


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ  
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
естественнонаучных и  
общеобразовательных дисциплин

 С.Е. Зюзин

01.09.2018 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ  
Б1.В.24 Численные методы и исследование операций**

**1. Код и наименование направления подготовки:**

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

**2. Профили подготовки:**

Математика. Информатика и информационные технологии в образовании

**3. Квалификация выпускника:**

Бакалавр

**4. Форма обучения:**

Очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**

естественнонаучных и общеобразовательных дисциплин

**6. Составитель программы:**

В. В. Волков, кандидат физико-математических наук, доцент

**7. Рекомендована:**

научно-методическим советом Филиала (протокол № 1 от 31.08.2018 г.)

**8. Учебный год: 2021-2022 Семестр: 7**

## 9. Цель и задачи учебной дисциплины:

**Целью учебной дисциплины** «Численные методы и исследование операций» является: сформировать у обучающихся систему понятий о вычислительной математике, теории погрешностей, о численных методах решения задач линейной алгебры и математического анализа, а также численных методах решения задач оптимизации; дать обучающимся представление о принципах и методах математического моделирования операций, познакомить с основными типами задач исследования операций, методами их решения и возможностями практического применения.

### Задачи учебной дисциплины:

- дать студентам представление о численных методах решения математических задач, дать знание об условиях применимости и показателях эффективности численных методов, дать понимание необходимости использования численных методов при решении практических задач;
- научить студентов использовать методологию исследования операций для принятия наилучших решений, выполнять все этапы операционного исследования, классифицировать задачу оптимизации.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре образовательной программы:

Дисциплина «Численные методы и исследование операций» входит в блок Б1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной дисциплиной вариативной части образовательной программы.

Для освоения дисциплины «Численные методы и исследование операций» студенты используют знания, умения, навыки, сформированные в ходе изучения дисциплины «Математика».

Изучение данной дисциплины является необходимой основой для последующего изучения дисциплины «Компьютерное моделирование».

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ПК-1	готовность реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов	<b>знает (имеет представление):</b> <ul style="list-style-type: none"><li>– связь теоретических основ и технологических приёмов учебной дисциплины с содержанием преподаваемых учебных предметов (<i>проблемы вычислительной математики и её основные разделы, базовые определения и понятия вычислительной математики, основы теории погрешностей, базовые определения и понятия исследования операций</i>);</li></ul> <b>умеет:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>– осуществлять деятельность по разработанным программам учебных предметов;</li></ul> <b>имеет навыки:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>– исследовательской и проектной деятельности (<i>методикой построения и анализа математических моделей, методикой интерпретации результатов анализа математических моделей</i>);</li></ul>
ПК-4	способность использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспе-	<b>знает:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>– технологические приемы преподаваемого учебного предмета, лежащие в основе построения различных моделей в экономике, социологии, эконометрике и т.д. (<i>постановки задач интерполирования, численного дифференцирования, численного интегрирования функций и дифференциальных уравнений, решения нелинейных уравнений, решения СЛАУ, обработки экспериментальных данных, оптимизации функций, численные методы решения математических задач; основы теории линейного программирова-</i></li></ul>

	<p>чения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов</p>	<p><i>ния, основы теории нелинейного программирования, основы теории динамического программирования</i>);</p> <p><b>умеет:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– использовать знание основ учебной дисциплины для перевода информации с естественного языка на язык соответствующей предметной области и обратно;</li> <li>– применять теоретические знания по учебной дисциплине в описании процессов и явлений в различных областях знания;</li> <li>– использовать преимущества технологических приемов учебной дисциплины при решении задач преподаваемых учебных предметов (<i>применять теорию погрешностей для оценки результатов расчётов, решать вручную простейшие задачи с помощью численных методов, применять для решения стандартных задач компьютерные программные средства, решать типовые задачи исследования операций и давать рекомендации на основе полученных результатов</i>);</li> <li>– осуществлять поиск и отбор информации, необходимой для решения конкретной задачи;</li> </ul> <p><b>владеет:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– материалом учебной дисциплины на уровне, позволяющем формулировать и решать задачи, возникающие в ходе учебной деятельности по преподаваемым предметам, а также в практической деятельности, требующие углубленных профессиональных знаний;</li> <li>– навыками формализации теоретических и прикладных практических задач;</li> </ul>
--	--	--

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах — 4 / 144.**

**Форма промежуточной аттестации:** экзамен.

### 13. Виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость	
	Всего	По семестрам
		7
Контактная работа, в том числе:	66	66
лекции	16	16
практические занятия	16	16
лабораторные работы	34	34
Самостоятельная работа	42	42
Форма промежуточной аттестации (экзамен – 36 час.)	36	36
Итого:	144	144
Итого:	144	72    72

