МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
естественнонаучных и
общеобразовательных дисциплин

С.Е. Зюзин

01.09.2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.В.13 Элементы абстрактной и компьютерной алгебры

1. Код и наименование направления подготовки:

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

2. Профили подготовки:

Математика. Информатика и информационные технологии в образовании

3. Квалификация выпускника: бакалавр

4. Форма обучения: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: естественнонаучных и общеобразовательных дисциплин

6. Составитель программы: Л.В. Лободина, кандидат педагогических наук, доцент

7. Рекомендована: научно-методическим советом Филиала (протокол № 1 от 31.08.2018 г.)

8. Учебный год: 2020-2021 **Семестр:** 5

9.Цели и задачи учебной дисциплины:

Целью учебной дисциплины «Элементы абстрактной и компьютерной алгебры» является изучение основных понятий абстрактной алгебры: число, группа, кольцо, конечные поля, многочлены над конечными полями, лежащих в основе символьных преобразований и приложения этих понятий в теории кодирования.

Задачи учебной дисциплины:

–изложить основы абстрактной алгебры;

–дать представление об основах теории кодирования как важнейшего направления теории информации;

–показать приложения абстрактной алгебры в теории кодирования и представления информации;

–формировать способность пользоваться готовыми алгоритмами (вычислительными, кодирования и декодирования информации и др.);

–формировать способность критически осмысливать полученную информацию, презентовать результаты своей учебной и исследовательской деятельности.

При проведении учебных занятий по дисциплине обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации.

10. Место учебной дисциплины в структуре образовательной программы:

Дисциплина «Элементы абстрактной и компьютерной алгебры» входит в блок Б1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной дисциплиной вариативной части образовательной программы. Для освоения дисциплины «Дискретная математика» необходимы знания, умения, навыки, сформированные в ходе изучения дисциплин «Алгебра и теория чисел». Изучение данной дисциплины является необходимой основой для изучения дисциплин «Теоретические основы информатики».

Условия реализации дисциплины для лиц с ОВЗ определяются особенностями восприятия учебной информации и с учетом индивидуальных психофизических особенностей.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ПК-1	готовность реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов	**знает:** связь теоретических основ и технологических приёмов абстрактной и компьютерной алгебры с содержанием преподаваемых учебных предметов (*определения и свойства бинарных отношений на множестве, их связь с разбиениями множества; определения и свойства основных алгебраических структур; строение конечных полей (полей Галуа) и простых алгебраических расширений; основные алгоритмы сжатия, кодирования и декодирования информации*); **умеет:** – ставить познавательные цели учебной деятельности; – осуществлять самоконтроль и самооценку своих учебных достижений; – применять навыки владения ИКТ, проектной и исследовательской деятельностью в процессе изучения абстрактной и компьютерной алгебры; **имеет навыки:** – исследовательской и проектной деятельности; – общепользовательской ИКТ-компетентности; – общепедагогической ИКТ-компетентности; предметно-педагогической ИКТ-компетентности.

ПК-4	способность использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов	**знает:** технологические приемы абстрактной и компьютерной алгебры, лежащие в основе построения различных моделей в экономике, социологии, эконометрике и т.д. (*связь бинарных отношений на множестве с разбиениями множества, основные алгоритмы сжатия, кодирования и декодирования информации*); **умеет:** – использовать знание основ абстрактной и компьютерной алгебры для перевода информации с естественного языка на язык соответствующей предметной области и обратно (*определения и свойства бинарных отношений на множестве, их связь с разбиениями множества; определения и свойства основных алгебраических структур; строение конечных полей (полей Галуа) и простых алгебраических расширений)*; – применять теоретические знания абстрактной и компьютерной алгебры в описании процессов и явлений в различных областях знания (*описывать строение конечных расширений полей; представлять элементы полей Галуа конечными числовыми последовательностями и многочленами над двоичным полем; устанавливать связи понятий абстрактной и компьютерной алгебры с соответствующими понятиями математики и информатики и определять характер этих связей*); – использовать преимущества технологических приемов абстрактной и компьютерной алгебры при решении задач образовательной области «Математика и информатика» (*осуществлять кодирование и декодирование информации с помощью различных алгоритмов*); – осуществлять поиск и отбор информации, необходимой для решения конкретной задачи; **владеет:** – конструктивными умениями как одним из главных аспектов профессиональной культуры будущего учителя-предметника; – материалом абстрактной и компьютерной алгебры на уровне, позволяющем формулировать и решать задачи, возникающие в ходе учебной деятельности по преподаваемым предметам, а также в практической деятельности, требующие углубленных профессиональных знаний; – навыками формализации теоретических и прикладных практических задач (*применения математического аппарата абстрактной алгебры при постановке, анализе и решении задач теории кодирования*).

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — *3/108*.

Форма промежуточной аттестации зачёт с оценкой.

13. Виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)	
	Всего	По семестрам
		5 сем.
Контактная работа, в том числе:	54	54
лекции	18	18
практические занятия	36	36
Самостоятельная работа	54	54
Форма промежуточной аттестации *(зачёт с оценкой – 0 час.)*	0	0
Итого:	108	108

13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1. Лекции		
1.1	Введение Бинарные отношения и их свойства	Предмет дисциплины «Элементы абстрактной и компьютерной алгебры» и ее роль в формировании математических основ, необходимых для работы с символьными переменными. Отношения эквивалентности. Отношения порядка. Разбиения множества.
1.2	Алгебры, алгебраические системы	Понятие и свойства бинарной алгебраической операции. Группы. Нормальные делители. Конечные группы. Кольца и поля.
1.3	Теория делимости в кольце целых чисел	Деление целых чисел с остатком. НОД и НОК целых чисел. Алгоритм Евклида. Каноническое представление целых чисел.
1.4	Кольцо многочленов от одной переменной	Деление многочлена на двучлен. Корни многочлена. Деление с остатком. Алгоритм Евклида и теорема Ламе для многочленов
1.5	Расширения полей	Понятие расширения поля. Алгебраические и трансцендентные числа. Минимальный многочлен алгебраического числа и его свойства. Простое и составное алгебраические расширения.
1.6	Конечные поля	Простые поля. Строение полей Галуа. Представление элементов поля Галуа конечными числовыми последовательностями и многочленами над конечным полем.
1.7	Первоначальные представления о теории кодирования	Задачи теории кодирования, теоремы Шеннона. Помехоустойчивые коды как пример оптимальных кодов. Понятие о симметричных и асимметричных криптосистемах.
2. Практические занятия		
2.1	Бинарные отношения и их свойства	Отношения эквивалентности. Отношения порядка. Разбиения множества.
2.2	Алгебры, алгебраические системы	Понятие и свойства бинарной алгебраической операции. Группы. Нормальные делители. Конечные группы. Кольца и поля.
2.3	Теория делимости в кольце целых чисел	Деление целых чисел с остатком. НОД и НОК целых чисел. Алгоритм Евклида. Каноническое представление целых чисел.
2.4	Кольцо многочленов от одной переменной	Деление многочлена на двучлен. Корни многочлена. Деление с остатком. Алгоритм Евклида и теорема Ламе для многочленов
2.5	Расширения полей	Понятие расширения поля. Минимальный многочлен алгебраического числа и его свойства. Простое алгебраические расширение поля.
2.6	Конечные поля	Простые поля. Строение полей Галуа. Представление элементов поля Галуа конечными числовыми последовательностями и многочленами над конечным полем.
2.7	Первоначальные представления о теории кодирования	Помехоустойчивые коды: линейные блоковые, циклические.

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1.	Введение Бинарные отношения и их свойства	2	4	0	7	13
2.	Алгебры, алгебраические системы	2	4	0	7	13
3.	Теория делимости в кольце целых чисел	2	4	0	7	13
4.	Кольцо многочленов от одной переменной	2	4	0	7	13
5.	Расширения полей	2	4	0	7	13
6.	Конечные поля	2	4	0	7	13

7.	Первоначальные представления о теории кодирования	6	12	0	12	30
	Зачёт с оценкой					0
	Итого:	18	36	0	54	108

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Приступая к изучению учебной дисциплины, целесообразно ознакомиться с учебной программой дисциплины, электронный вариант которой размещён на сайте БФ ВГУ.

