МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
естественнонаучных и
общеобразовательных дисциплин

С.Е. Зюзин

01.09.2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.В.ДВ.01.02 Элементы дифференциального исчисления

1. Код и наименование направления подготовки:

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

2. Профили подготовки:

Математика. Информатика и информационные технологии в образовании

3. Квалификация выпускника:

Бакалавр

4. Форма обучения:

Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию практики:

Кафедра естественнонаучных и общеобразовательных дисциплин

6. Составитель программы:

О.Г. Ромадина, кандидат педагогических наук

7. Рекомендована:

научно-методическим советом Филиала (протокол № 1 от 31.08.2018 г.)

8. Учебный год: 2018-2019 **Семестр:** 1

9.Цель и задачи учебной дисциплины:

Целью учебной дисциплины является изучение основ дифференциального исчисления функций одной и нескольких переменных; развитие логического мышления и умения оперировать с абстрактными объектами.

Задачи учебной дисциплины:

– формировать представление о роли математики в системе современного образования;

– формировать умение работать с математической символикой;

– систематизировать и расширить знания обучающихся о функциях, правилах дифференцирования функций одной переменной;

– познакомить с теорией пределов;

– познакомить с дифференцированием функций нескольких переменных.

При проведении учебных занятий по дисциплине обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств.

10. Место учебной дисциплины в структуре образовательной программы:

Учебная дисциплина «Элементы дифференциального исчисления» входит в блок Б1 «Дисциплины (модули)» и является дисциплиной по выбору вариативной части образовательной программы.

Для освоения дисциплины «Элементы дифференциального исчисления» студенты используют знания, умения, навыки, сформированные в ходе изучения школьного курса математики.

Изучение данной дисциплины является необходимой основой для последующего изучения дисциплин «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Методика обучения математике», «Элементарная математика», «Численные методы и исследование операций».

Условия реализации дисциплины для лиц с ОВЗ определяются особенностями восприятия учебной информации и с учетом индивидуальных психофизических особенностей.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ПК-1	готовность реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов	знает (имеет представление): – связь теоретических основ и технологических приёмов учебной дисциплины с содержанием преподаваемых учебных предметов; умеет: – ставить познавательные цели учебной деятельности; – осуществлять самоконтроль и самооценку своих учебных достижений; имеет навыки: – общепользовательской ИКТ-компетентности; – владения профессиональным инструментарием, позволяющим реализовывать учебные программы в соответствии с требованиями образовательных стандартов;

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах — 8/288**.**

Форма промежуточной аттестации: экзамен

13. Виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость	
	Всего	По семестрам
		1 семестр
Контактная работа, в том числе:	144	144
лекции	72	72
практические занятия	72	72
Самостоятельная работа	108	108
Форма промежуточной аттестации *(экзамен – 36 час.)*	36	36
Итого:	288	288

13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
	1. Лекции	
1.1	Вещественные числа.	Понятие множества. Множество рациональных чисел. Вещественные числа (определение иррационального числа с помощью сечений Дедекинда, представление вещественного числа бесконечной десятичной дробью). Абсолютная величина числа. Границы числовых множеств. Сегмент, интервал, окрестность.
1.2	Функции одной переменной.	Понятие функции. Способы задания функций (аналитический, табличный, графический). График функции. Четные и нечетные функции. Периодические функции. Понятие обратной функции. Элементарные функции.
1.3	Теория пределов.	Числовая последовательность и ее предел. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Основные теоремы о пределах. Арифметические действия над переменными величинами. Особые случаи пределов и неопределенности. Монотонная переменная и ее предел. Число е (неравенство Бернулли, число е как предел последовательности, приближенное вычисление числа е). Теорема о вложенных отрезках. Частичные последовательности. Предел функции. Теоремы о пределах на случай произвольной функции. Монотонная функция и ее предел. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин.
1.4	Непрерывность и разрывы функции.	Определение непрерывности функции. Точки разрыва. Непрерывность элементарных функций. Разрывные функции. Непрерывность сложной функции. Свойства непрерывных функций. Существование и непрерывность обратной функции. Использование непрерывности функций при вычислении пределов. Гиперболические функции и их свойства. Равномерная непрерывность функции.
1.5	Производная и дифференциал.	Понятие производной. Геометрический смысл производной. Вычисление производных простейших элементарных функций. Связь меду дифференцируемостью и непрерывностью функции. Правила вычисления производных. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высшего порядка.
1.6	Основные теоремы дифференциального исчисления.	Основные теоремы дифференциального исчисления (Ферма, Ролля, о конечных приращениях). Раскрытие неопределенности по правилу Лопиталя. Формула Тейлора.
1.7	Исследование функций с помощью производных.	Условия постоянства, возрастания и убывания функций. Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значения. Исследование функций и построение графиков. Направле-

		ние вогнутости кривой и точки перегиба. Асимптоты кривой. Графическое решение уравнения. Уточнение корней уравнения.
1.8	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.	Предел функции двух переменных. Непрерывность функции двух переменных. Частные производные функции нескольких переменных. Полное приращение функции нескольких переменных. Производные сложных функций нескольких переменных. Полный дифференциал функции нескольких переменных. Дифференциалы высших порядков. Неявные функции и их дифференцирование. Производная по направлению. Градиент. Приложения дифференциального исчисления функций нескольких переменных.
	2. Практические занятия	
2.1	Вещественные числа.	Решение задач по темам: Понятие множества. Множество рациональных чисел. Вещественные числа. Абсолютная величина числа. Границы числовых множеств. Сегмент, интервал, окрестность.
2.2	Функции одной переменной.	Решение задач на построение графиков функций. Исследование функций на четность, нечетность, периодичность. Построение обратных функций.
2.3	Теория пределов.	Нахождение предела числовой последовательности в соответствии с определением. Приемы вычисления предела числовой последовательности Предел функции. Замечательные пределы. Вычисление пределов функций. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин.
2.4	Непрерывность и разрывы функции.	Определение непрерывности функции. Точки разрыва. Использование непрерывности функций при вычислении пределов. Гиперболические функции и их свойства.
2.5	Производная и дифференциал.	Вычисление производных простейших элементарных функций с применением определения производной. Применение правил вычисления производных. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высшего порядка.
2.6	Основные теоремы дифференциального исчисления.	Раскрытие неопределенности по правилу Лопиталя. Формула Тейлора.
2.7	Исследование функций с помощью производных.	Условия постоянства, возрастания и убывания функций. Нахождение экстремума функции, наибольшего и наименьшего значения. Исследование функций и построение графиков. Определение направления вогнутости кривой и точек перегиба. Нахождение асимптот кривой. Графическое решение уравнения. Уточнение корней уравнения.
2.8	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.	Предел функции двух переменных. Непрерывность функции двух переменных. Частные производные функции нескольких переменных. Полное приращение функции нескольких переменных. Производные сложных функций нескольких переменных. Полный дифференциал функции нескольких переменных. Дифференциалы высших порядков. Неявные функции и их дифференцирование. Производная по направлению. Градиент. Приложения дифференциального исчисления функций нескольких переменных.

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Понятие множества. Множество рациональных чисел.	2	2	0	2	6
2	Вещественные числа.	4	0	0	2	6
3	Абсолютная величина числа.	2	2	0	2	6
4	Границы числовых	2	2	0	2	6

	множеств. Сегмент, интервал, окрестность.					
5	Понятие функции. Способы задания функций. График функции.	2	1	0	4	7
6	Четные и нечетные функции. Периодические функции. Понятие обратной функции.	2	1	0	2	5
7	Элементарные функции.	2	0	0	2	4
8	Числовая последовательность и ее предел. Бесконечно малые и бесконечно большие величины.	2	2	0	4	8
9	Основные теоремы о пределах.	2	2	0	4	8
10	Арифметические действия над переменными величинами. Особые случаи пределов и неопределенности.	2	2	0	2	6
11	Монотонная переменная и ее предел. Число е. Теорема о вложенных отрезках. Частичные последовательности.	2	2	0	2	6
12	Предел функции. Теоремы о пределах на случай произвольной функции. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин.	2	6	0	6	14
13	Определение непрерывности функции. Точки разрыва.	2	1	0	2	5
14	Непрерывность элементарных функций. Разрывные функции. Непрерывность сложной функции.	2	1	0	2	5
15	Свойства непрерывных функций.	2	1	0	2	5
16	Существование и непрерывность обратной функции, корня и степени с рациональным показателем.	1	1	0	2	4
17	Существование и непрерывность обратных тригонометрических функций.	1	1	0	2	4
18	Определение степени с иррациональным показателем. Показательная, логарифмическая и степенная функции.	2	1	0	2	5
19	Использование непрерывности функций при	2	1	0	2	5

	вычислении пределов. Равномерная непрерывность функции.					
20	Гиперболические функции и их свойства.	0	2	0	2	4
21	Понятие производной. Геометрический смысл производной.	2	0	0	4	6
22	Вычисление производных простейших элементарных функций.	1	2	0	4	7
23	Связь меду дифференцируемостью и непрерывностью функции.	1	0	0	2	3
24	Правила вычисления производных.	2	4	0	4	10
25	Дифференцирование функций, заданных параметрически.	2	2	0	2	6
26	Дифференциал функции.	2	2	0	2	6
27	Производные и дифференциалы высшего порядка.	2	2	0	4	8
28	Основные теоремы дифференциального исчисления (Ферма, Ролля, о конечных приращениях).	2	1	0	4	7
29	Раскрытие неопределенности по правилу Лопиталя.	2	4	0	4	10
30	Формула Тейлора.	2	2	0	4	8
31	Условия постоянства, возрастания и убывания функций.	2	2	0	2	6
32	Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значения.	2	2	0	2	6
33	Исследование функций и построение графиков.	0	8	0	4	12
34	Направление вогнутости кривой и точки перегиба. Асимптоты кривой.	2	2	0	2	6
35	Графическое решение уравнения. Уточнение корней уравнения.	0	2	0	2	4
36	Предел функции двух переменных. Непрерывность функции двух переменных. Частные производные функции нескольких переменных.	2	4	0	2	8
37	Полное приращение функции нескольких переменных. Производные сложных функций нескольких переменных.	2	2	0	2	6

38	Дифференциалы высших порядков. Неявные функции и их дифференцирование. Производная по направлению. Градиент.	2	0	0	4	6
39	Приложения дифференциального исчисления функций нескольких переменных.	4	0	0	4	8
	Экзамен					36
	Итого:	72	72	0	108	288

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Приступая к изучению учебной дисциплины, прежде всего обучающиеся должны ознакомиться с учебной программой дисциплины. Знание основных положений, отраженных в рабочей программе дисциплины, поможет обучающимся ориентироваться в изучаемом курсе, осознавать место и роль изучаемой дисциплины в подготовке будущего педагога, строить свою работу в соответствии с требованиями, заложенными в программе.

Основными формами контактной работы по дисциплине являются лекции и практические занятия, посещение которых обязательно для студентов.

В ходе лекционных занятий необходимо критически осмысливать предлагаемый материал, задавать вопросы как уточняющего характера, помогающие уяснить отдельные излагаемые положения, так и вопросы продуктивного типа, направленные на расширение и углубление сведений по изучаемой теме, на выявление недостаточно освещенных вопросов, слабых мест в аргументации и т.п.

На практических занятиях необходимо активно участвовать в решении предлагаемых задач, начиная уже с этапа анализа условия и поиска путей решения. Студенту, вызванному для решения задачи к доске, следует подробно комментировать ход решения задачи, а стальным студентам — выполнять основные этапы решения предложенной задачи самостоятельно, но при этом контролируя ход решения на доске.

Для достижения планируемых результатов обучения используются интерактивные лекции, групповые дискуссии.

Для успешного освоения дисциплины желательно выполнять индивидуальные задания, сдавать коллоквиумы, готовить доклады и рефераты.