#### 13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Вычислительная математика как наука.	Предмет, методы и задачи вычислительной математики. Численные методы как раздел вычислительной математики. Математическое моделирование и этапы решения задач на ЭВМ. Методы решения математических задач. Основные группы методов: графические, качественные, аналитические, методы возмущений, численные. Исторические сведения. Основы теории погрешностей
1.2	Численное интерпо-	Математические таблицы. Постановка задачи интерполирования и

	лирование	единственность её решения. Интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона для произвольных и равноотстоящих узлов.
1.3	Численное интегрирование	Постановка задачи. Квадратурная формула прямоугольников. Формулы Ньютона-Котеса. Метод неопределённых коэффициентов. Формула трапеций. Формула Симпсона. Правило двойного счёта.
1.4	Численные методы решения дифференциальных уравнений	Постановка задачи численного интегрирования обыкновенного дифференциального уравнения. Теорема Пикара. Метод Эйлера. Метод Рунге-Кутта.
1.5	Решение нелинейных уравнений	Задача отделения корней. Графическое отделение корней. Метод деления пополам. Метод Ньютона. Метод хорд. Метод простых итераций. Преобразование уравнения к виду, удобному для итераций.
1.6	Исследование операций как наука.	Оптимизационные задачи в науке и технике. Основные понятия и определения. Однокритериальная и многокритериальная оптимизация. Построение моделей операций. Исторические сведения.
1.7	Линейное программирование	Основные понятия и определения. Примеры задач ЛП. Формы задач ЛП и их эквивалентность. Геометрическая интерпретация задач ЛП. Выпуклые множества и конусы. Многогранные выпуклые множества. Структура допустимого множества задачи ЛП. Понятие о симплекс-методе. Отыскание начального базиса. Алгоритм симплекс-метода.
1.8	Нелинейное программирование	Постановка задачи оптимизации и существование решения. Задача безусловной оптимизации. Задача условной оптимизации. Выпуклая задача оптимизации. Классическая задача условной оптимизации. Задача математического программирования. Задача выпуклого математического программирования.
1.9	Теория игр	Теория игр как наука. Основные понятия и определения. Примеры игр. Решение (стратегия). Правила игры. Конфликт. Классификация игр. Содержательные примеры игр. Исторические сведения. Игры с нулевой суммой. Матричные игры. Нижняя и верхняя цена игры. Принцип «минимакса». Игры с чистыми и смешанными стратегиями. Решение игры в смешанных стратегиях. Элементарные методы решения игр.
<b>2. Практические занятия</b>		
2.1	Линейное программирование	Геометрическая интерпретация задач ЛП. Структура допустимого множества задачи ЛП. Симплекс-метод.
2.2	Нелинейное программирование	Задача безусловной оптимизации. Задача условной оптимизации. Классическая задача условной оптимизации. Задача математического программирования.
2.3	Теория игр	Игры с нулевой суммой. Матричные игры. Нижняя и верхняя цена игры. Принцип «минимакса». Игры с чистыми и смешанными стратегиями. Решение игры в смешанных стратегиях. Элементарные методы решения игр.
<b>3. Лабораторные работы</b>		
3.1	Численное интерполирование	Интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона для произвольных и равноотстоящих узлов.
3.2	Численное интегрирование	Квадратурная формула прямоугольников. Формулы Ньютона-Котеса. Формула трапеций. Формула Симпсона.
3.3	Численные методы решения дифференциальных уравнений	Метод Эйлера. Метод Рунге-Кутта.
3.4	Решение нелинейных уравнений	Графическое отделение корней. Метод деления пополам. Метод Ньютона. Метод хорд. Метод простых итераций.

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Самостоятельная работа	
7 семестр						
1	Вычислительная математика как наука.	1	0	0	2	3
2	Численное интерполирование	2	0	8	4	14
3	Численное интегрирование	2	0	8	6	16
4	Численные методы решения дифференциальных уравнений	2	0	8	4	14
5	Решение нелинейных уравнений	2	0	10	6	18
6	Исследование операций как наука.	1	0	0	2	3
7	Линейное программирование	2	6	0	6	14
8	Нелинейное программирование	2	6	0	6	14
9	Теория игр	2	4	0	6	12
	Экзамен					36
	Итого:	16	16	34	42	144

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Приступая к изучению учебной дисциплины, прежде всего обучающиеся должны ознакомиться с учебной программой дисциплины. Вводная лекция содержит информацию об основных разделах рабочей программы дисциплины; электронный вариант рабочей программы размещён на сайте БФ ВГУ.

Знание основных положений, отраженных в рабочей программе дисциплины, поможет обучающимся ориентироваться в изучаемом курсе, осознавать место и роль изучаемой дисциплины, строить свою работу в соответствии с требованиями, заложенными в программе.

Основными формами контактной работы по дисциплине являются лекции, практические и лабораторные занятия, посещение которых обязательно для всех студентов (кроме студентов, обучающихся по индивидуальному плану).