Знание основных положений, отраженных в рабочей программе дисциплины, поможет обучающимся ориентироваться в изучаемом курсе, осознавать место и роль изучаемой дисциплины в подготовке будущего выпускника, строить свою работу в соответствии с требованиями, заложенными в программе.

Основными формами контактной работы по дисциплине являются лекции и практические занятия, посещение которых обязательно для всех студентов (кроме студентов, обучающихся по индивидуальному плану).

Подготовка к практическим занятиям ведется на основе планов практических занятий, которые размещены на сайте филиала. В ходе подготовки к практическим занятиям необходимо изучить в соответствии с вопросами для повторения конспекты лекций, основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой. Кроме того, следует повторить материал лекций, ответить на контрольные вопросы, изучить образцы решения задач, выполнить упражнения (если такие предусмотрены).

При подготовке к промежуточной аттестации необходимо повторить пройденный материал в соответствии с учебной программой, примерным перечнем вопросов, выносящихся на зачет с оценкой. Рекомендуется использовать конспекты лекций и источники, перечисленные в списке литературы в рабочей программе дисциплины, а также ресурсы электронно-библиотечных систем.

Для достижения планируемых результатов обучения используются интерактивные лекции, групповые дискуссии, анализ имитационных моделей.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Окунев Л.Я. Высшая алгебра: учеб.- СПб: Лань, 2009.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
2	Матрос Д.Ш. Элементы абстрактной и компьютерной алгебры: учеб. пос.- М.: Академия, 2004.
3	Фадеев Д.К. Лекции по алгебре: учеб. пос. для вузов.- СПб: Лань, 2007.
4	Алферова, З.В. Алгебра и теория чисел. Учебно-методический комплекс / З.В. Алферова, Э.Л. Балюкевич, А.Н. Романников. - М.: Евразийский открытый институт, 2011. - 279 с. - ISBN 978-5-374-00535-6; То же [Электронный ресурс]. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90645 (11.01.2018).

в) информационные электронно-образовательные ресурсы**:**

№ п/п	Источник
5	Туганбаев, А.А. Линейная алгебра: учебное пособие / А.А. Туганбаев. - Москва: Флинта, 2012. - 74 с. - ISBN 978-5-9765-1407-2 ; То же [Электронный ресурс]. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=115141 (11.01.2018).

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Лободина Л.В. Элементы абстрактной и компьютерной алгебры: учеб.-метод. пос. – Борисоглебск: БГПИ, 2006.

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение, информационно-справочные системы и профессиональные базы данных

При реализации дисциплины применяется смешанное обучение с использованием ЭУК «Элементы абстрактной и компьютерной алгебры (ЭАиКА)» https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7382.

программное обеспечение:

–Win10 (или Win7), OfficeProPlus 2010
–браузеры: Yandex, Google, Opera, Mozilla Firefox, Explorer
–STDU Viewer version 1.6.2.0
–7-Zip
–GIMP GNU Image Manipulation Program
–Paint.NET
–Tux Paint
–Adobe Flash Player

информационно-справочные системы и профессиональные базы данных:

–Научная электронная библиотека – http://www.scholar.ru/;
–Федеральный портал Российское образование – http://www.edu.ru/;
–Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» http://window.edu.ru/;
–Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов – http://fcior.edu.ru;
–Лекции ведущих преподавателей вузов России в свободном доступе – https://www.lektorium.tv/;
–Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» – http://biblioclub.ru/.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Мультимедийное оборудование (проектор, ноутбук или стационарный компьютер, экран), компьютерный класс (компьютеры, объединенные в сеть с выходом в Интернет и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ВГУ и БФ).

19. Фонд оценочных средств:

19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
ПК-1 готовность реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов	Знать: – связь теоретических основ и технологических приёмов абстрактной и компьютерной алгебры с содержанием преподаваемых учебных предметов (*определения и свойства бинарных отношений на множестве, их связь с разбиениями множества; определения и свойства основных алгебраических структур; строение конечных полей (полей Галуа) и простых алгебраических расширений; основные алгоритмы сжатия, кодирования и декодирования информации*).	1. Бинарные отношения и их свойства 2. Алгебры, алгебраические системы 3. Теория делимости в кольце целых чисел 4. Кольцо многочленов от одной переменной 6. Расширения полей. Конечные поля	Контрольная работа Тест

	Уметь: – ставить познавательные цели учебной деятельности; – осуществлять самоконтроль и самооценку своих учебных достижений; – применять навыки владения ИКТ, проектной и исследовательской деятельностью в процессе изучения абстрактной и компьютерной алгебры.	1. Бинарные отношения и их свойства 2. Алгебры, алгебраические системы 3. Теория делимости в кольце целых чисел 4. Кольцо многочленов от одной переменной 5. Расширения полей. Конечные поля 6. Первоначальные представления о теории кодирования 7. Представление символьных данных в компьютере	Тест Комплекты индивидуальных заданий для практических работ Доклады, сообщения
	Иметь навыки: – исследовательской и проектной деятельности; – общепользовательской ИКТ-компетентности; – общепедагогической ИКТ-компетентности; – предметно-педагогической ИКТ-компетентности.	6. Первоначальные представления о теории кодирования 7. Представление символьных данных в компьютере	Комплекты индивидуальных заданий для практических работ Разноуровневые задания Тесты
ПК-4 способность использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов	Знать: – технологические приемы абстрактной и компьютерной алгебры, лежащие в основе построения различных моделей в экономике, социологии, эконометрике и т.д. (*связь бинарных отношений на множестве с разбиениями множества, основные алгоритмы сжатия, кодирования и декодирования информации*).	1. Бинарные отношения и их свойства 2. Алгебры, алгебраические системы 3. Теория делимости в кольце целых чисел 4. Кольцо многочленов от одной переменной 5. Расширения полей. Конечные поля 6. Первоначальные представления о теории кодирования 7. Представление символьных данных в компьютере	Доклады, сообщения Разноуровневые задания Тесты Контрольная работа
	Уметь: – использовать знание основ абстрактной и компьютерной алгебры для перевода информации с естественного языка на язык соответствующей предметной области и обратно (*определения и свойства бинарных отношений на множестве, их связь с разбиениями множества; определения и свойства основных алгебраических структур; строение конечных полей (полей Галуа) и простых алгебраических расширений)*; – применять теоретические знания абстрактной и компьютерной алгебры в описании процессов и явлений в различных областях	1. Бинарные отношения и их свойства 2. Алгебры, алгебраические системы 3. Теория делимости в кольце целых чисел 4. Кольцо многочленов от одной переменной 5. Расширения полей. Конечные поля 6. Первоначальные представления о теории кодирования 7. Представление символьных данных в компьютере	Доклады, сообщения Комплекты индивидуальных заданий для практических работ Разноуровневые задания Тесты

	знания (*описывать строение конечных расширений полей; представлять элементы полей Галуа конечными числовыми последовательностями и многочленами над двоичным полем; устанавливать связи понятий абстрактной и компьютерной алгебры с соответствующими понятиями математики и информатики и определять характер этих связей*); – использовать преимущества технологических приемов абстрактной и компьютерной алгебры при решении задач образовательной области «Математика и информатика» (*осуществлять кодирование и декодирование информации с помощью различных алгоритмов*); – осуществлять поиск и отбор информации, необходимой для решения конкретной задачи.		
	Владеть: – конструктивными умениями как одним из главных аспектов профессиональной культуры будущего учителя-предметника; – материалом абстрактной и компьютерной алгебры на уровне, позволяющем формулировать и решать задачи, возникающие в ходе учебной деятельности по преподаваемым предметам, а также в практической деятельности, требующие углубленных профессиональных знаний; – навыками формализации теоретических и прикладных практических задач (*применения математического аппарата абстрактной алгебры при постановке, анализе и решении задач теории кодирования*).	2. Алгебры, алгебраические системы 3. Теория делимости в кольце целых чисел 4. Кольцо многочленов от одной переменной 5. Расширения полей. Конечные поля 6. Первоначальные представления о теории кодирования 7. Представление символьных данных в компьютере	Разноуровневые задания Тесты
Промежуточная аттестация – зачёт с оценкой			Вопросы к зачёту с оценкой