При подготовке к промежуточной аттестации необходимо повторить пройденный материал в соответствии с учебной программой, примерным перечнем вопросов, выносящихся на экзамен. Рекомендуется использовать конспекты лекций и источники, перечисленные в списке литературы в рабочей программе дисциплины, а также ресурсы электронно-библиотечных систем. Необходимо обратить особое внимание на темы учебных занятий, пропущенных по разным причинам. При необходимости можно обратиться за консультацией и методической помощью к преподавателю.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Баврин И.И. Математический анализ: учеб. для вузов.- М.: Высшая школа, 2006.
2	Богданов Ю.С. и др. Математический анализ: учеб. пос. для вузов.- М.: Высшая школа, 2006.

3	Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа: учеб. для вузов: в 2-х ч. Ч.1: - 9-е изд., стер.- СПб.: Лань, 2008.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
4	Архипов Г. И. и др. Лекции по математическому анализу: учеб. для вузов.- М.: Дрофа, 2008.
5	Бохан К. А. Курс математического анализа. Т.1: учеб. пос.- М.: Просвещение, 1972.
6	Виноградова И. А. и др. Задачи и упражнения по математическому анализу. Кн.1: Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной: учеб. пос. для ун-тов.- М.: Высшая школа, 2002.
7	Виноградова И.А. и др. Задачи и упражнения по математическому анализу. Ч.1: Дифференциальное и интегральное исчисление: учеб. пос. для ун-тов, педвузов.- М.: Дрофа, 2001.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
8	Шоренко И.Н., Сукманова Е.С., Сукманова О.В. Дифференциальное исчисление функции одной переменной : исследование функции и построение её графика: методические указания. - СПБ: СПБГАУ, 2016. – 46 с. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=445990 (11.07.2018)
9	Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа : учебник. В 2 т. Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды. - М.: Физматлит, 2009. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=82814 (11.07.2018)
10	Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа: учебник. В 2 т. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ. - М.: Физматлит, 2010. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=82818 (11.07.2018)
11	Кутузов А.С. Математический анализ : дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной: учебное пособие. - М., Берлин: Директ-Медиа, 2017. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=462166 (11.07.2018)

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Методические материалы по дисциплине
2	Долгополова, А.Ф. Руководство к решению задач по математическому анализу. Учебное пособие / А.Ф. Долгополова, Т.А. Колодяжная. - Ставрополь : Ставропольский государственный аграрный университет, 2012. - Ч. 1. - 168 с. –URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=233078 (11.07.2018)
3	Лунгу, К.Н. Высшая математика: руководство к решению задач : учебное пособие / К.Н. Лунгу, Е.В. Макаров. - 3-е изд., перераб. - Москва : Физматлит, 2013. - Ч. 1. - 217 с. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275606 (11.07.2018)

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение, информационно-справочные системы и профессиональные базы данных

программное обеспечение:

–Win10 (или WinXP, Win7), OfficeProPlus 2010
–браузеры: Yandex, Google, Opera, Mozilla Firefox, Explorer
–STDU Viewer version 1.6.2.0
–7-Zip
–GIMP GNU Image Manipulation Program
–Paint.NET
–Tux Paint
–Adobe Flash Player

информационно-справочные системы и профессиональные базы данных:

Лекции ведущих преподавателей вузов России в свободном доступе – https://www.lektorium.tv/

Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» – http://biblioclub.ru/

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Мультимедийное оборудование (проектор, ноутбук или стационарный компьютер, экран).

19. Фонд оценочных средств:

19.1 Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся
ПК-1: готовность реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов	Знать: (иметь представление): – связь теоретических основ и технологических приёмов учебной дисциплины «Элементы дифференциального исчисления» с содержанием преподаваемых учебных предметов;	Вещественные числа. Функции одной переменной. Теория пределов. Производная и дифференциал. Исследование функций с помощью производных.	Индивидуальные задания, доклады, рефераты, коллоквиумы, контрольные работы
	Уметь: – ставить познавательные цели учебной деятельности; – осуществлять самоконтроль и самооценку своих учебных достижений;	Вещественные числа. Функции одной переменной. Теория пределов. Непрерывность и разрывы функции. Производная и дифференциал. Основные теоремы дифференциального исчисления. Исследование функций с помощью производных.	Индивидуальные задания, доклады, рефераты, коллоквиумы, контрольные работы
	Иметь навыки: – общепользовательской ИКТ-компетентности; – владения профессиональным инструментарием, позволяющим реализовывать учебные программы в соответствии с требованиями образовательных стандартов;	Вещественные числа. Функции одной переменной. Теория пределов. Непрерывность и разрывы функции. Производная и дифференциал. Основные теоремы дифференциального исчисления. Исследование функций с помощью производных.	Индивидуальные задания, доклады, рефераты, коллоквиумы, контрольные работы
Промежуточная аттестация – экзамен			КИМ

19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на экзамене (зачете с оценкой) используется 4-балльная шала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Студент знает связь теоретических основ и технологических приёмов учебной дисциплины «Элементы дифференциального исчисления» с содержанием преподаваемых учебных предметов; свободно ориентируется в теоретическом материале; умеет изложить и корректно оценить различные подходы к излагаемому материалу, способен сформулировать и доказать собственную точку зрения; обнаруживает свободное владение понятийным аппаратом; демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности и освоение показателей формируемых компетенций.	*Повышенный уровень*	*Отлично*
Студент хорошо ориентируется в теоретическом материале; имеет представление об основных подходах к излагаемому материалу; знает определения основных теоретических понятий излагаемой темы, в основном демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности.	*Базовый уровень*	*Хорошо*
Студент может ориентироваться в теоретическом материале; в целом имеет представление об основных понятиях излагаемой темы, частично демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности.	*Пороговый уровень*	*Удовлетворительно*
Студент не ориентируется в теоретическом материале; не сформировано представление об основных понятиях излагаемой темы, не демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности и освоение показателей формируемых компетенций.	–	*Неудовлетворительно*

19.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

19.3.1 Перечень вопросов к экзамену:

1. Понятие множества. Множество рациональных чисел.
2. Вещественные числа.
3. Абсолютная величина числа.
4. Границы числовых множеств. Сегмент, интервал, окрестность.
5. Понятие функции. Способы задания функций. График функции.
6. Четные и нечетные функции. Периодические функции. Понятие обратной функции.
7. Элементарные функции.
8. Числовая последовательность и ее предел. Бесконечно малые и бесконечно большие величины.
9. Основные теоремы о пределах.
10. Арифметические действия над переменными величинами. Особые случаи пределов и неопределенности.
11. Монотонная переменная и ее предел. Число е. Теорема о вложенных отрезках. Частичные последовательности.
12. Предел функции. Теоремы о пределах на случай произвольной функции. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин.
13. Определение непрерывности функции. Точки разрыва.
14. Непрерывность элементарных функций. Разрывные функции. Непрерывность сложной функции.
15. Свойства непрерывных функций.

16. Существование и непрерывность обратной функции, корня и степени с рациональным показателем.
17. Существование и непрерывность обратных тригонометрических функций.
18. Определение степени с иррациональным показателем. Показательная, логарифмическая и степенная функции.
19. Использование непрерывности функций при вычислении пределов. Равномерная непрерывность функции.
20. Гиперболические функции и их свойства.
21. Понятие производной. Геометрический смысл производной.
22. Вычисление производных простейших элементарных функций.
23. Связь меду дифференцируемостью и непрерывностью функции.
24. Правила вычисления производных.
25. Дифференцирование функций, заданных параметрически.
26. Дифференциал функции.
27. Производные и дифференциалы высшего порядка.
28. Основные теоремы дифференциального исчисления (Ферма, Ролля, о конечных приращениях).
29. Раскрытие неопределенности по правилу Лопиталя.
30. Формула Тейлора.
31. Условия постоянства, возрастания и убывания функций.
32. Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значения.
33. Исследование функций и построение графиков.
34. Направление вогнутости кривой и точки перегиба. Асимптоты кривой.
35. Графическое решение уравнения. Уточнение корней уравнения.
36. Предел функции двух переменных. Непрерывность функции двух переменных. Частные производные функции нескольких переменных.
37. Полное приращение функции нескольких переменных. Производные сложных функций нескольких переменных.
38. Дифференциалы высших порядков. Неявные функции и их дифференцирование. Производная по направлению. Градиент.

19.3.2 Перечень индивидуальных заданий

Индивидуальное задание №1

1 вариант

1. Определите те значения x, которые удовлетворяют неравенству: $|3\cdot x+4|<10$.

2. Дана функция:

$$f(x)=\begin{cases} x^2\ при\ 0\le x\le 1, \\ x\ при\ 1<x\le 2 \end{cases}$$

Найти значения: $f(0), f(\frac{1}{2}), f(\frac{3}{2}), f(2)$.

3. Установить области существования функций:

а) $f(x)=\log_a 3^x+\sin x$;

б) $\varphi(x)=\arccos(2\cdot x-3)$;

в) $\psi(x)=\dfrac{\log_a x}{x-3}$.

4. Функция $y=f(x)$ определена на $[0;2]$. Каковы области определения функций:

$f(x^2), f(x-2), f(x+1), f(\frac{x}{2})$?

5. Пользуюсь определением предела числовой последовательности, доказать равенство: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3\cdot n-4}{2\cdot n+3}=\frac{3}{2}$.

Начиная с какого n величина $\left|\frac{3\cdot n-4}{2\cdot n+3}-\frac{3}{2}\right|$ не превосходит 0,0001?

6. Найти предел числовой последовательности:

$x_n=\frac{4\cdot n^4-3\cdot n^3}{2\cdot n^4+n^3+n^2}$.

7. Пользуясь определением предела функции, доказать, что функция $f(x)=2\cdot x+3$ имеет в точке x=4 предел, равный 11. Каково должно быть δ, чтобы из неравенства $|x-4|<\delta$ следовало неравенство $|f(x)-11|<0,01$.

Будет ли функция непрерывна в этой точке?

8. Вычислить следующие пределы:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2+5\cdot x+8}{2\cdot x^2-9\cdot x}$, б) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^3+5\cdot x}{x^2-4\cdot x}$, в) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2+x-2}{x-1}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x(x+2)}-x\right)$,

д) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2+x-12}{\sqrt{x-2}-\sqrt{4-x}}$, е) $\lim\limits_{x\to 0}\left(1+tg\,x\right)^{ctg\,x}$, ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+4}{x+8}\right)^{-3\cdot x}$, з) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2\cdot x+3}{5\cdot x+7}\right)^{x+1}$,

и) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos(8\cdot x)}{3\cdot x^2}$, к) $\lim\limits_{x\to\infty}x^2\ln(\cos\frac{\varphi}{x})$.

9. Установить, в каких точках и какого рода разрывы имеют следующие функции:

а) $f(x)=\begin{cases}x+1\,при\,0\le x<1,\\ 3\cdot x+2\,при\,1<x\le 2\end{cases}$, б) $f(x)=\begin{cases}x^2\,при\,x\ne 0,\\ 2\,при\,x=0\end{cases}$,

в) $f(x)=\begin{cases}1-x^2\,при\,x\le 0,\\ x\,при\,x>0\end{cases}$, г) $f(x)=\begin{cases}-x\,при\,x<0,\\ 1\,при\,x=0,\\ x\,при\,x>0\end{cases}$.

Построить графики этих функций.

10. Опираясь на свойства непрерывных функций, установить, что уравнение $x^8+4\cdot x^3-5\cdot x^2+6=0$ имеет корень, принадлежащий отрезку $[-1;\,4]$.

2 вариант

1. Определите те значения x, которые удовлетворяют неравенству: $|x-2|\ge 4$.

2. Дана функция:

$f(x)=\frac{x^2+5\cdot x-8}{x^3-3}$

Найти значения: $f(0), f(1), f(\frac{1}{2}), f(a)$.

3. Установить области существования функций:

а) $f(x)=\log_a x^2+\sqrt{x}$;

б) $\varphi(x)=\frac{x+3}{x^2-4}$;

в) $\psi(x)=1+x+x^2+\sqrt{5-x}$.