В ходе лекционных занятий следует не только слушать излагаемый материал и кратко его конспектировать, но очень важно участвовать в анализе примеров, предлагаемых преподавателем, в рассмотрении и решении проблемных вопросов, выносимых на обсуждение. Необходимо критически осмысливать предлагаемый материал, задавать вопросы как уточняющего характера, помогающие уяснить отдельные излагаемые положения, так и вопросы продуктивного типа, направленные на расширение и углубление сведений по изучаемой теме, на выявление недостаточно освещенных вопросов, слабых мест в аргументации и т.п.

При подготовке к практическим занятиям необходимо просмотреть конспекты лекций и методические указания, рекомендованную литературу по данной теме; подготовиться к ответу на контрольные вопросы. В ходе выполнения индивидуально заданного практического занятия студент готовит отчет о работе (в программе MS Word или любом другом текстовом редакторе). В отчет заносятся результаты выполнения каждого пункта задания (схемы, диаграммы (графики), таблицы, расчёты, ответы на вопросы пунктов задания, выводы и т.п.). За 10 мин до окончания занятия преподаватель проверяет объём выполненной на занятии работы и отмечает результат в рабочем журнале. Оставшиеся невыполненными пункты задания практического занятия студент обязан доделать самостоятельно. После проверки отчёта преподаватель может проводить устный или письменный опрос студентов для контроля усвоения ими основных теоретических и практических знаний по теме занятия (студенты должны знать смысл полученных ими результатов и ответы на контрольные вопросы). По результатам проверки отчёта и опроса выставляется оценка за практическое занятие. При подготовке к экзамену в дополнение к

изучению конспектов лекций и учебных пособий, необходимо пользоваться учебной литературой, рекомендованной к настоящей программе. При подготовке к экзамену нужно изучить теорию: определения всех понятий и подходы к оцениванию до состояния понимания материала и самостоятельно решить несколько типовых задач из каждой темы. При решении задач всегда необходимо уметь качественно интерпретировать итог решения.

В ходе выполнения лабораторных работ студент выполняет задания, содержащиеся в методическом пособии дисциплины в соответствии с имеющимися указаниями. Далее студент самостоятельно выполняет индивидуальное задание.

При подготовке к промежуточной аттестации необходимо повторить пройденный материал в соответствии с учебной программой, примерным перечнем вопросов, выносящихся на экзамен. Рекомендуется использовать конспекты лекций и источники, перечисленные в списке литературы в рабочей программе дисциплины, а также ресурсы электронно-библиотечных систем. Необходимо обратить особое внимание на темы учебных занятий, пропущенных по разным причинам. При необходимости можно обратиться за консультацией и методической помощью к преподавателю.

Для достижения планируемых результатов обучения используются интерактивные лекции, анализ имитационных моделей.

## 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Вентцель Е.С. Исследование операций: задачи, принципы, методология: учеб. пос.- 5-е изд., стер.- М.: Кнорус, 2010.
2	Срочко В.А. Численные методы: курс лекций: учеб. пос.- СПб: Лань, 2010

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3	Калиткин Н.Н. Численные методы: учеб. пос.- 2-е изд.- СПб: БХВ-Петербург, 2011
4	Гавришина, О.Н. Численные методы: учебное пособие / О.Н. Гавришина, Ю.Н. Захаров, Л.Н. Фомина. - Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2011. - 238 с. - ISBN 978-5-8353-1126-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=232352">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=232352</a> (29.06.2018)

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет):

№ п/п	Источник
5	Просанов И.Ю. Математические модели в теории управления и исследование операций: Учебное пособие. - <a href="http://window.edu.ru/resource/278/79278">http://window.edu.ru/resource/278/79278</a> (29.06.2018)

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Гавришина, О.Н. Численные методы: учебное пособие / О.Н. Гавришина, Ю.Н. Захаров, Л.Н. Фомина. - Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2011. - 238 с. - ISBN 978-5-8353-1126-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=232352">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=232352</a> (29.06.2018)
2	Просанов И.Ю. Математические модели в теории управления и исследование операций: Учебное пособие. - <a href="http://window.edu.ru/resource/278/79278">http://window.edu.ru/resource/278/79278</a> (29.06.2018)
3	Методические указания к выполнению лабораторных работ (ресурсный фонд кафедры)

## 17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение, информационно-справочные системы и профессиональные базы данных

**Программное обеспечение:**

–Win10, OfficeProPlus 2010

- браузеры: Yandex, Google, Opera, Mozilla Firefox, Explorer
- STDU Viewer version 1.6.2.0
- 7-Zip
- GIMP GNU Image Manipulation Program
- Paint.NET
- Tux Paint
- Adobe Flash Player

**Информационно-справочные системы и профессиональные базы данных:**

- Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» <http://window.edu.ru/>
- Лекции ведущих преподавателей вузов России в свободном доступе – <https://www.lektorium.tv/>
- Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» – <http://biblioclub.ru/>

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

Мультимедийное оборудование (проектор, ноутбук или стационарный компьютер, экран), компьютерный класс (компьютеры, объединенные в сеть с выходом в Интернет и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ВГУ и БФ).

