всегда можно произвести. Щелкните по выражению. Появится окружающая рамка. Нажмите клавишу [=] и появится численный результат: -2.

15. Работа с блоками в сложных по структуре выражениях

Под блоком будем понимать часть выражения, как единое целое, над которым совершается операция или операции. (Синонимом понятия блока является операнд). Чтобы MathCad понимал, что данная часть выражения является блоком, ее необходимо выделить.

Для выделения блока в MathCad - 2000 используется маркер и знак подчеркивания, которые образуют уголок.

Собственно выделение осуществляется знаком подчеркивания. Та часть выражения, которая подчеркнута, является блоком.

Маркер фиксирует позицию, от которой начинается выделение блока.

Уголок (маркер + знак подчеркивания) показывает направление выделения. В какую сторону Уголок раскрыт, в ту сторону и будет распространяться знак подчеркивания.

Техника выделения блока.

Маркер в нужном месте выражения может быть установлен щелчком мыши.

Корректировку установки маркера и его перемещение внутри выражения проще и быстрее осуществлять клавишами управления курсором на клавиатуре.

Направление выделения блока задается установкой маркера слева или справа, относительно знака подчеркивания, клавишами управления курсором. (В ходе набора выражения, маркер всегда стоит справа от знака подчеркивания. Уголок открыт влево.

Если нажать клавишу управления курсором Влево [←], то маркер сместится влево относительно знака подчеркивания, а Уголок будет открыт вправо).

Внимание! Распространение подчеркивания, для выделения блока, осуществляется клавишей **Пробел**

Рассмотрим технику работы с блоками на достаточно простых примерах. (Воспользуемся выше определенными (п.14) переменными: X, Y, Z).

а) Требуется рассчитать выражение: $X + \frac{Y - X}{Z}$;

Здесь: Y – X есть блок, т.е. та часть выражения, которая целиком делится на Z.

Введите часть выражения: X + Y – X|. Нажмите клавишу **Пробел**. Подчеркивание распространится влево и выделит необходимый блок: X + Y – X|. Нажмите клавишу деления [/] и введите Z. Выражение приобрело вид, который требуется для расчета. Нажмите клавишу [=] и будет получен результат: 2.333.

б) Требуется рассчитать выражение: $\frac{Y - X}{Z} + Y$.

Введите часть выражения: Y – X|. Нажмите клавишу **Пробел** и выделите необходимый блок: Y – X|. Нажмите клавишу деления [/] и введите Z. Получится первая часть выражения: $\frac{Y - X}{Z}$ |. Чтобы прибавить Y, необходимо всю часть выражения сделать

блоком. Нажмите еще раз клавишу **Пробел** и

и первая часть выражения станет блоком: $\frac{Y - X}{Z}$ |, прибавьте Y, нажмите клавишу [=] и будет получен результат: 5.333.

Чтобы почувствовать разницу в направлении выделения блока подчеркиванием, выполним следующий пример.

Наберите повторно часть выражения: Y – X + Y|. Клавишей управления курсором Влево [←] установите маркер слева от первой переменной Y. Уголок будет раскрыт вправо: |Y – X + Y. Выделите все тот же блок нажатием клавиши Пробел: |Y – X + Y.

Разделите блок на переменную Z: [/], [Z]. Будет получено выражение: $\frac{Z}{Y-X} + Y$.

Почувствовали разницу? Это совсем не то выражение, которое требуется в примере.
Частный вывод. В зависимости от направления выделения подчеркиванием, блок может быть или делимым или делителем.

Если выделение сделано влево, блок – делимое, если выделение сделано вправо, блок – делитель.

в) Требуется рассчитать выражение: $Y \frac{Z-X}{Y}$.

Для построения данного выражения целесообразно использовать панель Калькулятор. Щелкнем по функции [X^Y]. В нижний Placeholder введем Y, в верхний Placeholder: Z – X|. Клавишей Пробел выделим блок: Z – X|, нажмем клавиши: [/], [Y] и получим требуемую формулу. Нажмем клавишу [=] и будет получен результат: 9.518.

16. Расстановка скобок в выражениях

Рассмотрим способы построения выражений типа: (X – 5)*(Y – 7)*(Z – 11).

Введите последовательно с клавиатуры: [X], [-], [5]. Стоп!

Выделите введенную часть выражения, как блок (достаточно нажать один раз на клавишу **Пробел**).

Нажмите клавишу умножения [*].

Введенная часть выражения будет *автоматически* заключена в скобки, за которыми расположится знак умножения.

Введите следующую часть выражения: Y – 7. Выделите ее в блок.

Нажмите клавишу умножения [*] и эта часть выражения будет *автоматически* заключена в скобки.

Введите последнюю часть выражения: Z – 11. Выделите ее в блок.

Стоп! Внимание! Эту часть задания, выделенную курсивом, не выполнять, а просто прочитать.

MathCad не знает, что выражение закончено. Несмотря на то, что Z – 11| выделено в блок, если нажать клавишу: [=], то будет получено совсем не то выражение и, соответственно, не тот результат: (X – 5) · (Y – 7) · Z – 11 = 43.

Последнюю часть выражения необходимо заключить в скобки, вручную - через клавиатуру.

Нажмите клавишу ['] (апостроф) и последняя часть выражения будет заключена в скобки, но это уже не автоматически.