4. Функция $y=f(x)$ определена на $(-1;\,+1)$. Каковы области определения функций:

$f(3\cdot x), f(\frac{x}{3}), f(x-3), f(x+2)$?

5. Пользуюсь определением предела числовой последовательности, доказать равенство: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2\cdot n-3}{n+4}=2$.

Начиная с какого n величина $\left|\frac{2\cdot n-3}{n+4}-2\right|$ не превосходит 0,0001?

6. Найти предел числовой последовательности:

$x_n=\frac{n^3+3\cdot n^2+8\cdot n-4}{2\cdot n^3-3\cdot n^2}$.

7. Пользуясь определением предела функции, доказать, что функция $f(x)=3\cdot x-5$ имеет в точке x=4 предел, равный 7. Каково должно быть δ, чтобы из неравенства $|x-4|<\delta$ следовало неравенство $|f(x)-7|<0,01$.

Будет ли функция непрерывна в этой точке?

8. Вычислить следующие пределы:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2\cdot x^3+5\cdot x}{3\cdot x^3-4\cdot x^2+8}$, б) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x-1}{x^2-1}$, в) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^4-x^2+x+1}{x^4+1}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-4}-\sqrt{x^2+4}\right)$,

д) $\lim\limits_{x\to -4}\frac{\sqrt{x+12}-\sqrt{4-x}}{x^2+2\cdot x-8}$, е) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{x+3}\right)^{x+1}$, ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x}{x+1}\right)^{2\cdot x-3}$, з) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{tg(x-2)}{x^2-4}$,

и) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin(3\cdot x)-\sin x}{5\cdot x}$, к) $\lim\limits_{x\to\pi}\frac{\sin(2\cdot x)-\cos(2\cdot x)-1}{\sin x-\cos x}$.

9. Установить, в каких точках и какого рода разрывы имеют следующие функции:

а) $f(x)=\begin{cases}\sin x\,npu\,|x|\le\frac{\pi}{2},\\ \frac{1}{2}\,npu\,|x|>\frac{\pi}{2}\end{cases}$, б) $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x}\,npu\,x\ne 0,\\ 0\,npu\,x=0\end{cases}$,

в) $f(x)=\begin{cases}x+1\,npu\,x\le 0,\\ \frac{1}{1-x}\,npu\,x>0\end{cases}$, г) $f(x)=\begin{cases}\sin x\,npu\,\pi\le x<0,\\ 2\,npu\,x=0\ и\ x=\frac{\pi}{2},\\ tgx\,npu\,0<x<\frac{\pi}{2},\ \frac{\pi}{2}<x\le\pi\end{cases}$.

Построить графики этих функций.

10. Опираясь на свойства непрерывных функций, установить, что уравнение $x^7-2\cdot x^5+x^3=12$ имеет корень, принадлежащий отрезку $[1;\,2]$.

3 вариант

1. Определите те значения x, которые удовлетворяют неравенству: $|x+3|>2$.

2. Дана функция:

$f(x)=\frac{x-1}{x+1}$

Найти значения: $f(0), f(1), f(2), f(-2)$.

3. Установить области существования функций:

а) $f(x)=\frac{x-1}{x^2+2}$;

б) $\varphi(x)=tgx+\sin x$;

в) $\psi(x)=\sqrt{2+x-x^2}$.

4. Функция $y = f(x)$ определена на $(-2;\ 0)$. Каковы области определения функций:

$f(x+1), f(2\cdot x-3), f(4\cdot x), f(\frac{x}{4})$?

5. Пользуюсь определением предела числовой последовательности, доказать равенство:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{3\cdot n^2-n+1}{4\cdot n^2+3\cdot n+2}=\frac{3}{4}.$$

Начиная с какого n величина $\left|\frac{3\cdot n^2-n+1}{4\cdot n^2+3\cdot n+2}-\frac{3}{4}\right|$ не превосходит 0,0001?

6. Найти предел числовой последовательности:

$$x_n=\frac{3^n}{2+9^n}.$$

7. Пользуясь определением предела функции, доказать, что функция $f(x)=3\cdot x+1$ имеет в точке x=2 предел, равный 7. Каково должно быть δ, чтобы из неравенства $|x-2|<\delta$ следовало неравенство $|f(x)-7|<\frac{1}{5}$.

Будет ли функция непрерывна в этой точке?

8. Вычислить следующие пределы:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3\cdot x^2+2\cdot x+1}{x^2-4\cdot x+1}$, б) $\lim\limits_{x\to0}\frac{x-5\cdot x^2}{2\cdot x+8\cdot x^2}$, в) $\lim\limits_{x\to3}\frac{12+x-x^2}{x^3-27}$; г) $\lim\limits_{x\to0}\frac{e^{3\cdot x}-1}{x}$,

д) $\lim\limits_{x\to-3}\frac{\sqrt{x+10}-\sqrt{4-x}}{2\cdot x^2-x-21}$, е) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2\cdot x}{1+2\cdot x}\right)^{-4\cdot x}$, ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{2\cdot x-1}\right)^{3\cdot x}$, з) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\sin x-\cos x}{1-tgx}$,

и) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\cos x-\cos(5\cdot x)}{2\cdot x^2}$, к) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{a^2+a\cdot x+x^2}-\sqrt{a^2-a\cdot x+x^2}\right)$.

9. Установить, в каких точках и какого рода разрывы имеют следующие функции:

а) $f(x)=\begin{cases}e^{\frac{1}{x}}\ при\ x\neq0,\\ 0\ при\ x=0\end{cases}$, б) $f(x)=\begin{cases}x^2\ при\ x<0,\\ 1\ при\ x=0,\\ \frac{1}{x-2}\ при\ x>0\end{cases}$,

в) $f(x)=\begin{cases}x^3\ при -2\le x<0,\\ \frac{1}{x-1}\ при\ 0\le x\le2\end{cases}$, г) $f(x)=\frac{2\cdot x+3}{x^2-5\cdot x+6}$.

Построить графики этих функций.

10. Доопределить функцию $f(x)=\frac{\sqrt{5-x}-2}{\sqrt{2-x}-2}$ в точке x=1 таким образом, чтобы она стала непрерывна в этой точке.

4 вариант

1. Определите те значения x, которые удовлетворяют неравенству: $|5\cdot x-8|\le12$.

2. Дана функция:

$$f(x)=\begin{cases}\sin x\ при\ 0\le x\le\frac{\pi}{2},\\ x^2+1\ при\ \frac{\pi}{2}<x\le\pi\end{cases}.$$

Найти значения: $f(0), f(\frac{\pi}{4}), f(\frac{3\cdot\pi}{4}), f(3)$.

3. Установить области существования функций:

а) $f(x)=x^2+x+1$;

б) $\varphi(x)=\log_a(x^2-9)$;

в) $\psi(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2-9}}+\frac{1}{\sqrt{x^2-16}}$.

4. Функция $y=f(x)$ определена на $(1;\,2)$. Каковы области определения функций:

$f(x^2), f(2\cdot x), f(\frac{x}{2}), f(x+2)$?

5. Пользуюсь определением предела числовой последовательности, доказать равенство:

$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^2-2\cdot n+1}{n^2+3\cdot n}=1$.

6. Найти предел числовой последовательности:

$x_n=\frac{\sqrt[3]{n+1}-1}{\sqrt{n+1}+1}$.

7. Пользуясь определением предела функции, доказать, что функция $f(x)=x^2-5\cdot x+6$ имеет в точке x=5 предел, равный 6. Каково должно быть δ, чтобы из неравенства $|x-5|<\delta$ следовало неравенство $|f(x)-6|<0,001$.

Будет ли функция непрерывна в этой точке?

8. Вычислить следующие пределы:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5\cdot x^2+8\cdot x+3}{3\cdot x^3-4\cdot x^2+x+1}$, б) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^2+8\cdot x}{x^2-4\cdot x}$, в) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2+x-6}{x^2+2\cdot x-8}$; г) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{e^x-e^3}{x-3}$,

д) $\lim\limits_{x\to -2}\frac{\sqrt{2-x}-\sqrt{x+6}}{x^2-x-6}$, е) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x-1}{x}\right)^{2-3\cdot x}$, ж) $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(\frac{2\cdot x-1}{4\cdot x+1}\right)^{3\cdot x-1}$, з) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2\cdot x+3}{2\cdot x-3}\right)^{2\cdot x}$,

и) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{tg(3\cdot x)}{2\cdot\sin x}$, к) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{a+x}-\sqrt{x-a}\right)$.

9. Установить, в каких точках и какого рода разрывы имеют следующие функции:

а) $f(x)=\begin{cases} tgx\,при-\pi\le x<\frac{\pi}{2}, \\ 2\;\;при\;\;\frac{\pi}{2}\le x\le\pi \end{cases}$, б) $f(x)=\begin{cases} 3\cdot x\,при-1\le x\le 1, \\ 2\cdot x\;при 1<x\le 2 \end{cases}$,

в) $f(x)=E(x)$, г) $f(x)=\begin{cases} 0\;при\;x=-\frac{\pi}{2}, \\ tgx\;при\;-\frac{\pi}{2}<x\le 0, \\ x^2+\frac{1}{2}\;при\;0<x\le\frac{\pi}{2} \end{cases}$.

Построить графики этих функций.

10. Доопределить функцию $f(x)=\frac{2\cdot x^2-3\cdot x}{2\cdot x}$ в точке x=0 таким образом, чтобы она стала непрерывна в этой точке.

5 вариант

1. Определите те значения x, которые удовлетворяют неравенству: $x^2\le 9$.
2. Дана функция:

$$f(x)=\begin{cases}0 \quad при\ -1\le x\le 0,\\ -1\ при\ \ 0<x<\dfrac{1}{2},\\ 1\ \ при\ \dfrac{1}{2}\le x\le 1\end{cases}.$$

Найти значения: $f(0), f(-1), f(1), f(\frac{1}{4}), f(\frac{3}{4})$.

3. Установить области существования функций:

а) $f(x)=\sqrt{E(x)-x}$;

б) $\varphi(x)=(x-2)\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$;

в) $\psi(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{\sin(\pi\cdot x)}$.

4. Функция $y=f(x)$ определена на $\left[-1;\ +1\right]$. Каковы области определения функций: $f(x^2), f(x^2-1), f(2\cdot x), f(2\cdot x-3)$?

5. Пользуюсь определением предела числовой последовательности, доказать равенство:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{2+9\cdot n^2}}{2\cdot n+1}=\frac{3}{2}.$$

Начиная с какого n величина $\left|\dfrac{\sqrt{2+9\cdot n^2}}{2\cdot n+1}-\dfrac{3}{2}\right|$ не превосходит 0,0001?

6. Найти предел числовой последовательности:

$$x_n=\frac{\sqrt{n+1}+\sqrt[3]{n^3+n^2+n+1}}{\sqrt[3]{n^3+4}}.$$

7. Пользуясь определением предела функции, доказать, что функция $f(x)=\dfrac{x}{2\cdot x+1}$ имеет в точке $x\to\infty$ предел, равный $\dfrac{1}{2}$. Для каких значений x величина $\left|\dfrac{x}{2\cdot x+1}-\dfrac{1}{2}\right|$ меньше 0,001?

8. Вычислить следующие пределы:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5+4\cdot x-x^2}{x^2-x-1}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2\cdot x+x^3}{x+2\cdot x^2}$, в) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4\cdot x+4}{x^3-2\cdot x^2-x+2}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{tg(3\cdot x)}{tg(2\cdot x)}\right)^2$,

д) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{3+2\cdot x}-\sqrt{x+4}}{3\cdot x^2-4\cdot x+1}$, е) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2\cdot x+5}{2\cdot x+1}\right)^{5\cdot x}$, ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{5\cdot x+8}{x-2}\right)^{x+4}$,

з) $\lim\limits_{x\to 1}\left(1-x\right)tg\dfrac{\pi\cdot x}{2}$, и) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tgx-\sin x}{3\cdot x^2}$, к) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(x-\sqrt{x^2+5\cdot x-8}\right)$.