**19. Фонд оценочных средств:**

**19.1 Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения**

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся
ПК-1 готовность реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов	Знать: – связь теоретических основ и технологических приёмов учебной дисциплины с содержанием преподаваемых учебных предметов ( <i>проблемы вычислительной математики и её основные разделы, базовые определения и понятия вычислительной математики, основы теории погрешностей, базовые определения и понятия исследования операций</i> );	Вычислительная математика как наука. Исследование операций как наука. Теория игр	Тестовое задание
	Уметь: – осуществлять деятельность по разработанным программам учебных предметов;	Вычислительная математика как наука. Численное интерполирование Численное интегрирование Численные методы решения дифференциальных уравнений Решение нелинейных уравнений Исследование операций как наука.	Контрольная работа №1, Контрольная работа №2, Лабораторные работы, Тестовое задание

		<p>Линейное программирование          Нелинейное программирование          Теория игр</p>	
	<p>Владеть:          –навыками исследовательской и проектной деятельности (<i>методикой построения и анализа математических моделей, методикой интерпретации результатов анализа математических моделей</i>);</p>	<p>Вычислительная математика как наука.          Численное интерполирование          Численное интегрирование          Численные методы решения дифференциальных уравнений          Решение нелинейных уравнений          Исследование операций как наука.          Линейное программирование          Нелинейное программирование          Теория игр</p>	<p>Контрольная работа №1,          Контрольная работа №2,          Лабораторные работы,          Тестовое задание</p>
<p>ПК-4          способность использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов</p>	<p>Знать:          – технологические приемы преподаваемого учебного предмета, лежащие в основе построения различных моделей в экономике, социологии, эконометрике и т.д. (<i>постановки задач интерполирования, численного дифференцирования, численного интегрирования функций и дифференциальных уравнений, решения нелинейных уравнений, решения СЛАУ, обработки экспериментальных данных, оптимизации функций, численные методы решения математических задач; основы теории линейного программирования, основы теории нелинейного программирования, основы теории динамического программирования</i>);</p>	<p>Вычислительная математика как наука.          Численное интерполирование          Численное интегрирование          Численные методы решения дифференциальных уравнений          Решение нелинейных уравнений          Исследование операций как наука.          Линейное программирование          Нелинейное программирование          Теория игр</p>	<p>Контрольная работа №1,          Контрольная работа №2,          Лабораторные работы,          Тестовое задание</p>
	<p>Уметь:          – использовать знание основ учебной дисциплины для перевода информации с естественного языка на язык соответствующей предметной области и обратно;          – применять теоретические знания по учебной дисциплине в описании процессов и явлений в различных областях знания;          – использовать преимущества технологических приемов учебной дисциплины при решении задач преподаваемых учебных предметов (<i>применять теорию погрешностей для оценки результатов расчётов, решать вручную простейшие задачи с помощью численных методов, применять для</i></p>	<p>Вычислительная математика как наука.          Численное интерполирование          Численное интегрирование          Численные методы решения дифференциальных уравнений          Решение нелинейных уравнений          Исследование операций как наука.          Линейное программирование          Нелинейное программирование</p>	<p>Контрольная работа №1,          Контрольная работа №2,          Лабораторные работы,          Тестовое задание</p>



	<p>решения стандартных задач компьютерные программные средства, решать типовые задачи исследования операций и давать рекомендации на основе полученных результатов);</p> <p>– осуществлять поиск и отбор информации, необходимой для решения конкретной задачи;</p>	Теория игр	
	<p>Владеть:</p> <p>– материалом учебной дисциплины на уровне, позволяющем формулировать и решать задачи, возникающие в ходе учебной деятельности по преподаваемым предметам, а также в практической деятельности, требующие углубленных профессиональных знаний; навыками формализации теоретических и прикладных практических задач;</p>	<p>Вычислительная математика как наука. Численное интерполирование Численное интегрирование Численные методы решения дифференциальных уравнений Решение нелинейных уравнений Исследование операций как наука. Линейное программирование Нелинейное программирование Теория игр</p>	<p>Контрольная работа №1, Контрольная работа №2, Лабораторные работы, Тестовое задание</p>
Промежуточная аттестация – экзамен			Вопросы к экзамену