19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на зачете с оценкой используются следующие показатели (ЗУНы из 19.1):
1) знание основ и закономерностей абстрактной и компьютерной алгебры;
2) умение связывать теорию с практикой;
3) владение навыками решения стандартных задач абстрактной и компьютерной алгебры.
Для оценивания результатов обучения на зачете с оценкой используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформирован	Шкала оценок

	ности компетенций	
Обучающийся в полной мере владеет теоретическими основами и технологическими приёмами абстрактной и компьютерной алгебры, способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований, применять теоретические знания для решения прикладных задач методами абстрактной и компьютерной алгебры.	*Повышенный уровень*	*Отлично*
Обучающийся владеет теоретическими основами и технологическими приёмами абстрактной и компьютерной алгебры, способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, применять теоретические знания для решения прикладных задач методами абстрактной и компьютерной алгебры.	*Базовый уровень*	*Хорошо*
Обучающийся владеет частично теоретическими основами и технологическими приёмами абстрактной и компьютерной алгебры, в ряде случаев затрудняется применять теоретические знания при решении задач абстрактной и компьютерной алгебры.	*Пороговый уровень*	*Удовлетвори-тельно*
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трем из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки при решении типовых задач либо не имеет представления о способе их решения.	–	*Неудовлетвори-тельно*

19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

19.3.1 Перечень вопросов к зачёту с оценкой:

1. Теория кодирования и её задачи. Теоремы Шеннона.
2. Алфавитное кодирование
3. Сжатие информации. Простейшие алгоритмы сжатия.
4. Общая характеристика помехоустойчивых кодов.
5. Линейные блоковые коды. Способы задания.
6. Стандартное расположение кода. Синдром.
7. Коды Хэмминга.
8. Циклические коды.
9. Матричное задание циклических кодов
10. Неприводимы многочлены. Разложение многочлена на неприводимые множители.
11. Поля Галуа и их строение.
12. Алгебраические и трансцендентные числа. Минимальный многочлен алгебраического числа.
13. Построение конечных полей в виде последовательностей чисел или в виде многочленов.
14. Простые и составные алгебраические расширения полей.

19.3.2 Комплекты заданий для практических работ (индивидуальных заданий)

Тема Первоначальные представления о теории кодирования

Задание 1. Зашифровать следующие фразы, используя:

a. шифр Цезаря со сдвигом вниз на 2 позиции;
b) кольцо классов вычетов по mod32;
c) ключевое слово из 6 букв;
d) шифр Тритемиуса с ключевым словом из предыдущего задания:

1. Человеку не хватает мудрости успокоиться на достигнутом.
2. Забота об излишнем часто соединяется с потерей необходимого.
3. Самый глупый может спросить больше, чем самый умный может ответить.
4. На всякого мудреца довольно простоты.
5. Мудр не тот, кто знает много, а тот, чьи знания полезны.
6. Разумный гонится не за тем, что приятно, а за тем, что избавляет от неприятностей.

7. Правители нуждаются в мудрецах значительно больше, чем мудрецы в правителях.
8. Интеллект - это то, что иногда встречается и у других.
9. Некоторые вещи недоступны человеческому уму, но мы не знаем какие.
10. Об уме человека легче судить по его вопросам, чем по его ответам.
11. Если умники обманывают ожидания, это еще не значит, что дураки спасут мир.
12. Тот, кто настойчиво повторяет, что он не дурак, обычно не полностью в этом уверен.
13. Гораздо легче стать умным, чем перестать быть дураком.

Задание 2. Построить для фразы из задания 1 код Шеннона – Фано.

Задание 3. Зашифровать текст, используя подстановочные шифры:

1. Чтоб мудро жизнь прожить, знать надобно немало,
Два важных правила запомни для начала:
Ты лучше голодай, чем что попало есть,
И лучше будь один, чем вместе с кем попало.

2. Общаясь с дураком, не оберёшься срама,
Поэтому совет ты выслушай Хайяма:
Яд, мудрецом тебе предложенный, прими,
Из рук же дурака не принимай бальзама.

3. Нет у мира начала, конца ему нет,
Мы уйдём навсегда - ни имён, ни примет.
Этот мир был до нас и вовеки пребудет,
После нас простоит ещё тысячу лет.

4. Я научу тебя, как всем прийтись по нраву,
Улыбки расточай налево и направо,
Евреев, мусульман и христиан хвали -
И добрую себе приобретёшь ты славу.

5. Счастье смелым даётся, не любит тихонь,
Ты за счастье и в воду иди и в огонь.
Перед богом равны и бунтарь и покорный,
Не зевай - своё счастье не проворонь.

6. Ты сегодня не властен над завтрашним днем,
Твои замыслы завтра развеются сном!
Ты сегодня живи, если ты не безумен.
Ты -- не вечен, как все в этом мире земном.

7. Всем сердечным движениям волю давай,
Сад желаний возделывать не уставай,
Звездной ночью блаженствуй на шелковой травке:
На закате -- ложись, на рассвете вставай.

8. Муж ученый, который мудрее муллы,
Но бахвал и обманщик, -- достоин хулы.
Муж, чье слово прочнее гранитной скалы, -
Выше мудрого, выше любой похвалы!

9. Утром роза раскрыла под ветром бутон,
И запел соловей, в ее прелесть влюблен.
Сядь в тени. Этим розам цвести еще долго,
Когда будет наш горестный прах погребен.

10. Меняем реки, страны, города…

Иные двери… Новые года…
А никуда нам от себя не деться,
А если деться — только в никуда..

11. Лучше впасть в нищету, голодать или красть,
Чем в число блюдолизов презренных попасть,
Лучше кости глодать, чем прельстица страстям,
За столом у мерзавцев, имеющих власть…

12. К тайнам ты не пускай подлеца — их скрывай,
И секреты храни от глупца — их скрывай,
Посмотри на себя меж людей проходящих,
О надеждах молчи до конца — их скрывай!

13. И с другом и с врагом ты должен быть хорош!
Кто по натуре добр, в том злобы не найдешь.
Обидишь друга — наживешь врага ты
Врага обнимешь — друга наживешь.

Задание 4. Построить код Шеннона - Фано для фразы:
1. Кукушка кукушонку купила капюшон, как в капюшоне кукушонок смешон.
2. Рапортовал, да не дорапортовал, а стал дорапортовывать – зарапортовался.
3. Ехал Грека через реку, видит Грека в реке рак.
4. Два щенка щека к щеке грызли щетку в уголке.
5. На дворе трава, на траве дрова, не руби дрова на траве двора.
6. Либо дождик, либо снег, либо будет, либо нет.
7. Шла Саша по шоссе и сосала сушку.
8. Шел козел с косой козой, шла коза с босым козлом.
9. Сшит колпак не по-колпаковски, никто его не переколпакует, не перевыколпакует.
10. Корабли лавировали, лавировали, да не вылавировали.
11. Мачо на ранчо в пончо ест лечо и харчо.
12. Рубль девальвировал, девальвировал, да не выдевальвировал.
13. Слабый пол сильнее сильного в силу слабости сильного пола к слабому.

Задание 5. Определить частоты появления букв в поговорке, построить кодовое дерево и код Хаффмена, найти среднюю длину кодовых слов для фразы из задания 4.

Темы Бинарные отношения и их свойства. Алгебры, алгебраические системы

Задача 1. Рассмотрим множество G монотонных строго возрастающих числовых функций на отрезке [1,−1] и введем на этом множестве операцию композиции функций:

$$(\forall f, g \in G):\quad (f * g)(x) = f(g(x)),\ x \in [-1, 1].$$

Покажите, что $<G, *>$ — группа. Что является нейтральным элементом этой группы? Что представляет собой обратный элемент?

Задача 2. (Группа переключателей). Назовем *переключателем* электрическую схему, имеющую три входа и три выхода, соединенные попарно в некотором порядке. Таких переключателей всего шесть (рис.1).