9. Установить, в каких точках и какого рода разрывы имеют следующие функции:

а) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x^2-1}\ \ при\ \ |x|<1,\\ x^2-1\ \ при\ \ |x|\ge 1\end{cases}$, б) $f(x)=\begin{cases}e^x\ при\ x\le 0,\\ 2-x\ при\ x>0\end{cases}$,

в) $f(x)=\dfrac{2\cdot x+3}{3\cdot x-2}$, г) $f(x)=\begin{cases}x\ при\ \ x\le 0,\\ \ln x\ при\ \ x>0\end{cases}$.

Построить графики этих функций.

10. Опираясь на свойства непрерывных функций, доказать, что функция $f(x)=x^5-2\cdot x^3+4\cdot x^2+3\cdot x-1$ на отрезке $\left[-1;\ +1\right]$ принимает значение, равное 4.

6 вариант

1. Определите те значения x, которые удовлетворяют неравенству: $x^2>4$.
2. Дана функция:
$$f(x)=\frac{x^3-9}{2\cdot x+3}.$$
Найти значения: $f(0), f(1), f(-2), f(2\cdot a)$.
3. Установить области существования функций:

а) $f(x)=\arcsin\frac{2\cdot x}{1+x}$;

б) $\varphi(x)=\sqrt{x^2+1}+\log_a x$;

в) $\psi(x)=\frac{x+1}{x-1}+\log_a\left(x^2-4\right)$.

4. Функция $y=f(x)$ определена на $\left[1;\ 2\right)$. Каковы области определения функций:
$$f(-x), f(2-x), f(\mathrm{x}-2), f(\frac{x}{2})\ ?$$
5. Пользуюсь определением предела числовой последовательности, доказать равенство:
$$\lim_{n\to\infty}\frac{5\cdot n^3-2\cdot n+1}{5\cdot n^3+n^2+1}=1.$$
6. Найти предел числовой последовательности:
$$x_n=\frac{n^3-3}{(2\cdot n+3)^3}.$$
7. Пользуясь определением предела функции, доказать, что функция $f(x)=x^2+4$ имеет в точке x=1 предел, равный 5. Каково должно быть δ, чтобы из неравенства $|x-1|<\delta$ следовало неравенство $|f(x)-5|<\frac{1}{15}$.
Будет ли функция непрерывна в этой точке?
8. Вычислить следующие пределы:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x+1}{x^2+5\cdot x+3}$, б) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{5\cdot x-5\cdot x^2}{x+2\cdot x^2}$, в) $\lim\limits_{x\to\frac{1}{3}}\frac{3\cdot x^2+2\cdot x-1}{27\cdot x^3-1}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{x^2-1}{x^2}\right)^{x^2}$,

д) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-3\cdot x+2}{\sqrt{5-x}-\sqrt{x+1}}$, е) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+3}{x}\right)^{-5\cdot x}$, ж) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{x+1}{3\cdot x-1}\right)^{2\cdot x+1}$,

з) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{1-\sin x}{\pi-2\cdot x}$, и) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin^2 x}{1-\cos x}$, к) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}\right)$.

9. Установить, в каких точках и какого рода разрывы имеют следующие функции:

а) $f(x)=\frac{2\cdot x}{x^2-1}$, б) $f(x)=\begin{cases}x+1\,при\,x<0,\\ 0\quad при\,x=0,\\ 1-x\ при\,x>0\end{cases}$,

в) $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x}\ \ при\ \ x\neq 0,\\ 1\quad при\ \ x=0\end{cases}$, г) $f(x)=\begin{cases}\ln x\quad при\ \ x>0,\\ \frac{1}{x-1}\ при\ \ x\le 0\end{cases}$.

Построить графики этих функций.

10. Доопределить функцию $f(x)=\frac{(1+x)^5-1}{x}$ в точке x=0 таким образом, чтобы она стала непрерывной в этой точке.

7 вариант

1. Определите те значения x, которые удовлетворяют неравенству: $4\cdot x^2-9\le 0$.
2. Дана функция:
$f(x)=|x|-x$.
Найти значения: $f(0), f(1), f(-2), f(2)$.
3. Установить области существования функций:
а) $f(x)=\lg\cos x^2+\lg\cos x^2$;
б) $\varphi(x)=\arcsin\lg\frac{x}{10}$;
в) $\psi(x)=\sqrt[3]{x^2+5\cdot x-1}$.
4. Функция $y=f(x)$ определена на $(-1;\,+2]$. Каковы области определения функций:
$f(-x), f(1-x), f(x-1), f(2\cdot x)$?
5. Пользуюсь определением предела числовой последовательности, доказать равенство:
$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n+8}{4-n}=-1$.
6. Найти предел числовой последовательности:
$x_n=\frac{1+2+3+...+n}{n^2}$.
7. Пользуясь определением предела функции, доказать, что функция $f(x)=\frac{x}{3}+4$ имеет в точке x=3 предел, равный 5. Каково должно быть δ, чтобы из неравенства $|x-3|<\delta$ следовало неравенство $|f(x)-5|<\frac{1}{5}$.
Будет ли функция непрерывна в этой точке?
8. Вычислить следующие пределы:
а) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{a\cdot x+b}{c\cdot x+d}$, б) $\lim\limits_{t\to 1}\frac{t^2-t}{2\cdot t^2-2}$, в) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}2^n\sin\frac{x}{2^n}$,
д) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{3\cdot x^2+4\cdot x+1}{\sqrt{x+3}-\sqrt{5+3\cdot x}}$, е) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+2}{x-1}\right)^x$, ж) $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{x-4}$,
з) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{tg(2\cdot x)-\sin(2\cdot x)}{x^2}$, и) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos^2 x}{x\cdot tgx}$, к) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}\right)$.
9. Установить, в каких точках и какого рода разрывы имеют следующие функции:
а) $f(x)=\frac{x+1}{\left(x^2-4\right)\cdot\left(x+8\right)}$, б) $f(x)=\frac{1}{\sin x}$,
в) $f(x)=\begin{cases}x^2 & при\ |x|<1,\\ 2 & при\ |x|\ge 1\end{cases}$, г) $f(x)=\begin{cases}x^3+1 & при\ |x|\le 0,\\ x & при\ |x|>0\end{cases}$.
Построить графики этих функций.
10. Опираясь на свойства непрерывных функций, установить, что уравнение
$x^5-x^2+5\cdot x-3=0$ имеет по крайней мере один вещественный корень между числами -1 и +1.

8 вариант

1. Определите те значения x, которые удовлетворяют неравенству: $|x+2|<1$.

2. Дана функция:
$f(x)=E(x)$.

Найти значения: $f(2), f(\frac{5}{2}), f(\pi), f(5\frac{1}{4})$.

3. Установить области существования функций:

а) $f(x)=x-|x|$;

б) $\varphi(x)=\arcsin(\sin x)$;

в) $\psi(x)=\sqrt{3-x}+\arccos\frac{x-2}{3}$.

4. Функция $y=f(x)$ определена на $[0;1]$. Каковы области определения функций:

$f(x+3), f(x^3), f(\frac{x}{3}), f(3\cdot x)$?

5. Пользуюсь определением предела числовой последовательности, доказать равенство:
$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3-5\cdot n}{3-n}=5$.

Начиная с какого n величина $\left|\frac{3-5\cdot n}{3-n}-5\right|<0,002$.

6. Найти предел числовой последовательности:

$x_n=\dfrac{1+a+a^2+...+a^n}{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+...\frac{1}{2^n}}$.

7. Пользуясь определением предела функции, доказать, что функция $f(x)=2\cdot x^2-3$ имеет в точке x=1 предел, равный –1. Каково должно быть δ, чтобы из неравенства $|x-1|<\delta$ следовало неравенство $|f(x)-(-1)|<\frac{1}{8}$.

Будет ли функция непрерывна в этой точке?

8. Вычислить следующие пределы:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3+5\cdot x+x^4}{2+x^3}$, б) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{tgx-\sin x}{x^3}$, в) $\lim\limits_{x\to a}\frac{e^{a\cdot x}-e^{x^2}}{x-a}$; г) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x^4-1}$,

д) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-1}{x}$, е) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{x+a}{x^4-a}\right)^x$, ж) $\lim\limits_{x\to 4}\frac{2\cdot x^2-9\cdot x+4}{\sqrt{5-x}-\sqrt{x-3}}$,

з) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{x-4}$, и) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{2\cdot x-1}\right)^{5\cdot x}$, к) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin^2(3\cdot x)-\sin^2(x)}{x^2}$.

9. Установить, в каких точках и какого рода разрывы имеют следующие функции:

а) $f(x)=\begin{cases}x+1 & при\ 0\le x\le 1,\\ 3\cdot x+2 & при\ 1<x\le 2\end{cases}$, б) $f(x)=\frac{1}{x+2}$,

в) $f(x)=\begin{cases}|x| & при\ x\ne 0,\\ 1 & при\ x=0\end{cases}$, г) $f(x)=\begin{cases}tgx+3\cdot x & при\ x>0,\\ 1-x & при\ x\le 0\end{cases}$.

Построить графики этих функций.

10. Опираясь на свойства непрерывных функций, установить, что уравнение $x^5+x^4+5\cdot x^3-x^2=3$ имеет корень, принадлежащий отрезку $[-1;+1]$.

9 вариант

1. Определите те значения x, которые удовлетворяют неравенству: $|x-2| \ge 4$.

2. Дана функция:

$$f(x)=\begin{cases} x-1 \ \text{при} \ x<0, \\ 1-x \ \text{при} \ x \ge 0 \end{cases}.$$

Найти значения: $f(0), f(1), f(2), f(-4)$.

3. Установить области существования функций:

а) $f(x)=\dfrac{2\cdot x-3}{\sqrt{x^2-3\cdot x+2}}$;

б) $\varphi(x)=\dfrac{x}{x-2}$;

в) $\psi(x)=\log_a \sin(x-3)+\sqrt{16-x^2}$.

4. Функция $y=f(x)$ определена на $[1;\,3]$. Каковы области определения функций:

$f(\frac{1}{x}), f(x-1), f(x^2), f(\frac{x}{2})$?

5. Пользуюсь определением предела числовой последовательности, доказать равенство:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{2\cdot n^2-2}}{n+3}=\sqrt{2}.$$

Для каких n величина $\left|\dfrac{\sqrt{2\cdot n^2-2}}{n+3}-\sqrt{2}\right|<0{,}0001$.

6. Найти предел числовой последовательности:

$$x_n=\frac{\sin n^2}{5\cdot n+4}.$$

7. Пользуясь определением предела функции, доказать, что функция $f(x)=x^2+5$ имеет в точке x=2 предел, равный 9. Каково должно быть δ, чтобы из неравенства $|x-2|<\delta$ следовало неравенство $|f(x)-9|<0{,}01$.

Будет ли функция непрерывна в этой точке?

8. Вычислить следующие пределы:

а) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{2\cdot x^3+x^2+1}{x^3-5\cdot x}$, б) $\displaystyle\lim_{x\to b}\frac{a^x-a^b}{x-b}$, в) $\displaystyle\lim_{x\to a}\frac{\cos x-\cos a}{x-a}$; г) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\sqrt{x^2+x}-x$,

д) $\displaystyle\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(\frac{\pi}{2}-x\right)tgx$, е) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{(1+x)^{\frac{1}{3}}-1}{2\cdot x}$, ж) $\displaystyle\lim_{x\to 5}\frac{\sqrt{2\cdot x+1}-\sqrt{x+6}}{2\cdot x^2-7\cdot x-15}$,

з) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2\cdot x}{2\cdot x-3}\right)^{3\cdot x}$, и) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(\frac{5\cdot x-3}{x+4}\right)^{x+3}$, к) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin(7\cdot x)+\sin(3\cdot x)}{x\cdot\sin(x)}$.