### 19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Обучающийся в полной мере владеет теоретическими основами дисциплины, способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований, применять теоретические знания для решения практических задач в области численных методов и исследования операций, способен сформулировать и доказать собственную точку зрения, демонстрирует готовность полное освоение показателей формируемых компетенций;	Повышенный уровень	Отлично
Обучающийся владеет понятийным аппаратом теоретическими основами дисциплины, имеет представление об основных подходах к излагаемому материалу, в основном демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности и освоение большинства показателей формируемых компетенций;	Базовый уровень	Хорошо
Обучающийся частично владеет теоретическими основами дисциплины, фрагментарно способен применять теоретические знания в практической деятельности и демонстрирует освоение некоторых показателей формируемых компетенций;	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки, не ориентируется в теоретическом материале, не демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности и	–	Неудовлетворительно

### 19.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

#### 19.3.1 Контрольная работа №1

- Какова граница относительной погрешности, если вместо числа  $\pi = 3.141592\ 653\ 589\dots$  взять число  $a = 3.14$ ?
- Получить полином Лагранжа 2-й степени для произвольных узлов для функции  $y = f(x) = \sqrt{x}$  с узлами  $x_0 = 0$ ,  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 4$ ; вычислить точное значение функции, значение полинома и абсолютную погрешность в точке  $x = 4/9$ .
- Вычислить методом левых прямоугольников определённый интеграл функции  $f(x) = (x^2 - 1)/x^3$  на отрезке  $[1,3]$  с шагом  $h = 0.5$  и погрешность интегрирования.
- Получить пятиточечную аппроксимацию производной функции  $f(x) = x^2 + 1$  в точке  $x_0 = 1$  с приращением  $\Delta = 0.1$ .
- Методом Эйлера проинтегрировать на 5 шагов уравнение  $f(x, y) = x^2 - y$ ,  $x_0 = 0$ ,  $y_0 = 1$ ,  $h = 0.2$ .
- Каким-либо способом вычислить определитель системы линейных алгебраических уравнений 
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 2 \\ 10x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 4 \\ 2x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$
, решить её методами Крамера, Гаусса, а также сделать 3 шага методом простой итерации.
- Графически отделить корни уравнения  $x^2 - 2x - 1 = 0$ .
- Отделить какой-нибудь корень и, выбрав начальное приближение, методами хорд, Ньютона и простых итераций сделать 3 шага для уравнения  $2x^3 - 3x^2 - 12x + 10 = 0$ .

#### Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если он правильно решил 6 или более задач;
- оценка «не зачтено» выставляется студенту, если он правильно решил менее 6 задач.

#### 19.3.2 Контрольная работа № 2

- Графически решить задачу ЛП 
$$f = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max \quad 5x_1 + 4x_2 \leq 20 \quad 4x_1 + 7x_2 \leq 28 \quad x_1 \leq 3 \quad x_i \geq 0$$
- Решить задачу ЛП симплекс-методом 
$$f = -2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max \quad x_1 + x_2 \leq 4 \quad 2x_1 - x_2 \geq 1 \quad x_1 - 2x_2 \leq 1 \quad x_i \geq 0$$
- Составить математическую модель задачи ЛП. Мебельная фабрика выпускает стулья двух типов. На изготовление одного стула, который стоит 80 руб., расходуется 2м досок, 0.5м обивочной ткани и 2 человеко-часа рабочего времени. Аналогичные данные для второго стула: 120 руб., 4м, 0.25м и 2.5 чел.-час. Фабрика имеет в распоряжении 440м досок, 65м ткани и 320 чел.-час. рабочего времени. Какие стулья и в каком количестве Вы прикажете выпускать, чтобы стоимость продукции была максимальна?

#### Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если он правильно решил все задачи;

- оценка «не зачтено» выставляется студенту, если он правильно решил менее не все задачи.

### 19.3.3 Задания к лабораторным работам

1. Составить математическую модель задачи ЛП, заданной функцией.

2. Решить полученную задачу ЛП симплекс-методом

3. Решить полученную задачу графически

1).  $f(x_1, x_2) = x_1 x_2^3 \rightarrow \min$ ,  $8x_1 + 3x_2 = 11$ .

2).  $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2 \rightarrow \min$ ,  $1/x_1 + 1/x_2 = 1$ .

3).  $f(x_1, x_2) = -x_1^3 - x_2^3 \rightarrow \min$ ,  $x_1^2 + 4x_2^2 \leq 4$ .

#### Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если он правильно решил все задачи;

- оценка «не зачтено» выставляется студенту, если он правильно решил менее не все задачи.

### 19.3.4 Тестовое задание

1. Что называется погрешностью?

- Разность между двумя числами
- Разность между точным и приближённым числами
- Модуль разности между двумя числами

2. Что называется абсолютной погрешностью?

- Модуль разности между точным и приближённым числами
- Модуль разности между двумя числами
- Разность между точным и приближённым числами

3. Что называется относительной погрешностью приближенного числа?

- Отношение погрешности к абсолютной погрешности
- Отношение модуля погрешности к абсолютной погрешности
- Отношение модуля погрешности к модулю приближённого числа

4. Какие цифры в числе называются значащими?