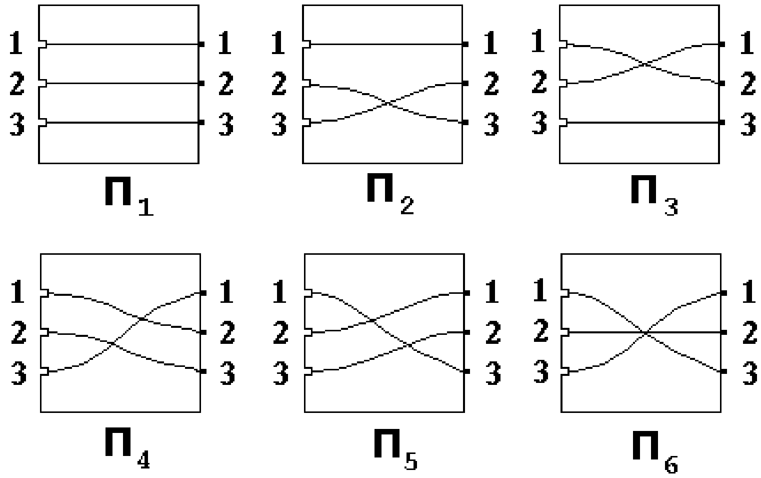


Рис. 1. Шесть переключателей

На множестве переключателей определим операцию «*» соединения переключателей.

Например, в результате соединения переключателей $П_2$ и $П_3$ (рис. 2) вход 1 будет соединен с выходом 2, вход 2 - с выходом 3, вход 3 - с выходом 1. Точно такое же соответствие между входами и выходами осуществляет переключатель $П_5$.

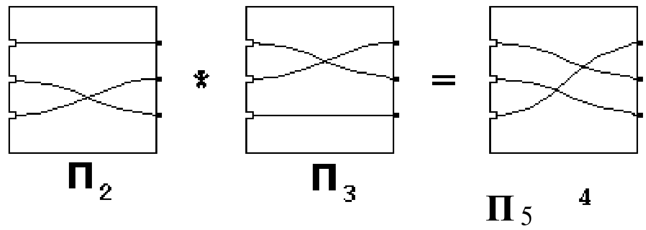


Рис.2. Результат соединения двух переключателей

Поэтому можно записать: $П_2 * П_3 = .\ П_5$.

Доказать, что множество переключателей относительно операции «*» соединения переключателей образует группу. Будет ли эта группа абелевой?

Задача 3 (о наследовании признака).

(Занимательная задача, связанная со свойствами бинарных алгебраических операций)

Пусть имеется конечное множество *M* простейших существ, каждое из которых обладает одним из признаков *A, B, C*. Пусть, например, эти признаки характеризуют форму глаз: соответственно круглые, квадратные и треугольные. Известно, что в результате слияния двух существ *X* и *Y* получается одно новое существо *Z*. При этом наследование формы глаз осуществляется по закону «*» описанному таблицей на рисунке 5.

	●	■	▲
●	●	■	▲
■	■	▲	●
▲	▲	●	■

Рис. 5. Таблица для операции наследования

В результате эволюции существ остается одно существо.

Доказать, что форма глаз оставшегося существа не зависит от того, в каком порядке сливаются существа.

Задача 4. К кубику Рубика применили последовательность поворотов. Доказать, что применяя ее несколько раз, можно привести кубик в начальное состояние.

Задача 5. Доказать, что множество всех наборов фиксированной длины *n,* составленных из 0 и 1, образует аддитивную группу по операции суммирования по модулю два. Что представляет собой элемент, противоположный произвольному элементу а этой группы?

Задача 6. Всякий изоморфизм групп является биективным отображением одной группы на другую. Верно ли, что всякое биективное отображение одной группы на другую является их изоморфизмом?

Задача 7. Восстановить цепочку понятий между понятиями «отображение» и «изоморфизм групп», в которой каждое следующее понятие образуется из предыдущего через видовое отличие.
Задача 8. Доказать, что алгебраические системы изоморфны:

$$2Z = <\{0, 2, ..., 2n, ...\}; +; \quad > \text{ и } 3Z = <\{0, 3, ..., 3n, ...\}; +; \quad >.$$

Задача 9. Доказать, что алгебраические системы не изоморфны:
a) $<\mathbf{N}; + >$ и $<\mathbf{Z}; + >$;
b) $<\mathbf{R}; + >$ и $<\mathbf{Q}; + >$;
c) $<\mathbf{Z}; (+ \bmod 3) >$ и $<\mathbf{Z}; * \ (\cdot \bmod 3) >$ (*сложение и умножение по mod3 на множестве Z).*
Задача 10. Проверить, изоморфны или нет алгебраические системы:
a) $<\mathbf{Z}; + >$ и $<\mathbf{Z}; - >$;
b) $<\mathbf{Z}; +; \quad >$ и $<\mathbf{Z}; +; \quad >$;
c) $<\mathbf{Z}; -; \quad >$ и $<\mathbf{Z}; -; \quad >$;
d) $<\mathbf{Z}; \cdot; \quad >$ и $<\mathbf{Z}; \cdot; \quad >$.

Тема Теория делимости в кольце целых чисел

Задача 1. Пусть a, b, c, d - различные цифры. Доказать, что число cdcdcdcd не делится на число aabb.`
Задача 2. Число при некоторой перестановке своих цифр удваивается. Доказать, что оно делится на 9.
Задача 3. Найти натуральные числа, дающие при делении на 2, 3, 4, 5 и 6 остаток 1 и, кроме того, делящиеся на 7.
Задача 4. Фишка стоит на одном из полей бесконечной в обе стороны клетчатой полоски бумаги. Она может сдвигаться на m полей вправо или на n полей влево. При каких m и n она сможет переместиться в соседнюю справа клетку? За какое наименьшее число ходов она сможет это сделать?
Задача 5. Генерал построил солдат в колонну по 4, но при этом солдат Иванов остался лишним. Тогда генерал построил солдат в колонну по 5. И снова Иванов остался лишним. Когда же и в колонне по 6 Иванов оказался лишним, генерал посулил ему наряд вне очереди, после чего в колонне по 7 Иванов нашел себе место и никого лишнего не осталось. Сколько солдат могло быть у генерала?
Задача 6. Пусть a, m, n - натуральные числа, a>1.
Доказать, что:

$$\text{а) НОД}\left(\frac{a^m - 1}{a - 1}, a-1\right) = \text{НОД}(m, a-1)$$

$$\text{б) НОД}(a^m-1, a^n-1) = \text{НОД}a^{(m,n)}-1.$$

Задача 7. Доказать, что

$$\text{НОД}(a,b)= \text{НОД}(5a+3b,\ 13a+8b).$$

Задача 8. Пусть d и m - натуральные числа. Доказать, что система уравнений

$$\begin{cases} НОД(x, y) = d; \\ НОК(x, y) = h \end{cases}$$

разрешима тогда и только тогда, когда m делится на d.
Задача 9. Доказать, что если НОК(a, a+5)=НОК(b, b+5), где a и b – натуральные числа, то a = b.
Задача 10. Может ли НОК(a, b) = НОК(a+c, b+c), если a, b, c – натуральные числа?
Задача 11. На юбилей 57 школы Московский Монетный Двор выпустил юбилейные монеты достоинством в 57 копеек. А на юбилей 239 школы монеты достоинством в 239 копеек выпустил Санкт-Петербургский Монетный Двор. Чтобы никому не было обидно, количество денег, выпущенных оба раза, было одинаково. Смогут ли Олег и 36 его друзей разделить все выпущенные монеты так, чтобы каждому досталось одинаковое количество монет?
Задача 12. Пусть d = НОД(1819, 3587). Найти d и целые числа x, y такие, что:

$$1819x+3587y=d .$$

Задача 13. Записать в виде конечной цепной дроби:

$$\text{a) } \frac{135}{279};\ \text{b) } \frac{103993}{33102};\ \text{c) } 2{,}98976;\ \text{d) } -\frac{187}{63}.$$

Задача 14. Разложить простую дробь в цепную дробь и найти ее подходящие дроби.

$$\text{a) } \frac{247}{74};\ \text{b) } \frac{333}{100};\ \text{c) } \frac{103993}{33102};\ \text{d) } \frac{77}{187}$$

Задача 15. Сократить дробь:

$$a)\ \frac{3953}{871};\ b)\ \frac{10027}{32671};\ c)\ \frac{11281}{6583}.$$

Задача 16. Найдите первые четыре подходящие дроби разложения в цепную дробь числа π =3,14159265…

Задача 17. Преобразуйте в обыкновенную дробь следующие цепные дроби:
a) (2, 1, 1, 2, 1, 6, 2, 5); b) (2, 3, 1, 6, 4); c) (1, 3, 2, 4, 3, 1, 1, 1, 5);
d) (0, 3, 1, 2, 7).