9. Установить, в каких точках и какого рода разрывы имеют следующие функции:

а) $f(x)=\dfrac{2\cdot x+3}{(x-1)\cdot(x+2)}$,

б) $f(x)=E(\text{x})$,

в) $f(x)=\begin{cases} e^{\frac{1}{x}} \ \text{при} \ x\ne 0, \\ 0 \ \text{при} \ x=0 \end{cases}$,

г) $f(x)=\begin{cases} \sqrt{x} \ \text{при} \ x\ge 0, \\ \dfrac{1}{x} \ \text{при} \ x<0 \end{cases}$.

Построить графики этих функций.

10. Доопределить функцию $f(x)=\dfrac{x^2-4}{x-2}$ в точке x=2 таким образом, чтобы она стала непрерывной в этой точке.

10 вариант

1. Определите те значения x, которые удовлетворяют неравенству: $2\cdot x^2-8\le 0$.
2. Дана функция:
$f(x)=\sqrt[3]{x^2+8}-x$.
Найти значения: $f(0), f(1), f(-2), f(\mathrm{a})$.
3. Установить области существования функций:
а) $f(x)=\sqrt{7-2\cdot x}$;
б) $\varphi(x)=\sqrt{x+2}+\sqrt{x^2-8}$;
в) $\psi(x)=\log_a(3\cdot x-4)$.
4. Функция $y=f(x)$ определена на $(-2;+2)$. Каковы области определения функций:
$f(\mathrm{x}-2), f(2\cdot x), f(\dfrac{x}{2}), f(x+3)$?
5. Пользуюсь определением предела числовой последовательности, доказать равенство:
$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2\cdot n^2+3}{3\cdot n^2-2}=\dfrac{2}{3}$.
Начиная с какого n величина $\left|\dfrac{2\cdot n^2+3}{3\cdot n^2-2}-\dfrac{2}{3}\right|$ не превосходит 0,005?
6. Найти предел числовой последовательности:
$x_n=\dfrac{3\cdot n}{9\cdot n+2}+\dfrac{1}{n}\cdot\cos 2\cdot n$.
7. Пользуясь определением предела функции, доказать, что функция $f(x)=3\cdot x^2-1$ имеет в точке x=2 предел, равный 11. Каково должно быть δ, чтобы из неравенства $|x-2|<\delta$ следовало неравенство $|f(x)-11|<0,01$.
Будет ли функция непрерывна в этой точке?
8. Вычислить следующие пределы:
а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg(2\cdot x)}{\sin(5\cdot x)}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2\cdot x^4-5\cdot x^2+4}{9-x^4}$, в) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{tgx-tga}{x-a}$; г) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt{x-1}-2}{x-5}$,
д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{k}{x}\right)^{m\cdot x}$, е) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(a+x)-\ln a}{x}$, ж) $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{\sqrt{3\cdot x+17}-\sqrt{2\cdot x+12}}{x^2+8\cdot x+15}$,
з) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-7}{x}\right)^{2\cdot x+1}$, и) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{6\cdot x+5}{x-10}\right)^{5\cdot x}$, к) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos(5\cdot x)}{2\cdot x^2}$.
9. Установить, в каких точках и какого рода разрывы имеют следующие функции:
а) $f(x)=\dfrac{2}{x^2-9}$, б) $f(x)=\begin{cases} x \text{ при } x\ne 1, \\ \dfrac{1}{2} \text{ при } x=1\end{cases}$,
в) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{x-1}} \text{ при } 1<x\le 2, \\ \dfrac{1}{x} \text{ при } x\le 1\end{cases}$, г) $f(x)=x-E(x)$.
Построить графики этих функций.

10. Доопределить функцию $f(x)=\dfrac{a^{x-3}-1}{x-3}$ в точке x=3 таким образом, чтобы она стала непрерывной в этой точке.

Индивидуальное задание №2

1 вариант

1. Пользуясь определением производной, найти производные следующих функций:
а) $y=x^4-5\cdot x^2+3\cdot x+1$;

б) $y=tg\dfrac{x}{3}$;

в) $y=a^{x^2}$.
2. Пользуясь общими выражениями дифференцирования, найти производные следующих функций:
а) $f(x)=(x-2)^4$. Найти $f^{'}(0),\ f^{'}(2),\ f^{'}(-2),\ f^{'}(\pi)$.

б) $y=e^{arctg\sqrt{x}}\cdot(x^2+3\cdot x)$; в) $y=\sqrt{1+x^2}+x\cdot\arcsin x$;

г) $y=\left(\sqrt{x}\right)^x$; д) $y=\ln\dfrac{x-1}{2\cdot x+1}$.

3. Найти $\dfrac{dy}{dx}$ и $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ функции, заданной параметрически:
$$\left.\begin{aligned}x&=2\cdot t\\ y&=t^2+1\end{aligned}\right\}$$
4. Найти приращение Δy и дифференциал dy функции $y=x^2-3\cdot x+4$ в точке x=2 при $\Delta x=1;0,1;\ 0,01$. Найти для каждого значения Δx абсолютную погрешность $|\Delta y-dy|$ и относительную погрешность $\left|\dfrac{\Delta y-dy}{\Delta y}\right|$, которые допускаются при замене приращения дифференциалом.
5. Используя понятие дифференциала, найти приближенно значение $tg44^o45^/$. Результат сравнить с табличным.
6. Выяснить в какой точке кривой $y=2\cdot x^3-1$ касательная составляет с осью *Ox* угол $\dfrac{\pi}{3}$.
7. Угол Θ (в радианах), на который поворачивается колесо через t секунд, равен $\Theta=2\cdot t^3-54\cdot t+3$. Определите угловую скорость движения колеса. Через сколько времени колесо остановится?
8. Пользуясь правилом Лопиталя, найти следующие пределы:
а) $\lim\limits_{x\to\infty}(\pi-2\cdot arctgx)\ln x$; б) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(\sin x\right)^{tg\,x}$; в) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-x}{x^n-1}$.
9. Полотняный шатер объемом V имеет форму прямого конуса. Каково должно быть отношение высоты конуса к радиусу его основания, чтобы на шатер пошло наименьшее количество полотна.
10. Провести полное исследование и построить график функции:
$f(x)=\dfrac{2}{(x-2)\cdot(x-1)}$.

2 вариант

1. Пользуясь определением производной, найти производные следующих функций:

а) $y=x^3+3\cdot x^2+3$;

б) $y=\sin(2\cdot x+1)$;

в) $y=\ln(2\cdot x+3)$.

2. Пользуясь общими выражениями дифференцирования, найти производные следующих функций:

а) $f(x)=\left(x^2+2\right)^3$. Найти $f^{'}(0),\ f^{'}(1),\ f^{'}(-1),\ f^{'}(a+b)$.

б) $y=\sqrt{x^2+\sin 2\cdot x}$; в) $y=e^{3\cdot x}\sin(2\cdot x)$;

г) $y=\sqrt[x]{x^2+1}$; д) $y=arctg\sqrt{x^2-2}$.

3. Найти $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$ функции, заданной параметрически:

$$\left.\begin{array}{l} x=\ln t \\ y=\arcsin t \end{array}\right\}$$

4. Найти приращение Δy и дифференциал dy функции $y=x^2-5\cdot x+3$ в точке x=0 при $\Delta x=2;0,2;\ 0,02$. Найти для каждого значения Δx абсолютную погрешность $|\Delta y-dy|$ и относительную погрешность $\left|\frac{\Delta y-dy}{\Delta y}\right|$, которые допускаются при замене приращения дифференциалом.

5. Используя понятие дифференциала, найти приближенно значение функции $y=x^5-2\cdot x^4+3\cdot x^3-4\cdot x^2+6$ при x=1,001.

6. На кривой $y=4\cdot x^2-6\cdot x+3$ найти точку, в которой касательная: а) параллельна прямой $y=2\cdot x$, б) составляет с положительным направлением оси *Ox* угол $\frac{\pi}{4}$.

7. Закон движения материальной точки $s=\frac{3\cdot t^2}{4}-3\cdot t+7$. В какой момент времени скорость ее движения будет равной 2 м/с?

8. Пользуясь правилом Лопиталя, найти следующие пределы:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2-1}{2\cdot x^2+1}$; б) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\cos^2 x}{1-\sin x}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\left(x\cdot\ln\frac{1}{x}\right)$.

9. Найти соотношение между радиусом R и высотой H цилиндра, имеющего при данном объеме V наименьшую полную поверхность.

10. Провести полное исследование и построить график функции:

$f(x)=\frac{1}{x}+4\cdot x^2$.

3 вариант

1. Пользуясь определением производной, найти производные следующих функций:

а) $y=(x-2)^2$;

б) $y=\frac{1}{x}$;

в) $y=\sin^2 x$.

2. Пользуясь общими выражениями дифференцирования, найти производные следующих функций:

а) $f(t)=t^3-2\cdot t+e^{2\cdot t}$. Найти $f^{'}(0),\ f^{'}(1),\ f^{'}(-1),\ f^{'}(\ln 2)$.

б) $y=\ln\frac{x+2}{x-2}+\arcsin\sqrt{x}$;   в) $y=\sqrt{x\cdot\sqrt{x\cdot\sqrt{x}}}$;

г) $y=x^{2\cdot x}$;   д) $y=\cos^2\left(2\cdot x^2+3\cdot x+1\right)$.

3. Найти $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$ функции, заданной параметрически:

$$\left.\begin{array}{l} x=a\cdot(1-\cos t) \\ y=a\cdot(t-\sin t) \end{array}\right\}$$

4. Найти приращение Δy и дифференциал dy функции $y=(x+3)^3$ в точке x=1 при $\Delta x=1;0,1;\ 0,01$. Найти для каждого значения Δx абсолютную погрешность $|\Delta y-dy|$ и относительную погрешность $\left|\frac{\Delta y-dy}{\Delta y}\right|$, которые допускаются при замене приращения дифференциалом.

5. Найти приближенное значение $\sqrt[5]{\frac{2-0,01}{2+0,01}}$, используя понятие дифференциала.

6. Выяснить, в какой точке кривой $y=\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}-7\cdot x+9$ касательная составляет с положительным направлением оси *Ox* угол $-\frac{\pi}{4}$.

7. Закон движения материальной точки $s=t^4-3\cdot t^2+2\cdot t-4$. Найти скорость движения в момент t=2 с?

8. Пользуясь правилом Лопиталя, найти следующие пределы:

а) $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\frac{8\cdot x^3-1}{6\cdot x^2-5\cdot x+1}$;   б) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{1-4\cdot\sin^2\frac{\pi\cdot x}{6}}{1-x^2}$;   в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(x^4\cdot e^{-x}\right)$.

9. Найти высоту конуса наибольшего объема, который можно вписать в шар радиусом R.

10. Провести полное исследование и построить график функции:

$f(x)=x^3-2\cdot x^2+3\cdot x+4$.

4 вариант

1. Пользуясь определением производной, найти производные следующих функций:

а) $y=(x+1)^3$;

б) $y=\sec x$;

в) $y=e^{2\cdot x}$.

2. Пользуясь общими выражениями дифференцирования, найти производные следующих функций:

а) $s(t)=\frac{g\cdot t^2}{2}$. Найти $s'(0),\ s'(1),\ s'(\sqrt{2}),\ s'(5)$.

б) $y=\cos^2\left(4\cdot x^3+3\right)+\sin^3\frac{\pi}{4}$;   в) $y=\frac{1+x\cdot arctgx}{\sqrt{1+x^2}}$;

г) $y=x^x+(\sin x)^{\cos x}$;   д) $y=x^2\cdot e^{\frac{1}{x}}$.