- Все цифры, начиная с первой справа, отличной от нуля
- Все верные цифры, начиная с первой справа, отличной от нуля
- Все верные цифры, начиная с первой слева, отличной от нуля

5. Цифра  $\alpha$  в десятичной записи приближённого значения величины  $a$  называется верной в строгом смысле, если

- абсолютная погрешность приближения не превосходит половины единицы того разряда, которому принадлежит цифра  $\alpha$
- абсолютная погрешность приближения не превосходит единицы того разряда, которому принадлежит цифра  $\alpha$
- погрешность приближения не превосходит половины единицы того разряда, которому принадлежит цифра  $\alpha$

6. Всякое число, записанное в десятичной системе, можно представить в виде  $a = a_0 \times 10^p$ . Форма записи называется нормальной, если
- $|a_0| \leq 1$
  - $|a_0| < 1$
  - $|a_0| < 1/2$
7. Всякое число, записанное в десятичной системе, можно представить в виде  $a = a_0 \times 10^p$ . Форма записи называется нормализованной, если у числа  $a_0$  первая цифра после десятичной точки
- равна 1
  - не равна 0
  - больше 0
8. Всякое число, записанное в десятичной системе, можно представить в виде  $a = a_0 \times 10^p$ . Форма записи называется стандартной, если
- $-1 \leq a_0 \leq 1$
  - $0 < a_0 < 1$
  - $1 \leq a_0 < 10$
9. Функция  $y = f(x)$  задана таблицей своих значений  $(x_i, f(x_i))$ ,  $i = \overline{0, n}$ , с постоянным шагом. Основным условием интерполирования функции  $f(x)$  функцией  $F(x)$  является:
- $F^2(x_i) = f^2(x_i)$
  - $|F(x_i)| = |f(x_i)|$
  - $F(x_i) = f(x_i)$
10. Задача интерполирования будет иметь единственное решение, если
- интерполирующая функция ищется в виде полинома
  - интерполирующая функция ищется в виде отношения двух полиномов
  - интерполирующая функция ищется в виде разности двух полиномов
11. Функция  $y = f(x)$  задана таблицей с постоянным шагом  $(x_k, f(x_k))$ ,  $k = \overline{0, n}$ , своих значений. Формула линейного интерполирования на отрезке  $[x_k, x_{k+1}]$  имеет вид:
- $f(x) \approx y_k + \frac{\Delta x}{h} (\Delta y_k)^2$
  - $f(x) \approx y_k + \frac{\Delta x}{h} \Delta y_k$
  - $f(x) \approx y_k - \frac{\Delta x}{h^2} \Delta y_k$



12. Функция  $y = f(x)$  задана таблицей с постоянным шагом  $(x_k, f(x_k))$ ,  $k = \overline{0, n}$ , своих значений. Формула обратного интерполирования на отрезке  $[x_k, x_{k+1}]$  имеет вид:

$\bar{x} \approx x_k + \left| \frac{\Delta y}{\Delta y_k} \right| h$

$\bar{x} \approx x_k + \frac{\Delta y}{\Delta y_k} h^3$

$\bar{x} \approx x_k + \frac{\Delta y}{\Delta y} h$

13. Интерполяционные полиномы Чебышёва образуют на отрезке  $[-1, 1]$

ортогональную систему

ортонормированную систему

нормальную систему

14. Сплайн определяется алгебраическими полиномами. Степенью сплайна называется

произведение степеней использованных полиномов

сумма степеней использованных полиномов

максимальная степень из использованных полиномов

15. Метод наименьших квадратов является методом

обработки экспериментальных данных

интегрирования функций

решения задач минимизации функций

16. Пусть построен точечный график функция  $y = f(x)$ , заданной таблицей  $(x_k, f(x_k))$ ,  $k = \overline{0, n}$ , своих значений. График приближающей для  $f(x)$  функции, построенной методом наименьших квадратов,

проходит через все точки точечного графика

является огибающей точек точечного графика

проходит через сгущение точек точечного графика

17. Функция, полученная после применения метода наименьших квадратов, называется

квадратичной

интерполирующей

уравнением регрессии

18. Задача численного интегрирования заключается

- в вычислении приближённого значения неопределённого интеграла функции на основе ряда её значений
- в вычислении приближённого значения определённого интеграла функции на основе ряда её значений
- в вычислении точного значения определённого интеграла функции на основе ряда её значений

19. Методами приближённого интегрирования функций являются методы:

- Ньютона, квадратичного интерполирования, наибольших кубов
- трапеций, прямоугольников, парабол
- наименьших квадратов, гипербол, статистических испытаний

20. Формула Гаусса для приближённого интегрирования функций основана на полиномах

- Лагранжа
- Лежандра
- Лагерра

21. В чём заключается идея приближённого вычисления производной функции?