Задача 18. Разложить в цепную дробь и заменить подходящей дробью с точностью до 0,001 следующие числа:

a) $\sqrt{5}$; b) $\sqrt{32}$; c) $\frac{1321}{382}$; d) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$.

Задача 19. Найти действительные числа, которые обращаются в данные цепные дроби: a) [4; 3, 2, 1]; b) [0; 2, 1].

Задача 20. Решить в целых числах уравнения:

a) 143x+169y=5; b) 2x+5y=7; c) 23x+49y=53;
d) 127x - 52y + 1 = 0; e) 6x + 10y - 7z = 11.

Задача 21. Разложите число 150 на два положительных слагаемых, одно из которых кратно 11, а второе – 17.

Задача 22.

Решить уравнения Пелля: a) $x^2-26y^2=1$; b) $x^2-19y^2=1$.

Задача 23. Пусть p и q - простые числа, большие 3. Доказать, что p^2-q^2 делится на 24.

Задача 24. Доказать, что доля любого натурального n>2, одно из чисел 2^n-1 или 2^n+1 является составным.

Задача 25. Какие цифры надо поставить вместо звездочек, чтобы число 454** делилось на 2, 7 и 9?

Задача 26. На столе лежат книги, которые надо упаковать. Если их связать в одинаковые пачки по 4, по 5 или по 6 книг, то каждый раз останется одна лишняя книга, а если связать по 7 книг в пачку, то лишних книг не останется. Какое наименьшее количество книг может быть на столе?

Задача 27. На какие натуральные числа можно сократить дробь $\frac{3m-n}{5n+2m}$, если известно, что она сократима и что числа *m* и *n* взаимно просты.

Задача 28. Доказать, что всякое число вида 19 8^n +17, где n=1,2,3,… - составное.

Задача 29 (о Восточном календаре). В китайской натурофилософии выделяются пять первоэлементов природы — дерево, огонь, металл, вода и земля, которым соответствуют пять цветов — синий (или зеленый), красный, белый, черный и желтый. В восточном календаре с древних времен используется 12-летний животный цикл так, что каждому из 12 годов в цикле соответствует одно из животных. Кроме того, каждый год проходит под покровительством одной из стихий и окрашивается в один из цветов:

- годы, оканчивающиеся на 0 и 1 — годы металла (цвет белый);
- годы, оканчивающиеся на 2 и 3 — это годы воды (цвет черный);
- годы, оканчивающиеся на 4 и 5 — годы дерева (цвет синий);
- годы, оканчивающиеся на 6 и 7 — годы огня (цвет красный);
- годы, оканчивающиеся на 8 и 9 — годы земли (цвет желтый).

В 60-летнем календарном цикле каждое животное возникает 5 раз. С помощью китайской теоремы об остатках объясните, почему оно все 5 раз бывает разного цвета.

Задача 30. Найдите наименьшее натуральное число, половина которого — квадрат, треть — куб, а пятая часть — пятая степень.

Задача 31. Целые числа a и b таковы, что 56a = 65b. Докажите, что a + b - составное число.

Задача 32. Существуют ли натуральные числа такие, что дроби $\frac{a}{b}, \frac{a+1}{b}, \frac{a+1}{b+1}$ несократимы?

Задача 33. Доказать, что (bc, ac, ab) делится на $(a, b, c)^2$.

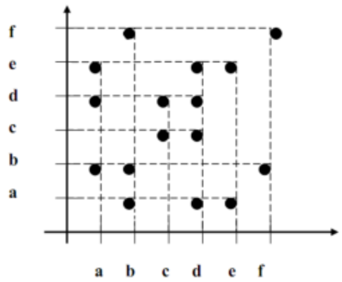
Задача 34. Известно, что a^2+b^2 делится на ab, где a и b - натуральные числа. Доказать, что a=b.

Задача 35. Хозяйка испекла для гостей пирог. За столом может оказаться либо p человек, либо q (p и q взаимно просты). На какое минимальное количество кусков (не обязательно равных)

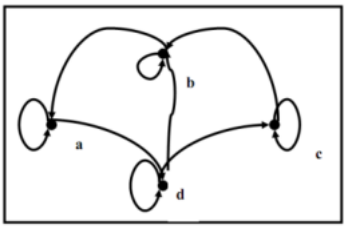
нужно заранее разрезать пирог, чтобы в любом случае его можно было раздать поровну?
Задача 36. Фома и Ерема нашли на дороге по пачке 11-рублевок. Фома выпил 3 стакана чая, съел 4 калача и 5 бубликов. Ерема выпил 9 стаканов чая, съел 1 калач и 4 бублика. Стакан чая, калач и бублик стоят по целому числу рублей. Фома может расплатиться 11-рублевками без сдачи. Покажите, что это может сделать и Ерема.

Тема Бинарные отношения и их свойства

Задача 1. На множестве A = {1, 2, 3, 4} задано бинарное отношение α. Какими свойствами оно обладает:
α = {<1, 1>, <2, 2>, <3, 3>, <4, 4>, <1, 4>, <4, 1>, <3, 2>, <2, 3>}?
Построить граф и график отношения α.
Задача 2. По графику отношения α определить множество A, на котором оно задано, и свойства этого отношения:



Задача 3. Построить граф бинарного отношения из задачи 2. Как нужно изменить этот граф, чтобы отношение стало рефлексивным; симметричным?
Задача 4.
По графу бинарного отношения определить его свойства:



Задача 5. Если множество A, на котором задано бинарное отношение α, конечно, то задать это отношение можно с помощью квадратной матрицы порядка n, где n – число элементов в множестве A. На пересечении i-й строки и j-го столбца этой матрицы стоит 1, если пара <a, b> $\in \alpha$, где a – элемент множества A с номером i, b – элемент с номером j, и 0 в противном случае.
Построить матрицу бинарного отношения α из задач 1 и 2.
Задача 6. По виду матрицы Δ определить бинарное отношение α, заданное на множестве A = {a, b, c, d}, и свойства этого бинарного отношения:

$$\Delta = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Задача 7. Как выглядит матрица бинарного отношения α, если оно:
a) рефлексивно; b) симметрично; c) антисимметрично; d) асимметрично?
Задача 8. Считая X множеством всех ныне живущих людей на планете Земля, для следующих бинарных отношений, заданных на X, проверить выполнение следующих свойств (рефлексивность, антирефлексивность, симметричность, анти симметричность, асимметричность, транзитивность):
a) "человек *x* является потомком человека *y*";
b) " человек *x* является внуком человека *y* ";
c) " человек *x* состоит в браке с человеком *y* ";
d) " человек *x* является отцом (или матерью) такого же числа детей, что и человек *y*";
e) "человек *x* хотя бы раз в жизни думал о человеке *y*".