3. Найти $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$ функции, заданной параметрически:

$$\left.\begin{aligned} x &= t^2 - 3\cdot t + 4 \\ y &= t^2 - 4\cdot t + 4 \end{aligned}\right\}$$

4. Найти приращение Δy и дифференциал dy функции $y = \frac{3\cdot x - 1}{x+2}$ в точке x=1 при $\Delta x = 1; -1;\ 0{,}1$. Найти для каждого значения Δx абсолютную погрешность $|\Delta y - dy|$ и относительную погрешность $\left|\frac{\Delta y - dy}{\Delta y}\right|$, которые допускаются при замене приращения дифференциалом.
5. Используя понятие дифференциала, найти приближенно значение функции $y = (x-2)^3 \cdot (x-3)^2 \cdot (x-4)$ при x=3,001.

6. Выяснить, в каких точках кривой $y = \frac{x^3}{3} - \frac{5\cdot x^2}{2} + 7\cdot x + 4$ касательная составляет с положительным направлением оси *Ox* угол $\frac{\pi}{4}$.

7. Закон движения материальной точки $s = 3\cdot t^4 - t^3 + 4\cdot t^2 + 6$. Найти скорость движения в момент t=2 с?
8. Пользуясь правилом Лопиталя, найти следующие пределы:

а) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^3 + 2\cdot x^2 + 8}{2\cdot x^3 - 3\cdot x^2 - 4\cdot x + 3}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\left(x\cdot e^{\frac{1}{x}}\right)$; в) $\lim\limits_{x\to 2}\left((2-x)\cdot tg\frac{\pi\cdot x}{4}\right)$.

9. Найти высоту конуса наибольшего объема, который можно вписать в шар радиусом R.
10. Провести полное исследование и построить график функции:
$f(x) = x^{\frac{2}{3}} - x$.

5 вариант

1. Пользуясь определением производной, найти производные следующих функций:
а) $y = \cos(2\cdot x + 1)$;

б) $y = x^4$;

в) $y = a^{2\cdot x}$.

2. Пользуясь общими выражениями дифференцирования, найти производные следующих функций:
а) $s(t) = t^2 + 5\cdot t - 8$. Найти $s'(0),\ s'(-1),\ s'(a),\ s'(a+b)$.

б) $y = \sin(\sin^2 x)$; в) $y = \left(x^2+2\right)^{x^2+2}$;

г) $y = arctg^3\left(x^2 + 4\cdot x\right)$; д) $y = \sqrt{1 + \frac{1}{x}}$.

3. Найти $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$ функции, заданной параметрически:

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{3\cdot a\cdot t}{1+t^3} \\ y &= \frac{3\cdot a\cdot t^2}{1+t^3} \end{aligned}\right\}$$

4. Найти приращение Δy и дифференциал dy функции $y = x^3 - x$ в точке x=1 при $\Delta x = 1; -1;\ 0{,}01$. Найти для каждого значения Δx абсолютную погрешность $|\Delta y - dy|$ и от-

носительную погрешность $\left|\frac{\Delta y - dy}{\Delta y}\right|$, которые допускаются при замене приращения дифференциалом.

5. Вычислить приближенно изменение функции $y=(x-2)^3+4$ при переходе аргумента x от значения 2 к значению 2,001.

6. Под каким углом пересекаются кривые $x^2+y^2=8$ и $y^2=2\cdot x$?

7. Точка движется по параболе $y=x^2+2$ так, что ее абсцисса x изменяется с течением времени t по закону $x=t^3$. С какой скоростью изменяется ордината точки y?

8. Пользуясь правилом Лопиталя, найти следующие пределы:

а) $\lim\limits_{x\to a}\left(2-\frac{x}{a}\right)^{tg\frac{\pi\cdot x}{2\cdot a}}$;   б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^4}{e^x}$;   в) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\ln(2-x)}{1-x}$.

9. Проволокой, длина которой *l* м, необходимо огородить клумбу, имеющую форму кругового сектора. Каким должен быть радиус круга, чтобы площадь клумбы была наибольшей?

10. Провести полное исследование и построить график функции:

$f(x)=\frac{3\cdot x}{1+x^2}$.

6 вариант

1. Пользуясь определением производной, найти производные следующих функций:

а) $y=3\cdot x^2$;

б) $y=\cos(3\cdot x+1)$;

в) $y=ctg(x+1)$.

2. Пользуясь общими выражениями дифференцирования, найти производные следующих функций:

а) $\varphi(t)=2\cdot t^3-5\cdot t^2+\frac{1}{t}$. Найти $\varphi'(1),\ \varphi'(-1),\ \varphi'(\frac{1}{2}),\ \varphi'(\pi)$.

б) $y=\sqrt[3]{(x+1)^3}$;   в) $y=\ln\left(\sqrt{1-x^2}\cdot\cos x^2\right)$;

г) $y=5^{arctg\sqrt{x}}$;   д) $y=x^{\sin(2\cdot x+3)}$.

3. Найти угловой коэффициент касательной к кривой, заданной параметрически:

$$\left.\begin{aligned} x&=t^4-2\cdot t^3-t^2+4\cdot t-2 \\ y&=t^4+2\cdot t^3-t^2-4\cdot t-2 \end{aligned}\right\}$$

в точке *x=0, y=0.*

4. Найти приращение Δy и дифференциал dy функции $y=\frac{x+2}{x-2}$ в точке x=3 при $\Delta x=1;\ 0,5;\ 0,25$. Найти для каждого значения Δx абсолютную погрешность $|\Delta y-dy|$ и относительную погрешность $\left|\frac{\Delta y - dy}{\Delta y}\right|$, которые допускаются при замене приращения дифференциалом.

5. Используя понятие дифференциала, найти приближенно значение $tg59^o$. Результат сравнить с табличным.

6. Найти точки на кривой $y=\frac{x^3}{3}-\frac{9\cdot x^2}{2}+20\cdot x-7$, в которых касательные параллельны оси *Ox.*

7. Закон движения материальной точки $s = 3 \cdot t^4 - t^3 + 4 \cdot t^2 + 6$. Найти скорость ее движения в момент времени *t=2 с.*
8. Пользуясь правилом Лопиталя, найти следующие пределы:

а) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{e^{2 \cdot x} + x}{x^2}$; б) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{e^x - e^2}{x - 2}$; в) $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{(x-a)^3}{x - a^3}$.

9. Проволокой, длина которой *l* м, необходимо огородить клумбу, имеющую форму кругового сектора. Каким должен быть радиус круга, чтобы площадь клумбы была наибольшей?
10. Провести полное исследование и построить график функции:

$f(x) = \dfrac{x^2 + 1}{x + 2}$.

7 вариант

1. Пользуясь определением производной, найти производные следующих функций:
а) $y = 2 \cdot x^3 + 3 \cdot x^2 - x + 1$;
б) $y = \sin 2x$;
в) $y = e^{2 \cdot x}$.
2. Пользуясь общими выражениями дифференцирования, найти производные следующих функций:

а) $f(\varphi) = \sin\varphi + \cos^2\varphi$. Найти $f^{'}(0),\ f^{'}(\frac{\pi}{4}),\ f^{'}(\frac{\pi}{2}),\ f^{'}(-\frac{\pi}{2})$.

б) $y = \dfrac{tg\,\frac{x}{2} + ctg\,\frac{x}{2}}{x}$; в) $y = \arccos\dfrac{1}{x+1}$;

г) $y = \ln\dfrac{\sqrt{a^2 + x^2}}{\sqrt{a^2 - x^2}}$; д) $y = x^{x^2}$.

3. Найти уравнение касательной и нормали к кривой, заданной параметрически:

$$\left.\begin{aligned} x &= a(t - \sin t) \\ y &= a(1 - \cos t) \end{aligned}\right\}$$

в точке $x = a \cdot \left(\dfrac{\pi}{2} - 1\right)$, *y=a.*

4. Найти приращение Δy и дифференциал dy функции $y = 2 \cdot x^2 + 5 \cdot x + 3$ в точке x=2 при $\Delta x = 1;\ -1;\ 0{,}01$. Найти для каждого значения Δx абсолютную погрешность $|\Delta y - dy|$ и относительную погрешность $\left|\dfrac{\Delta y - dy}{\Delta y}\right|$, которые допускаются при замене приращения дифференциалом.

5. Используя дифференциальное исчисление, найти приближенно значение $\sin 60^o 15'$, если $\sin 60^o = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \approx 0.866025$, а $\cos 60^o = \dfrac{1}{2}$. Результат сравнить с табличным.

6. Написать уравнение касательной и нормали к кривой $y = x^3 + 3 \cdot x^2 - 8$ в точке ее пересечения с параболой $y = 3 \cdot x^2$.

7. Закон движения материальной точки $s = 4 \cdot \cos\left(\dfrac{t}{4} + \dfrac{\pi}{4}\right) + 6$. Найти скорость ее движения в момент времени *t=π с.*
8. Пользуясь правилом Лопиталя, найти следующие пределы:

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{x\cdot\ln(1+x)}$;   б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\ln(x+a)}{x}$;   в) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(tgx-\sec x)$.

9. Полоса жести шириной *а*, имеющая прямоугольную форму, должна быть согнута в виде открытого кругового цилиндрического желоба так, чтобы его сечение имело форму сегмента. Каким должен быть центральный угол φ, опирающийся на дугу сегмента, чтобы вместимость желоба была наибольшей?

10. Провести полное исследование и построить график функции:
$f(x)=\left(x^2-4\right)^2$.

8 вариант

1. Пользуясь определением производной, найти производные следующих функций:

а) $y=3\cdot x^3+2\cdot x^2-x$;

б) $y=\sec(x-\mathrm{a})$;

в) $y=e^{-x}$.

2. Пользуясь общими выражениями дифференцирования, найти производные следующих функций:

а) $\varphi(\mathrm{s})=2\cdot s^3+3\cdot s^2-4$. Найти $\varphi'(0),\ \varphi'(-1),\ \varphi'(\sqrt{2}),\ \varphi'(\mathrm{b}-\mathrm{a})$.

б) $y=\dfrac{x^2}{e^x}$;   в) $y=\sin^2 x^3$;

г) $y=\dfrac{1}{4}\ln\dfrac{1+x}{1-x}$;   д) $y=x^{\sin x}$.

3. Найти уравнение касательной и нормали к кривой, заданной параметрически:

$$\left.\begin{aligned} x&=\cos t\\ y&=\sin t+t\end{aligned}\right\}$$

в точке*,* соответствующей значению *t=π/3.*

4. Найти приращение Δy и дифференциал dy функции $y=x^3+3\cdot x$ в точке x=1 при $\Delta x=\dfrac{1}{2};\ \dfrac{1}{4};\ \dfrac{1}{20}$. Найти для каждого значения Δx абсолютную погрешность $|\Delta y-dy|$ и относительную погрешность $\left|\dfrac{\Delta y-dy}{\Delta y}\right|$, которые допускаются при замене приращения дифференциалом.

5. Насколько увеличится величина степени 5^7, если основание увеличить на 0,004?

6. Найти точку на кривой $y=\dfrac{x^4}{4}-7$, касательная в которой перпендикулярна к прямой $y=8\cdot x-4$.

7. Разложение некоторого химического вещества протекает в соответствии с уравнением $m=m_o\cdot e^{-k\cdot t}$, где *m* – количество вещества в момент времени *t*, *k* – положительная постоянная. Найти скорость *v* разложения вещества.

8. Пользуясь правилом Лопиталя, найти следующие пределы:

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\cdot x^3-3\cdot x^2}{x^2+5\cdot x}$; б) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x^2-\sqrt{a^3\cdot x}}{\sqrt{a\cdot x}-x}$; в) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{\sin(2\cdot x)-\cos(2\cdot x)-1}{\sin x-\cos x}$.

9. Из фигуры, ограниченной кривой $y=3\cdot\sqrt{x}$ и прямыми *x=4, y=0*, вырезать прямоугольник наибольшей площадью.

10. Провести полное исследование и построить график функции:

$f(x) = \frac{x^3}{e^x}$.