- В получении таблицы разделённых разностей
- В замене функции уравнением регрессии и вычислении его производной
- В замене функции интерполяционным полиномом и вычислении его производной

22. В силу какой причины задача численного дифференцирования функции некорректна?

- Из-за сильной нелинейности функции
- Из-за несовпадения в одной и той же точке значений производной функции и производной её интерполяционного полинома
- Из-за несовпадения в одной и той же точке значений производной функции и интерполяционного полинома функции

23. Какая формула является формулой двухточечной аппроксимации производной функции  $f'(x)$  ?

- $$f'(x) \approx \frac{f(x + \Delta) - f^2(x) + f(x - \Delta)}{2\Delta}$$
- $$f'(x) \approx \frac{f(x + \Delta) - f(x - \Delta)}{2\Delta}$$
- $$f'(x) \approx \frac{f(x - \Delta) - 2f(x) + f(x + \Delta)}{2\Delta}$$

24. В чём заключается геометрическая идея метода Эйлера приближённого интегрирования обыкновенного дифференциального уравнения?

В замене интегральной кривой ломаной линией, построенной из отрезков касательных к кривой

В замене интегральной кривой другой кривой линией, отстоящей не дальше, чем на  $\varepsilon$

В замене интегральной кривой системой касательных

25. Система линейных алгебраических уравнений  $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, i = \overline{1, m}$ , называется неоднородной, если:

все  $b_i \neq 0$

хотя бы одно  $b_i \neq 0$

$b_i \neq b_j, i \neq j, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}$

26. Рангом матрицы  $A$  называется

число её линейно зависимых строк (столбцов)

число её линейно независимых строк (столбцов)

число её уравнений

27. Для того чтобы система линейных алгебраических уравнений была совместна, необходимо и достаточно, чтобы

ранг её матрицы был равен рангу расширенной матрицы

число её линейно независимых строк равнялось числу её линейно независимых столбцов

ранг её матрицы был равен рангу расширенной матрицы, полученной добавлением к матрице коэффициентов столбца свободных членов

28. Квадратная матрица  $B$  называется обратной для квадратной матрицы  $A$  того же порядка, если

$AB \neq BA$

$AB^{-1} = B^{-1}A$

$AB = BA = E, E$  – единичная матрица

29. Матрица  $A$  называется симметрической, если

$AA^T = 1$

$AA^T = A^T A$

$A = A^T$



### 30. В чём смысл принципа Лагранжа?

- Принцип Лагранжа сводит оптимизационную задачу с ограничениями к оптимизационной задаче без ограничений
- Принцип Лагранжа сводит оптимизационную задачу с ограничениями к решению системы линейных алгебраических уравнений
- Принцип Лагранжа сводит оптимизационную задачу с ограничениями общего вида к оптимизационной задаче с ограничениями-равенствами

### 31. Функция называется выпуклой, если

- её график можно заключить в ограниченную область
- её график расположен ниже произвольной касательной к графику
- её график расположен выше произвольной касательной к графику

### 32. Классической задачей оптимизации называется задача

- $f(x) \rightarrow \min_{x \in X}, X = \{x \mid g(x) \leq 0\}$
- $f(x) \rightarrow \min_{x \in X}, X = \{x \mid g(x) = 0\}$
- $f(x) \rightarrow \min_{x \in X}, X = \{x \mid g(x) = 0, h(x) \leq 0\}$

### 33. Глобальный минимум задачи оптимизации отличается от локального тем, что

- в глобальном минимуме значение целевой функции равно нулю, а в локальном – нет
- в глобальном минимуме градиент целевой функции равен нулю, а в локальном – нет
- в глобальном минимуме значение целевой функции меньше, чем в локальном

### 34. Необходимым условием оптимальности в задаче $f(x) \rightarrow \min_{x \in R}$ является:

- Пусть функция  $f(x)$  дифференцируема в точке  $x^* \in R$ . Если  $x^*$  – локальное решение, то  $f'(x^*) = 0$ ,
- Если функция  $f(x)$  дифференцируема в точке  $x^* \in R$  и  $f'(x^*) = 0$ , то  $x^*$  – локальное решение
- Пусть функция  $f(x)$  дифференцируема в точке  $x^* \in R$ . Если  $x^*$  – локальное решение, то  $f'(x^*)(x - x^*) \geq 0 \quad \forall x \in R$ .

35. Задачей математического программирования называется задача

$f(x) \rightarrow \min_{x \in X}, X = \{x \mid g(x) \leq 0\}$

$f(x) \rightarrow \min_{x \in X}, X = \{x \mid g(x) = 0\}$

$f(x) \rightarrow \min_{x \in X}, X = \{x \mid g(x) = 0, h(x) \leq 0\}$

36. Необходимым условием оптимальности в задаче  $f(x) \rightarrow \min_{x \in X}$  является:

Пусть функция  $f(x)$  дифференцируема в точке  $x^* \in X$ . Если  $x^*$  – локальное решение, то  $\langle f'(x^*), x - x^* \rangle \leq 0 \quad \forall x \in X$ .