Задача 9. Пусть X — множество населенных пунктов на планете Земля. Какими свойствами обладают следующие бинарные отношения:
a) "населенный пункт *x* расположен восточнее пункта *y* ";
b) «населенный пункт *x* расположен в том же государстве, что и пункт *y* ".
Задача 10. Приведите пример бинарного отношения, не удовлетворяющего
a) ни свойству рефлексивности, ни свойству антирефлексивности;
b) ни свойству симметричности, ни свойству асимметричности.
Задача 11. Какими свойствами обладает бинарное отношение σ на множестве A, если:
a) $A = N$ и $<a, b> \in \sigma \Leftrightarrow a < 2b$;
b) $A = N$ и $<a, b> \in \sigma \Leftrightarrow (a + b)$ делится на 2;
c) $A = N$ и $<a, b> \in \sigma \Leftrightarrow a = b^2$;
d) $A = Z$ и $<a, b> \in \sigma \Leftrightarrow |a – b| = 1$;
e) $A = Z$ и $<a, b> \in \sigma \Leftrightarrow (a – b)$ делится на 3;
f) $A = R$ и $<a, b> \in \sigma \Leftrightarrow b = 2a + 3$;
Задача 12. Какие из бинарных отношений, приведенных в задачах 8 - 11, являются отношениями эквивалентности? Что представляют собой классы эквивалентности по каждому из отношений? Построить разбиение, соответствующее каждому из отношений эквивалентности.
Задача 13. Какое отношение эквивалентности задает каждое из следующих разбиений множества целых чисел:
a) классов разбиения бесконечное множество и в каждом классе содержится ровно одно целое число;
b) классов разбиения бесконечное множество и в каждом классе содержатся числа a и -a;
c) классов разбиения три: $\{x \in Z \mid x > 0\}$; $\{x \in Z \mid x < 0\}$; $\{0\}$;
d) классов разбиения два: $\{x \in Z \mid x \ge 0\}$; $\{x \in Z \mid x \le 0\}$?
Задача 14. Построить по данному отношению эквивалентности σ разбиение множества M = {a, b, c, d}, если:
a) $\sigma = \{<a, a>; <b, b>; <c, c>; <d, d>; <a, c>; <c, a>\}$;
b) $\sigma = \{<a, a>; <b, b>; <c, c>; <d, d>; <a, c>; <c, a>; <b, d>; <d, b>\}$;
c) $\sigma = \{<a, a>; <b, b>; <c, c>; <d, d>; <a, b>; <b, a>; <c, d>; <d, c>\}$;
d) $\sigma = \{<a, a>; <b, b>; <c, c>; <d, d>; <d, c>; <c, d>; <a, d>; <d, a>\}$.
Задача 15. Построить по данному разбиению множества M = {a, b, c, d} отношение эквивалентности σ, если:
a) $M_1 = \{a\}$; $M_2 = \{b, c\}$; $M_3 = \{d\}$; b) $M_1 = \{a, d\}$; $M_2 = \{b\}$; $M_3 = \{c\}$;
c) $M_1 = \{a\}$; $M_2 = \{b\}$; $M_3 = \{c, d\}$;
d) $M_1 = \{a\}$; $M_2 = \{b\}$; $M_3 = \{d\}$; $M_4 = \{c\}$.
Задача 16. Сколько различных отношений эквивалентности можно задать на множестве M, если:
a) M = {a, b, c, d}; b) M = {1, 2, 3} ?
Задача 17. Какие из бинарных отношений, приведенных в задачах 8 - 11, являются отношениями порядка? Какими свойствами обладает каждое из отношений порядка?
Задача 18. Расположите следующие понятия по порядку по принципу: содержание каждого последующего понятия шире, чем содержание предыдущего:
a) бинарное отношение, рефлексивное отношение, декартов квадрат множества, отношение эквивалентности;
b) бинарное отношение, отношение строгого порядка, отношение порядка, транзитивное отношение, отношение линейного строгого порядка.
Задача 19. В отделе кадров некоторого предприятия составляют таблицу, в которой в первом столбце содержатся фамилии и инициалы работников, а во втором - серии и номера их паспортов. Можно ли утверждать, что такая таблица задает отображение множества работников предприятия на множество кодов, под которыми понимаются номера и серии их паспортов? Если да, то будет ли это отображение инъекцией, сюръекцией, биекцией?
Задача 20. Проверить, является ли бинарное отношение f отображением, и если да, то обладает ли оно свойствами инъективности, сюръективности, биективности:
a) $f = \{<x, y> \in R \times R \mid 2x + 3y = 12\}$;
b) $f = \{<x, y> \in R \times R \mid x + y = x^2\}$;
c) $f = \{<x, y> \in R \times R^+ \mid y = \sqrt{10^{\lg x^2}}\}$;

d) $f = \{<x, y> \in R \times R \mid y = x^2 - 4x + 2\}$;

e) $f = \{<x, y> \in R \times R \mid y = \sqrt{x^2} - 5\}$;

f) $f = \{<x, y> \in R \times R \mid y + x = x^3\}$.

Задача 21. Доказать, что:

а) между двумя конечными множествами можно установить сюръективное отображение тогда и только тогда, когда они состоят из одинакового числа элементов;

б) всякое сюръективное отображение конечного множества A на конечное множество B является биективным.

Задача 22. Найдите области определения и области значений следующих функций:

a) $f(x) = -x^2 + 6x - 5$; b) $f(x) = \cos 2x + 3\sin 2x$; c) $f(x) = \dfrac{2\operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$;

d) $f(x) = \dfrac{1 - \operatorname{tg}^2 x}{2\operatorname{tg} x}$; e) $f(x) = x + \dfrac{1}{x}$; f) $f(x) = \sin(\arcsin x)$;

g) $f(x) = \arcsin(\sin x)$; h) $f(x) = 2^{\log_2 x}$; i) $f(x) = (\sqrt{x})^2$;

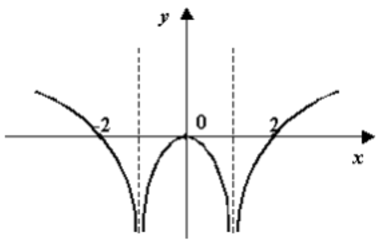
j) $f(x) = \sqrt{x^2}$; k) $f(x) = \sqrt{-x^2}$; l) $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$.

Какие из этих функций из области являются биекциями?

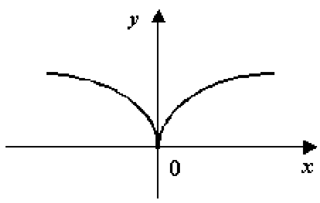
Задача 23. Доказать, что если существует биективное отображение множества на его собственное подмножество, то это множество бесконечно.

Задача 24. По виду графика определить, является ли соответствующая функция инъекцией, сюръекцией, биекцией:

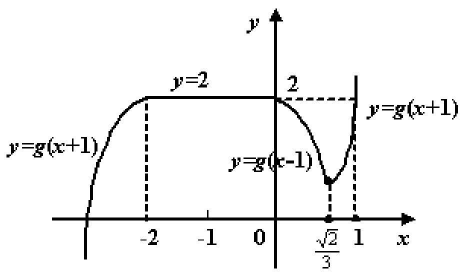
a)



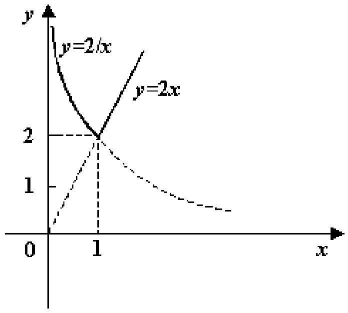
b)



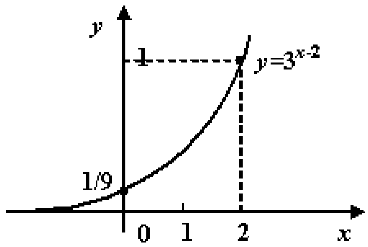
c)



d)



е)



19.3.3 Комплект тестовых заданий

Тест для самопроверки

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов
1.	Всякое подмножество декартова квадрата множества А – это:	а) бинарное отношение на А; б) отображение из А в А; в) унарное отношение на А; г) бинарная операция на А.
2.	Если для любых элементов $a,b,c \in A$ выполняется условие: $(<a,b> \in \rho \quad и \quad <b,c> \in \rho) \Rightarrow <a,c> \in \rho$, то бинарное отношение ρ, заданное на А, называется:	а) симметричным; б) антисимметричным; в) транзитивным; г) рефлексивным.
3.	Операция "$\circ$" является алгебраической на множестве А, если:	а) $(\forall a,b \in A)(a \circ b \in A)$; б) $(\forall a \in A)(a \circ a \in A)$; в) каждый элемент из А имеет обратный; г) $(\forall a,b \in A)(a \circ b \notin A)$.
4.	Операция вычитания на множестве Z обладает свойством:	а) алгебраичности; б) коммутативности; в) ассоциативности; г) коммуникативности.
5.	Чтобы множество А с заданной на нем бинарной алгебраической операцией являлось группой, необходимо, чтобы операция была:	а) ассоциативной; б) коммутативной; в) обратимой; г) дистрибутивной относительно самой себя.
6.	В каждой группе существует и притом единственный	а) нейтральный элемент; б) обратный элемент; в) ненулевой элемент; г) идемпотент.
7.	Чтобы отображение было обратимо, необходимо и достаточно, чтобы оно было:	а) инъективно; б) биективно; в) сюръективно; г) просто было отображением.
8.	Разбиение множества натуральных чисел образуют подмножества:	а) четных чисел и нечетных чисел; б) простых чисел и составных чисел; в) чисел, кратных 3 и чисел, кратных 5.