9 вариант

1. Пользуясь определением производной, найти производные следующих функций:
а) $y = x^5$;
б) $y = ctg 2 \cdot x$;
в) $y = \log_a(2 \cdot x + 1)$.
2. Пользуясь общими выражениями дифференцирования, найти производные следующих функций:
а) $\varphi(\Theta) = 2 \cdot \Theta^3 + 5 \cdot \Theta^2 + 2$. Найти $\varphi^{'}(0),\ \varphi^{'}(\frac{\pi}{4}),\ \varphi^{'}(-\frac{\pi}{2}),\ \varphi^{'}(\sqrt{\pi})$.

б) $y = \frac{e^x - e^{-x}}{x}$; в) $y = x \cdot \sqrt[5]{x^6 - 8}$;

г) $y = \ln\left[\ln(\ln x)\right]$; д) $y = \cos x^{\sin x}$.

3. Найти $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2 y}{dx^2}$ функции, заданной параметрически:
$$\left.\begin{aligned} x &= a \cdot \cos^2 \varphi \\ y &= b \cdot \sin^2 \varphi \end{aligned}\right\}$$
4. Найти приращение Δy и дифференциал dy функции $y = (x-2)^3$ в точке x=0 при $\Delta x = 1;\ 0,1;\ 0,01$. Найти для каждого значения Δx абсолютную погрешность $|\Delta y - dy|$ и относительную погрешность $\left|\frac{\Delta y - dy}{\Delta y}\right|$, которые допускаются при замене приращения дифференциалом.
5. С помощью дифференциала приближенно вычислить $\sqrt[5]{31}$ и оценить допущенную относительную погрешность (с точностью до двух знаков после запятой).
6. Найти точку на кривой $y = -3 \cdot x^2 + 4 \cdot x + 7$, касательная в которой перпендикулярна к прямой $x - 20 \cdot y + 5 = 0$.
7. Лестница длиной *16 м*, прислоненная к вертикальной стене, падает, скользя одним концом о стену, а другим о пол. С какой скоростью опускается верхний конец лестницы в момент, когда нижний конец, отодвигающийся от стены с постоянной скоростью *2 м/мин*, отстоит от нее на расстоянии *5 м*?
8. Пользуясь правилом Лопиталя, найти следующие пределы:
а) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{x \cdot \ln(1+x)}$; б) $\lim\limits_{x \to 3} \frac{\arcsin(3-x)}{\sqrt{x^2 - 5 \cdot x + 6}}$; в) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{x + \sin x}{x}$.
9. Окно имеет форму прямоугольника, завершенного полукругом. Периметр окна равен *15 м*. При каком радиусе полукруга окно будет пропускать наибольшее количество света?
10. Провести полное исследование и построить график функции:
$f(x) = x \cdot \ln x$.

10 вариант

1. Пользуясь определением производной, найти производные следующих функций:
а) $y = x^3$;
б) $y = tg(2 \cdot x - 1)$;
в) $y = a^{-x}$.

2. Пользуясь общими выражениями дифференцирования, найти производные следующих функций:

а) $\rho(\varphi)=tg^2\varphi+\cos^2\varphi$. Найти $\rho'(0),\ \rho'(\frac{\pi}{4}),\ \rho'(\frac{\pi}{2}),\ \rho'(-\pi)$.

б) $y=\dfrac{\sqrt{e^x-e^{-x}}}{\sqrt{x}}$; в) $y=arctgx^2$;

г) $y=e^x\cdot\sqrt{1-e^{2\cdot x}}$; д) $y=\left(\cos x\right)^x$.

3. Найти $\dfrac{dy}{dx}$ и $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ функции, заданной параметрически:

$$\left.\begin{aligned} x&=e^t\cdot\sin t\\ y&=e^t\cdot\cos t\end{aligned}\right\}$$

4. Найти приращение Δy и дифференциал dy функции $y=x^2+3\cdot x+5$ в точке x=0 при $\Delta x=1;\ 0,1;\ 0,01$. Найти для каждого значения Δx абсолютную погрешность $\left|\Delta y-dy\right|$ и относительную погрешность $\left|\dfrac{\Delta y-dy}{\Delta y}\right|$, которые допускаются при замене приращения дифференциалом.

5. С помощью дифференциала приближенно вычислить $\sqrt[3]{70}$ и оценить допущенную относительную погрешность (с точностью до двух знаков после запятой).

6. Найти точку на кривой $y=3\cdot x^2-4\cdot x+6$, касательная в которой параллельнак прямой $8\cdot x-y-5=0$.

7. Закон движения материальной точки $s=4\cdot\sin\left(\dfrac{t}{3}+\dfrac{\pi}{6}\right)-8$. Найти скорость ее движения в момент времени *t=π/2 с.*

8. Пользуясь правилом Лопиталя, найти следующие пределы:

а) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{e^x-e^a}{x-a}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{1}{x^2}-ctg^2x\right]$; в) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{e^{3\cdot x}+6\cdot x}{x^2}$.

9. На странице книги печатный текст занимает площадь *S*. Ширина верхнего и нижнего полей равна *a*, а правого и левого – b. При каком отношении ширины к высоте текста площадь всей страницы будет наименьшей?

10. Провести полное исследование и построить график функции:

$f(x)=x^2\cdot e^{\frac{1}{x}}$.

19.3.3 Примерный перечень заданий для практических занятий

Тема «Вещественные числа»

1. Дано два множества $A=\{2,3,5,6,7\}$ и $B=\{1,2,3,4,5,6,7\}$. Является ли множество А подмножеством множества В?
2. Какими должны быть два конечных множества, чтобы между ними можно было установить взаимно однозначное соответствие?
3. Даны два множества А – множество, состоящее из десяти стульев, и В – множество, состоящее из 10 студентов. Можно ли сказать, что А=В? Можно ли установить между этими множествами взаимно однозначное соответствие?
4. Обладает ли свойством плотности множество целых чисел?
5. Доказать, что число $\sqrt{3}$ не является рациональным.
6. Доказать, что уравнение $x^2-2=0$ не имеет рациональных корней.

7. Доказать, что среди положительных рациональных чисел, квадрат которых больше двух, нет наименьшего.
8. Доказать, что множество, ограниченное снизу, имеет точную нижнюю грань.
9. Доказать, что число 0 является точной нижней границей множества всех положительных правильных дробей.
10. Определить, какие из нижеследующих бесконечных десятичных дробей выражают рациональные числа, какие – иррациональные, и записать рациональные числа в ряде обыкновенных дробей: а) 2,(32); б) 3,52(375); в) 1,37(9); г) 1,212012001…
11. Указать какие-нибудь два иррациональных числа, сумма которых рациональна.
12. Доказать, что между двумя различными вещественными числами содержатся как рациональные, так и иррациональные числа.
13. Доказать, что множество чисел вида $\frac{n^2}{n^2+4}$, где n пробегает все натуральные значения, ограниченно. Найти точные нижнюю и верхнюю грани этого множества.
14. Доказать, что множество M чисел вида $a_n = \left\{\left[1+(-1)^n\right]\cdot n + \frac{1-(-1)^n}{n}\right\}$ не ограниченно сверху, но ограниченно снизу. Найти inf M.

Тема «Функции одной переменной»

1. Найти области определения функций:

$f(x) = x^3 + 5\cdot x^2 - 5\cdot x + 1$;

$f(x) = \frac{2\cdot x + 1}{x^2 - 3\cdot x + 2}$;

$f(x) = \lg\sin(x-3) + \sqrt{16 - x^2}$;

$f(x) = 1 + x + \sqrt{x^2 - 9}$;

$f(x) = \arccos\frac{2\cdot x - 5}{3} + \lg 2^x$;

$f(x) = \frac{|x| + 1}{x}$;

$f(x) = (x-3)\cdot\sqrt{\frac{x-2}{x+1}}$;

$f(x) = \sqrt{E(x) - x} + 2\cdot x$.

2. Установить, какие из данных функций f(x) являются четными, а какие нечетными:

$f(x) = x^3 + 3\cdot x^4 - 5\cdot x^6$;

$f(x) = x - x^3$;

$f(x) = a^x + a^{-x}$;

$f(x) = \lg\frac{1+x}{1-x}$;

$f(x) = \frac{|x|}{x}$;

$f(x) = 3^x - 1$.

3. Определить, какие из функций являются периодическими, и установить их наименьший положительный период:

$f(x) = \sin x + tg\,\dfrac{x}{2}$;

$f(x) = \cos^2 x$;

$f(x) = \cos x^2$;

$f(x) = \sqrt{tgx}$;

$f(x) = \sin 2 \cdot x$;

$f(x) = A \cdot \sin \lambda x + B \cos \lambda x \, (\lambda > 0)$.

4. Для заданных функций найти обратные. Построить графики тех и других функций, используя свойства обратных функций:

$f(x) = 2 \cdot x$;

$f(x) = x^2 - 2$;

$f(x) = \dfrac{1}{2 - x}$;

$f(x) = \dfrac{1}{x}$;

$f(x) = 2^x - 1$;

$f(x) = \log_5 x$.

Тема «Теория пределов»

1. Вычислить пределы числовых последовательностей:

$\lim\limits_{n\to\infty} n(\sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1})$;

$\lim\limits_{n\to\infty} n(\sqrt{n(n-2)} - \sqrt{n^2-3})$;

$\lim\limits_{n\to\infty} (n - \sqrt[3]{n^3-5}) n\sqrt{n})$;

$\lim\limits_{n\to\infty} (\sqrt{(n^2+1)(n^2-4)} - \sqrt{n^4-9})$;

$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{n^5-8} - n\sqrt{n(n^2+5)})}{\sqrt{n}}$;

$\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{3n^2-6n+7}{3n^2+20n-1} \right)^{-n+1}$;

$\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n-10}{n+1} \right)^{3n+1}$.

2. Доказать:

a. $\lim\limits_{x\to-3} \dfrac{2x^2+5x-3}{x+3} = -7$;

b. $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{5x^2-4x-1}{x-1} = 6$;

c. $\lim\limits_{x\to-2} \dfrac{3x^2+5x-2}{x+2} = -7$;

d. $\lim\limits_{x\to3} \dfrac{4x^2-14x+6}{x-3} = 10$;

e. $\lim\limits_{x\to-1/2} \dfrac{6x^2-x-1}{x-1/2} = -5$;

f. $\lim\limits_{x\to1/2} \dfrac{6x^2-x-1}{x-1/2} = 5$;

g. $\lim\limits_{x\to2} \dfrac{3x^2-5x-2}{x-2} = 7$;

h. $\lim\limits_{x\to-1/3} \dfrac{3x^2-2x-1}{x+1/3} = -4$;

i. $\lim\limits_{x\to-1} \dfrac{7x^2+8x+1}{x+1} = -6$.