Нажмите клавишу [=] и будет получен верный результат: -12.

Еще один пример. Вычислить выражение типа: SIN ((Z – Y) * X).

Воспользуемся панелью Калькулятор. Вызовите функцию SIN(), введите в скобки часть выражения: Z – Y|, выделите ее в блок, введите знак умножения и переменную X.

Будет получена следующий вид выражения: SIN [(Z – Y) · X] = □ . Т.о., MathCad не только позаботился о расстановке скобок, но и об их конфигурации. Нажмите клавишу [=] и будет получен результат: 0.989.

Частные выводы:

- MathCad сам знает, где ставить скобки и какой конфигурации, но не всегда;
- скобки вручную ставятся тогда, когда MathCad не может это сделать автоматически или когда требуется усилить вид выражения.

Приемы ручной расстановки скобок.

Введите выражение: X + Y + Z + 5*X – 3*Y|.

Установите маркер за переменной Y и выделите в блок часть выражения: X + Y| + Z + 5*X – 3*Y

Нажмите на клавишу закрывающей скобки [)]. Стоп. Прием не удался. Вместо того чтобы заключить блок в скобки, MathCad распространил подчеркивание на все

выражение. Щелкните мышкой правее переменной Y и снова выделите тот же блок. Нажмите клавишу ['] (апостроф) и выделенный блок будет заключен в скобки.

Это первый прием, уже показанный выше. Работает всегда. Часть выражения, заключаемая в скобки, выделяется как блок и нажимается клавиша ['] (апостроф).

Установите маркер за цифрой 5 и выделите в блок: $\underline{Z + 5}$. Нажмите на клавишу закрывающей скобки [)] и выделенный блок будет заключен в скобки.

Это второй прием. Работает не всегда, только перед знаком умножения.

Установите маркер перед переменной X: $(X + Y) + (Z + 5)*\underline{X} - 3*Y$ и нажмите клавишу открывающей скобки [(]. Передвиньте маркер за цифру 3: $(X + Y) + (Z + 5)*(X - \underline{3})*Y$ и нажмите клавишу закрывающей скобки [)], она разместится на указанном месте. Т.о., скобки расставлены буквально вручную.

Это третий прием. Работает всегда. Маркер должен устанавливаться в месте вставки скобки. Скобки вводятся с клавиатуры.

Для уничтожения скобок, достаточно стереть закрывающую скобку. Открывающая скобка сотрется автоматически.

Уберите скобки у первого блока.

Окончательный вид выражения будет следующим: $X + Y + (Z + 5)*(X - 3)*Y =$.

Нажмите клавишу [=] и будет получен результат: -63.

Основной вывод.

Построение выражений, в том числе с расстановкой скобок, процесс творческий.

Желаем Вам успехов в данном виде творчества.

Решите самостоятельно следующие выражения:

1) $\frac{a \cdot b}{c \cdot d} - \frac{ab-c}{cd}$ где $a = 2, b = 3, c = -3, d = -2$

2) $x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5}$ где $x = 4$

3) $\frac{x+y}{y+1} - \frac{xy-12}{34+x}$ где $x = 5, y = 7$

4) $\frac{\sin x + \cos y}{\cos z - \sin y} \cdot \operatorname{tg} xy$ где $x = 60^\circ, y = 20^\circ$

5) $\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^x - 12x^2y$ где $x = -2, y = 3$

6) $|x^2 - x^3| - \frac{7x+1}{x^3 - 15x}$ где $x = 6$

7) $\ln \left(y - \sqrt{|x|} \left(x - \frac{y}{z + \frac{x^2}{4}} \right) \right)$ где $x = -5, y = 3, z = 2$

8) $3^{\frac{x+2}{x}} - 4x + (y - \sqrt{|x|})$ где $x = -4, y = 5$

9) $(1 - \operatorname{tg} x)^{\operatorname{ctg} x - \sin y} + \cos(x - y)$ где $x = 23^\circ, y = 77^\circ$

10) $2 \operatorname{ctg}(3x) - \frac{\ln \cos x}{\cos x - \frac{x}{3}}$ где $x = 0.27$

11) $\frac{\sqrt{1 + \sqrt{|1-x|}}}{1 - \frac{x^2 - y^2}{2}} + \sqrt{x + \sqrt{y + \sqrt{y-x}}}$ где $x = 3.38, y = 5.73$

$$12) \frac{\frac{a}{b \cdot \frac{c}{(a+b) \cdot \frac{(c-b)}{a \cdot (c+a)}}}}$$

где $a = 3.33$, $b = 4.44$, $c = 5.55$

$$13) \sin \left(\left(y - \sqrt{|x|} \cdot \left(x - \frac{y}{z^2 + \frac{x^2}{4}} \right) \right) \right)$$

где $x = -2.013$, $y = -6.757$, $z = 3.345$

$$14) \frac{\cos^3 |2x + 3y - 23|}{\sqrt[3]{(2x + 3y - 23)^2 + \frac{\pi}{4}}}$$

где $x = 9.23$, $y = 7.57$

$$15) \sqrt[3]{\left| \frac{(x-7)(y-9)^2(z-11)}{(x-y)(x-z)} \right|} + \frac{e^{\frac{z-y}{x}}}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{y}{x}\right)}$$

где $x = 13$, $y = 5$, $z = 17$