9.	Среди колец классов вычетов $Z_3, Z_6, Z_7, Z_9 \quad и \quad Z_{10}$ полями являются:	а) Z_3, Z_6, Z_{10}; б) Z_3, Z_7, Z_9; в) Z_3, Z_7; г) Z_3, Z_7, Z_{10}.
10.	Бинарное отношение на множестве А называется отношением эквивалентности, если оно:	а) рефлексивно, асимметрично и транзитивно; б) антирефлексивно, симметрично и транзитивно; в) рефлексивно, симметрично и транзитивно; г) рефлексивно, антисимметрично и транзитивно.
11.	Если для любых элементов $a,b \in A$ выполняется условие: $(<a,b> \in \rho \quad и \quad <b,a> \in \rho) \Rightarrow a=b$, то бинарное отношение ρ, заданное на А, называется:	а) симметричным; б) антисимметричным; в) транзитивным; г) рефлексивным.
12.	Если выполняется условие: $(\forall a,b \in A)(a \circ b = b \circ a)$, то операция $"\circ"$ на А называется:	а) ассоциативной; б) коммуникативной; в) коммутативной; г) удовлетворяющей переместительному закону.
13.	В каждой группе операция	а) коммутативна; б) сократима; в) обратима; г) ассоциативна.
14.	В кольце классов вычетов по составному модулю $(\bmod m)$:	а) нет обратимых элементов; б) есть единственный обратимый элемент; в) обратимы те вычеты, которые в произведении дают вычет, равный $\overline{1}$; г) все элементы обратимы.
15.	Бинарное отношение на множестве А называется отношением строгого порядка, если оно:	а) антирефлексивно, асимметрично и транзитивно; б) рефлексивно, асимметрично и транзитивно; в) рефлексивно, симметрично и транзитивно; г) рефлексивно, антисимметрично и транзитивно.
16.	Декартово произведение множеств А и В– это:	а) совокупность упорядоченных пар вида $<a,b>, \quad a \in A, b \in B$; б) множество упорядоченных пар вида $<a,b>, \quad a \in A, b \in B$; в) совокупность пар вида $(a,b), \quad a,b \in B$; г) множество пар вида $<b,a>, \quad a \in A, b \in B$.
17.	Если выполняется условие: $(\forall a,b,c \in A)((a \circ b) \circ c = a \circ (b \circ c))$, то операция $"\circ"$ на А называется:	а) ассоциативной; б) коммуникативной; в) коммутативной; г) удовлетворяющей сочетательному закону.
18.	Если для любых элементов $a,b \in A$ выполнение условия $<a,b> \in \rho$, никогда не влечет за собой выполнение условия $<b,a> \in \rho$, то бинарное отношение ρ, заданное на А, называется:	а) симметричным; б) антисимметричным; в) транзитивным; г) асимметричным.
19.	В каждом кольце операция умножения	а) коммутативна; б) сократима; в) алгебраическая; г) ассоциативна.
20.	В каждом поле:	а) нейтральные элементы по «+» и «·» совпадают; б) есть по крайней мере, два элемента: 1 и 0; в) операция «·» двусторонне сократима.

21.	Если в группе $<G,\circ>$ найдётся такой элемент g, всеми степенями которого исчерпываются все элементы группы, то можно сделать вывод:	а) G – бесконечная группа; б) g – элемент бесконечного порядка; в) G – циклическая группа; г) g – нейтральный элемент в группе G.
22.	Соответствие $f: Z \to Z \quad (\forall x \in Z) f(x) = -x$:	а) не является отображением; б) является биекцией; в) обратимо; г) не сюръективно.
23.	В кольце классов вычетов по составному модулю $(\operatorname{mod} m)$:	а) нет делителей 0; б) все вычеты – делители 0; в) делители 0 – вычеты, которые в произведении дают вычет, равный $\operatorname{mod} m$.
24.	Бинарное отношение на множестве А называется отношением нестрогого порядка, если оно:	а) антирефлексивно, асимметрично и транзитивно; б) рефлексивно, асимметрично и транзитивно; в) рефлексивно, симметрично и транзитивно; г) рефлексивно, антисимметрично и транзитивно.
25.	Множество всех элементов, которые принадлежат множеству А и не принадлежат множеству В, называется	а) объединением множеств А и В; б) разностью множеств А и В; в) разностью множеств В и А; г) пересечением множеств А и В.
26.	Если выполняется условие: $(\exists e \in A)(\forall a \in A)(a \circ e = a)$, то говорят, что операция "$\circ$" на А:	а) обладает нейтральным элементом; б) обладает левым нейтральным элементом; в) обладает правым нейтральным элементом; г) является обратимой.
27.	В каждом поле операция умножения	а) коммутативна; б) сократима; в) алгебраическая; г) дистрибутивна относительно самой себя.
28.	Если для любого элемента $a \in A$ выполняется условие $(<a,a> \in \rho$, то бинарное отношение ρ, заданное на А, называется:	а) симметричным; б) асимметричным; в) транзитивным; г) рефлексивным.
29.	В каждом кольце коммутативна операция	а) умножения; б) сложения; г) вычитания; г) деления.
30.	Если в группе $<G,\circ>$ найдётся такой элемент g, всеми степенями которого исчерпываются все элементы группы, то можно сделать вывод:	а) G – бесконечная группа; б) элемент g порождает группу G; в) G – циклическая группа; г) g –элемент конечного порядка.
31.	Кольцо классов вычетов по модулю $(\operatorname{mod} m)$ образует поле тогда и только тогда, когда:	а) m – простое число; б) m – не простое число; в) m – составное число; г) m – четное число.
32.	Бинарное отношение ρ на множестве А называется отношением линейного порядка, если:	а) для любых элементов a и b из А выполняется одно и только одно из условий $a = b$ *или* $a\rho b$ $b\rho a$; б) для любых элементов a и b из А выполняется хотя бы одно из условий $a = b$ *или* $a\rho b$ $b\rho a$; в) для любых элементов a и b из А выполняются хотя бы два из условий $a = b$ *или* $a\rho b$ $b\rho a$.

33.	На множестве из 3 элементов можно задать ровно	а) 4 различных разбиения; б) 5 различных разбиений; в) 3 различных разбиения; г) 2^3 различных разбиений.
34.	Бинарное отношение ß на множестве А называется антисимметричным, если:	а) $(\forall a,b \in A)(<a,b> \in \beta \quad \Rightarrow \quad <b,a> \in \beta$; б) $(\forall a,b \in A)(<a,b> \in \beta, <b,a> \in \beta$ $\Rightarrow \quad a=b)$; в) $(\exists a,b \in A)(<a,b> \in \beta \quad \Rightarrow \quad <b,a> \in \beta$
35.	Если группа $<G,\circ>$ конечна и g – её элемент, то:	а) порядок группы делится на порядок g ; б) порядок группы не делится на порядок g ; в) порядок g делит порядок группы; г) g – элемент конечного порядка.

19.3.4 Перечень заданий для контрольных работ

Контрольная работа № 1
Вариант 1

Тема Алгебры, алгебраические системы
Задание 1. Доказать, что множество А образует абелеву группу по операции обычного сложения, если:

$$A = \{a + b\sqrt{3} \mid a,b \in Q\}.$$

Тема Теория делимости в кольце целых чисел
Задание 2. Доказать, что числа $27x+4$ и $18x+3$ взаимно простые при любом натуральном x.

Темы Расширения полей. Конечные поля
Задание 3. Найти все элементы поля Галуа $GF(5)$.

Тема Расширения полей
Задание 4. Описать строение расширения поля рациональных чисел $Q(\alpha)$, если $\alpha = \sqrt{2-\sqrt{5}}.$

Тема Кольцо многочленов от одной переменной
Задание 5.(дополнительное). Определить λ так, чтобы один из корней уравнения $x^3 - 7x + \lambda = 0$ равнялся удвоенному другому.