Если функция  $f(x)$  дифференцируема в точке  $x^* \in X$  и  $\langle f'(x^*), x - x^* \rangle \geq 0 \quad \forall x \in X$ , то  $x^*$  – локальное решение

Пусть функция  $f(x)$  дифференцируема в точке  $x^* \in X$ . Если  $x^*$  – локальное решение, то  $f'(x^*)(x - x^*) \geq 0 \quad \forall x \in X$ .

#### Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если он правильно решил 22 или более задач;
- оценка «не зачтено» выставляется студенту, если он правильно решил менее 22 задач.

#### 19.3.5 Вопросы к экзамену

1. Вычислительная математика. Основные разделы вычислительной математики. Предмет, методы и задачи вычислительной математики. Численные методы как раздел вычислительной математики. Математическое моделирование и этапы решения задач на ЭВМ.
2. Методы решения математических задач. Основные группы методов: графические, качественные, аналитические, методы возмущений, численные.
3. Причины возникновения погрешностей. Классификация погрешностей и связь между ними.
4. Постановка задачи интерполирования. Узлы интерполирования. Интерполирующая функция. Единственность решения задачи интерполирования.
5. Интерполяционные полиномы Лагранжа для произвольных и равноотстоящих узлов. Оценка погрешности.
6. Интерполяционные полиномы Ньютона для произвольных и равноотстоящих узлов. Оценка погрешности.
7. Постановка задачи численного интегрирования функций. Формулы левых и правых прямоугольников. Оценки погрешности.
8. Постановка задачи численного интегрирования функций. Формула средних прямоугольников. Оценки погрешности.
9. Постановка задачи численного интегрирования функций. Формула трапеции. Оценка погрешности.
10. Постановка задачи численного интегрирования функций. Формула парабол. Оценка погрешности.
11. Постановка задачи численного интегрирования обыкновенного дифференциального уравнения. Теорема Пикара. Метод Эйлера. Методы Рунге-Кутты. Интегрирование систем уравнений.

12. Нелинейные уравнения с одной переменной. Задача отделения корней. Графическое отделение корней. Метод деления пополам.
13. Нелинейные уравнения с одной переменной. Задача отделения корней. Графическое отделение корней. Метод Ньютона. Оценка погрешности.
14. Нелинейные уравнения с одной переменной. Задача отделения корней. Графическое отделение корней. Метод хорд. Оценка погрешности.
15. Принцип сжимающих отображений. Метод простых итераций. Теоремы сходимости. Теоремы о скорости сходимости.
16. Постановки задач оптимизации функции. Основные понятия: целевая функция, допустимое множество, глобальное и локальное решение, существование решения, предварительная оценка погрешности.
17. Постановка задачи оптимизации функции. Необходимые и достаточные условия оптимальности в задаче без ограничений.
18. Постановка задачи оптимизации функции. Необходимые и достаточные условия оптимальности в задаче с ограничениями общего вида.
19. Классическая задача с ограничениями-равенствами. Принцип множителей Лагранжа.
20. Выпуклая задача оптимизации. Условия оптимальности.
21. Задача математического программирования. Условия оптимальности.
22. Понятие о численных методах оптимизации и их структура. Сходимость. Критерии окончания счёта.
23. Теория игр как наука. Основные понятия и определения. Примеры игр. Решение (стратегия). Правила игры. Конфликт. Классификация игр. Содержательные примеры игр.
24. Матричные игры. Нижняя и верхняя цена игры. Принцип «минимакса».
25. Игры с чистыми и смешанными стратегиями. Решение игры в смешанных стратегиях. Элементарные методы решения игр. Игры и .
26. Бескоалиционная игра двух лиц: равновесие по Парето, свойства и условия оптимальности.
27. Бескоалиционная игра двух лиц: равновесие по Нэшу, свойства и условия оптимальности.

#### **Критерии оценки:**

- оценка «отлично» выставляется студенту, если студент отлично ориентируется в теоретическом материале, умеет применять теоретические сведения для решения стандартных задач, задач повышенной сложности, творческих задач;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если студент хорошо ориентируется в теоретическом материале, умеет применять теоретические сведения для решения стандартных задач и задач повышенной сложности;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, выставляется студенту, если студент испытывает затруднения при ответе на теоретические вопросы, умеет применять теоретические сведения для решения стандартных задач;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если студент имеет серьёзные пробелы в теоретических знаниях, не способен решать стандартные задачи.

#### **19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущий контроль успеваемости проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущий контроль успеваемости проводится в формах устного опроса (индивидуальный опрос), письменных работ (кон-

трольные работы), выполнения лабораторных работ, тестирования. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практические задания, позволяющие оценить степень сформированности умений и навыков.

При оценивании используются количественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.