Вариант 2

Тема Алгебры, алгебраические системы
Задание 1. Доказать, что множество А квадратных матриц второго порядка образует абелеву группу по операции сложения матриц, если:

$$A = \left\{ \begin{bmatrix} a & 3b \\ b & a \end{bmatrix} \mid a,b \in Z \right\}.$$

Тема Кольцо многочленов от одной переменной
Задание 2. Построить многочлены наименьшей степени, который имеет двойной корень 1, простые корни 2 и $1+i$ над полями С и R.

Темы Расширения полей. Конечные поля
Задание 3. Найти все элементы поля Галуа $GF(6)$.

Тема Расширения полей
Задание 4. Описать строение расширения поля рациональных чисел $Q(\alpha)$, если $\alpha = \sqrt[3]{3}$

Тема Кольцо многочленов от одной переменной
Задание 5.(дополнительное). Образуют ли корни уравнения $8x^3 - 12x^2 - 2x + 3 = 0$ арифметическую прогрессию?

Вариант 3

Тема Алгебры, алгебраические системы
Задание 1. Доказать, что множество А квадратных матриц второго порядка образует абелеву группу по операции сложения матриц, если:

$$A=\left\{\begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix} \mid a,b\in Z\right\}.$$

Тема Кольцо многочленов от одной переменной

Задание 2. Построить многочлен с действительными коэффициентами наименьшей степени со старшим коэффициентом 1, имеющий корни $1,\ 2,\ 3i$.

Темы Расширения полей. Конечные поля

Задание 3. Найти все элементы поля Галуа $GF(7)$.

Тема Расширения полей

Задание 4. Описать строение расширения поля рациональных чисел $Q(\alpha)$, если $\alpha=\sqrt{2}-\sqrt{5}$

Тема Кольцо многочленов от одной переменной

Задание 5.(дополнительное). В уравнении $x^2-2x+c=0$ определить значение c , при котором его корни x_1 $и$ x_2 удовлетворяют условию $7x_2-4x_1-47$.

Вариант 4

Тема Алгебры, алгебраические системы

Задание 1. Доказать, что множество А образует абелеву группу по операции обычного сложения, если:

$$A=\{a+b\sqrt{5} \mid a,b\in Q\}.$$

Тема Алгебры, алгебраические системы

Задание 2. Какими свойствами обладает алгебраическая операция $\circ$ на множестве А, если

$$A=Z,\ (\forall a,b\in Z)(a\circ b=a+b+3).$$

Темы Расширения полей. Конечные поля

Задание 3. Найти все элементы поля Галуа $GF(7)$.

Тема Кольцо многочленов от одной переменной

Задание 4. Построить многочлены наименьшей степени по данным корням: простой корень 3, двойной корень $2-i$ над полями C и R.

Тема Кольцо многочленов от одной переменной

Задание 5.(дополнительное). Не решая уравнения $x^2-(2a+1)x+a^2+2=0,$ найти, при каком значении a один из корней в 2 раза больше другого.

Контрольная работа № 2

Вариант 1

Тема Алгебры, алгебраические системы

Задание 1. Вычислить:

$$\frac{(1+i)^5\cdot(\sqrt{3}+i)^{10}}{(1-i)^4\cdot(1-i\sqrt{3})^{11}}.$$

Тема Расширения полей

Задание 2. Описать строение алгебраического расширения поля Q(α), если

$\alpha=\sqrt{2+\sqrt{3}}$.

Тема Первоначальные представления о теории кодирования

Задание 3. Построить таблицу кодовых слов, систему характеристических уравнений порождающую (проверочную) матрицу для группового $(n,k)-$кода, если

$n=7,\quad k=4$.

Тема Первоначальные представления о теории кодирования

Задание 4. Найти основные характеристики кода, построить проверочную матрицу и систему проверочных уравнений для кода Хэмминга, если

$n=11,\quad k=7$.

Вариант 2

Тема Алгебры, алгебраические системы

Задание 1. Вычислить:

$$\frac{(1-i)^7 \cdot (-\sqrt{3}-i)^{12}}{(1+i)^{15}}.$$

Тема Расширения полей

Задание 2. Описать строение алгебраического расширения поля Q(α), если

$\alpha = \sqrt[4]{7}$.

Тема Первоначальные представления о теории кодирования

Задание 3. Построить таблицу кодовых слов, систему характеристических уравнений порождающую (проверочную) матрицу для группового $(n,k)-$кода, если

$n=7, \quad k=3$.

Тема Первоначальные представления о теории кодирования

Задание 4. Найти основные характеристики кода, построить проверочную матрицу и систему проверочных уравнений для кода Хэмминга, если

$n=11, \quad k=7$.

Вариант 3

Тема Алгебры, алгебраические системы

Задание 1. Вычислить:

$$\frac{(1+i)^{124}}{(1-i)^{98} \cdot (-i) \cdot (1+i)^{98}}.$$

Тема Расширения полей

Задание 12. Описать строение алгебраического расширения поля Q(α), если

$\alpha = \sqrt{3+2\sqrt{2}}$.

Тема Первоначальные представления о теории кодирования

Задание 3. Построить таблицу кодовых слов, систему характеристических уравнений порождающую (проверочную) матрицу для группового $(n,k)-$кода, если

$n=9, \quad k=4$.

Тема Первоначальные представления о теории кодирования

Задание 4. Найти основные характеристики кода, построить проверочную матрицу и систему проверочных уравнений для кода Хэмминга, если

$n=9, \quad k=5$.

Вариант 4

Тема Алгебры, алгебраические системы

Задание 1. Вычислить:

$$\frac{(\sqrt{3}+i)^{112}}{(-\sqrt{3}+i)^{56} \cdot (-i)^{12} \cdot (-\sqrt{3}-i)^{56}}.$$

Тема Расширения полей

Задание 2. Описать строение алгебраического расширения поля Q(α), если

$\alpha = 2\sqrt[3]{3}$.

Тема Первоначальные представления о теории кодирования

Задание 3. Построить таблицу кодовых слов, систему характеристических уравнений порождающую (проверочную) матрицу для группового $(n,k)-$кода, если

$n=11, \quad k=3$.

Тема Первоначальные представления о теории кодирования

Задание 4. Найти основные характеристики кода, построить проверочную матрицу и систему проверочных уравнений для кода Хэмминга, если

$n=7, \quad k=3$.

19.3.5 Темы курсовых работ

Не предусмотрены

19.3.6 Темы докладов, сообщений

1 Классификация помехоустойчивых кодов

2 Элементы теории Галуа
3 Описание и принципы работы нормальных алгоритмов Маркова (НАМ)
4 Разбиение множества. Фактор-множество. Классификации.
5. Отношения порядка. Отношения строгого, нестрогого и линейного порядка.
6. Упорядоченные множества.
7. Алгебраические структуры с одной бинарной операцией. Полугруппы.
8. Гомоморфизмы и изоморфизмы групп.
9. Гомоморфизмы и изоморфизмы колец и полей.
10. Различные формы представления комплексных чисел.
11. Операции над комплексными числами в тригонометрической форме.
12. Многочлены от нескольких переменных. Элементарные симметрические многочлены.
13. Формулы Виета для многочлена произвольной степени. Связь элементарных симметрических многочленов с формулами Виета.
14. Из истории алфавитного кодирования.
15. Теоремы Шеннона и роль в развитии теории кодирования.

19.3.7 Комплект разноуровневых заданий

1 Составление глоссария и кластера основных терминов раздела (нескольких разделов) дисциплины (реконструктивный уровень)

2 Составление сравнительных, концептуальных таблиц по заданной теме (творческий уровень)

3 Составление, коррекция синквейнов и денотатных графов с основными понятиями (творческий уровень)

4 Составление аннотированного перечня источников сети Интернет (реконструктивный уровень)

5 Написание рецензий на готовые рефераты по разделам дисциплины, скачанные с различных сайтов (творческий уровень)

6 Составление таблицы толстых и тонких вопросов по разделам дисциплины (реконструктивный уровень)

7 Составление вопросов к ромашке Блума (таксономия целей) к разделам дисциплины (творческий уровень)

19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущий контроль успеваемости проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущий контроль успеваемости проводится в формах*: фронтальных опросов, контрольных работ, индивидуальных заданий, сообщений (докладов), тестирования.* Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практическое задание, позволяющее оценить степень сформированности умений и навыков.

При оценивании используются количественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.