3. Вычислить пределы функций:

a. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{(x^3-2x-1)(x+1)}{x^4+4x^2-5}$;

b. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3-3x-2}{x+x^2}$;

c. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{(x^2+3x+2)^2}{x^3+2x^2-x-2}$;

d. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(2x^2-x-1)^2}{x^3+2x^2-x-2}$;

e. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{(x^2+2x-3)^2}{x^3+4x^2+3x}$;

f. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{(x^3-2x-1)(x+1)}{x^4+4x^2-5}$;

g. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+x^3)-(1+3x)}{x+x^5}$;

h. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-2x+1}{2x^2-x-1}$;

i. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3-3x-2}{x^2-x-2}$;

j. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3+5x^2+7x+3}{x^3+4x^2+5x+2}$;

k. $\lim\limits_{x\to -8}\dfrac{\sqrt{1-x}-3}{2+\sqrt[3]{x}}$;

l. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}$;

m. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x-1}}{\sqrt[3]{x^2-1}}$;

n. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x+13}-2\sqrt{x+1}}{x^2-9}$;

o. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\sqrt[3]{x-6}+2}{x^3+8}$;

p. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 2x}{\cos 7x-\cos 3x}$;

q. $\lim\limits_{x\to 16}\dfrac{\sqrt[4]{x}-2}{\sqrt{x}-4}$;

r. $\lim\limits_{x\to 8}\dfrac{\sqrt{9+2x}-5}{\sqrt[3]{x}-2}$;

s. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1-2x+x^2}-(1+x)}{x}$;

t. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{8+3x+x^2}-2}{x+x^2}$;

u. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{27+x}-\sqrt[3]{27-x}}{x+2\sqrt[3]{x^4}}$;

v. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+\sin x)}{\sin 4(x-\pi)}$;

w. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 10(x+\pi)}{e^{x^2}-1}$;

x. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4x}{tg(\pi(2+x))}$;

y. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x}{tg(2\pi(x+1/2))}$;

z. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 3x}{\sqrt{2+x}-\sqrt{2}}$;

aa. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos^3 x}{4x^2}$;

bb. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2^{x+1}-2}{\ln(1+4x)}$;

cc. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg\,2x}{\sin(2\pi(x+10))}$;

dd. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{3x-1}{x+1}\right)^{1/(\sqrt[3]{x}-1)}$;

ee. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{2x-1}{x}\right)^{1/(\sqrt[3]{x}-1)}$;

ff. $\lim\limits_{x\to 2}\left(\dfrac{\cos x}{\cos 2}\right)^{1/(x-2)}$;

gg. $\lim\limits_{x\to 2\pi}(\cos x)^{1/\sin^2 2x}$;

hh. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{\ln x}$;

ii. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{\ln x}$;

jj. $\lim\limits_{x\to \pi}\dfrac{1+\cos 3x}{\sin^2 7x}$;

kk. $\lim\limits_{x\to \pi/4}\dfrac{1-\sin 2x}{(\pi-4x)^2}$;

ll. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1+\cos \pi x}{tg^2 \pi x}$;

mm. $\lim\limits_{x\to a}\left(\dfrac{\sin x}{\sin a}\right)^{1/(x-a)}$;

nn. $\lim\limits_{x\to 8}\left(\dfrac{2x-7}{x+1}\right)^{1/(\sqrt[3]{x}-2)}$;

oo. $\lim\limits_{x\to \pi/4}(tgx)^{1/(\cos(3\pi/4-x))}$;

pp. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x^2-5x}{\sin 3x}$;

qq. $\lim\limits_{x\to \pi/2}\dfrac{tg3x}{tgx}$;

rr. $\lim\limits_{x\to \pi}\dfrac{\sin^2 x-tg^2 x}{(x-\pi)^4}$;

ss. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{tg\pi x}$;

tt. $\lim\limits_{x\to \pi}\dfrac{\cos 5x-\cos 3x}{\sin^2 x}$;

uu. $\lim\limits_{x\to 2\pi}\dfrac{\sin 7x-\sin 3x}{e^{x^2}=e^{4\pi^2}}$;

vv. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{2x-1}{x}\right)^{1/(\sqrt[5]{x}-1)}$;

ww. $\lim\limits_{x\to a}(2-x/a)^{tg\frac{\pi x}{2a}}$;

xx. $\lim\limits_{x\to 2\pi}(\cos x)^{ctg2x/\sin 3x}$.

Тема «Непрерывность и разрывы функции»

Доказать, что функция $f(x)$ непрерывна в точке x_0:

a. $f(x)=5x^2-1, x_0=6.$

b. $f(x)=4x^2-2, x_0=5.$

i. $f(x)=-5x^2-8, x_0=2.$

i. $f(x)=-5x^2-9, x_0=3.$

q. $f(x)=3x^2-2, x_0=5.$

r. $f(x)=2x^2-3, x_0=4.$

c. $f(x)=3x^2-3, x_0=4.$

d. $f(x)=2x^2-4, x_0=3.$

e. $f(x)=-2x^2-5, x_0=2.$

f. $f(x)=-3x^2-6, x_0=1.$

g. $f(x)=-4x^2-7, x_0=1.$

h. $f(x)=5x^2+1, x_0=7.$

k. $f(x)=-4x^2+9, x_0=4.$

l. $f(x)=-3x^2+8, x_0=5.$

m. $f(x)=-2x^2+7, x_0=6.$

n. $f(x)=2x^2+6, x_0=7.$

o. $f(x)=3x^2+5, x_0=8.$

p. $f(x)=4x^2+4, x_0=9.$

s. $f(x)=-2x^2-4, x_0=3.$

t. $f(x)=5x^2+3, x_0=8.$

u. $f(x)=-3x^2-5, x_0=2.$

v. $f(x)=-4x^2-6, x_0=1.$

w. $f(x)=-5x^2-7, x_0=1.$

x. $f(x)=-4x^2-8, x_0=2.$

y. $f(x)=4x^2-1, x_0=6.$

Темы «Производная и дифференциал», «Основные теоремы дифференциального исчисления»

1. Найти производную:

a. $y=\dfrac{(2x^2-1)\sqrt{1+x^2}}{3x^3}$;

b. $y=\dfrac{2x^2-x-1}{3\sqrt{2+4x}}$;

c. $y=\dfrac{(1+x^8)\sqrt{1+x^8}}{12x^{12}}$;

d. $y=\dfrac{x^2}{2\sqrt{1-3x^4}}$;

e. $y=\dfrac{(x^2-6)\sqrt{(4+x^2)^3}}{120x^5}$;

f. $y=\dfrac{x^4-8x^2}{2(x^2-4)}$;

g. $y=\lg\ln(\operatorname{ctg}x)$;

h. $y=\dfrac{(x^2-8)\sqrt{x^2-8}}{6x^3}$;

i. $y=\sqrt[3]{\dfrac{(1+x^{3/4})^2}{x^{3/2}}}$;

j. $y=\dfrac{4+3x^3}{x\sqrt[3]{(2+x^3)^2}}$;

k. $y=\ln\sqrt[4]{\dfrac{1+2x}{1-2x}}$;

l. $y=\ln\sin\dfrac{2x+4}{x+1}$;

m. $y=\log_{16}\log_5\operatorname{tg}x$;

n. $y=\log_4\log_2\operatorname{tg}x$;

o. $y=\dfrac{(1+x)\operatorname{arctg}\sqrt{x}-\sqrt{x}}{x}$;

p. $y=\ln\cos\dfrac{2x+3}{x+1}$;

q. $y=\operatorname{arctg}x+\dfrac{5}{6}\ln\dfrac{x^2+1}{x^2+4}$;

r. $y=\arcsin\dfrac{x-2}{(x-1)\sqrt{2}}$;

s. $y=\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{1-x}}{1-\sqrt{x}}$;

t. $y=x+\dfrac{1}{\sqrt{2}}\ln\dfrac{x-\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}}+a^{\pi\sqrt{2}}$;

u. $y=x(\cos\ln x+\sin\ln x)/2$;

v. $y=\dfrac{2\sqrt{1-x}\arcsin\sqrt{x}}{x}+\dfrac{2}{\sqrt{x}}$;

w. $y=\dfrac{2x-5}{4}\sqrt{5x-4-x^2}+\dfrac{9}{4}\arcsin\sqrt{\dfrac{x-1}{3}}$;

x. $y=\sqrt{1-x^2}-x\arcsin\sqrt{1-x^2}$;

y. $y=\sqrt{x}+\dfrac{1}{3}\operatorname{arctg}\sqrt{x}+\dfrac{8}{3}\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{x}}{2}$.

2. Найти стационарные точки функции с помощью производной первого порядка:

a. Найдите количество точек экстремума функции y = $\dfrac{2x^3-3x^2+1}{8x^3}$;

b. Найдите точку минимума функции y = (x -1)2 $\sqrt{x}$;

c. Найти количество точек экстремумов функции y = $\dfrac{7x^3-3x^2+9}{5x^3}$;

d. Найдите количество точек экстремума функции $y=\frac{2x^3-3x^2+1}{8x^3}$;

e. Найти количество точек экстремумов функции $y=\frac{7x^3-3x^2+9}{5x^3}$;

3. Найти дифференциал dy:

a. $y=x\arcsin(1/x)+\ln\left|x+\sqrt{x^2-1}\right|,\quad x>0$;

b. $y=\operatorname{tg}\left(2\arccos\sqrt{1-2x^2}\right),\quad x>0$;

c. $y=\sqrt{1+2x}-\ln\left|x+\sqrt{1+2x}\right|$;

d. $y=x^2\operatorname{arctg}\sqrt{x^2-1}-\sqrt{x^2-1}$;

e. $y=\arccos\left(1/\sqrt{1+2x^2}\right),\quad x>0$;

f. $y=x\ln\left|x+\sqrt{x^2+3}\right|-\sqrt{x^2+3}$;

g. $y=\operatorname{arctg}(\operatorname{sh}x)+(\operatorname{sh}x)\ln\operatorname{ch}x$;

h. $y=\arccos\left(\left(x^2-1\right)/\left(x^2\sqrt{2}\right)\right)$;

i. $y=\ln\left(\cos^2x+\sqrt{1+\cos^4x}\right)$;

j. $y=\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)-\sqrt{1+x^2}\operatorname{arctg}x$;

k. $y=\frac{\ln|x|}{1+x^2}-\frac{1}{2}\ln\frac{x^2}{1+x^2}$;

Тема «Исследование функций с помощью производных»

1. Найти асимптоты функций.

a. $y=\frac{17-x^2}{4x-5}$;

b. $y=\frac{x^2+1}{\sqrt{4x^2-3}}$;

c. $y=\frac{x^3-4x}{3x^2-4}$;

d. $y=\frac{4x^2+9}{4x+8}$;

e. $y=\frac{4x^3+3x^2-8x-2}{2-3x^2}$;

f. $y=\frac{x^2-3}{\sqrt{3x^2-2}}$;

g. $y=\frac{2x^2-6}{x-2}$;

h. $y=\frac{x^3-5x}{5-3x^2}$;

i. $y=\frac{2x^3+2x^2-3x-1}{2-4x^2}$;

j. $y=\frac{x^2-6x+4}{3x-2}$.

2. Провести полное исследование функций и построить их график.

a. $y=\frac{x^3+4}{x^2}$;

b. $y=\frac{x^2-x+1}{x-1}$;

c. $y=\frac{2}{x^2+2x}$;

d. $y=\frac{4x^2}{3+x^2}$;

e. $y=\frac{12x}{9+x^2}$;

f. $y=\frac{x^2-3x+3}{x-1}$;

g. $y=\frac{4-x^3}{x^2}$;

h. $y=\frac{x^2-4x+1}{x-4}$;

i. $y=\frac{(x-1)^2}{x^2}$;

j. $y=\frac{12-3x^2}{x^2+12}$;

k. $y=\left(1+\frac{1}{x}\right)^2$;

l. $y=\frac{-8x}{x^2+4}$;

m. $y=\frac{x^2}{(x-1)^2}$;

n. $y=\frac{9+6x-3x^2}{x^2-2x+13}$.

Тема «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»

1. Найти производные по x и y функции $z = \varphi(x;y)$, неявно заданной в окрестности точки $(2;\ 1;\ 2)$ уравнением $x^2 \cdot y + y^4 \cdot z^2 + x \cdot z^3 = 16$.
2. Найти дифференциал функции $(x;y) = \sin(x\ y\ z^2)^{3\ 4}$.
3. Найти дифференциал функции $(x;y) = 3\ x \cdot y^2 \cdot x + y^3 \cdot\ ^2$.
4. Найти частные производные функции $(x;y) = \dfrac{x^2 + 3 \cdot y^2}{xy}$ по переменным x и y.
5. Найти область определения функции двух переменных $(x;y) = \ln(x\quad y^2 + 4^2) -$.
6. Найти частные производные первого порядка функции:

$z = \sin\sqrt{\dfrac{y}{x^3}}$;

$z = \operatorname{arctg}(x \cdot \sqrt{y})$;

$z = e^x(\cos y \quad x \sin y)$;

$z = \dfrac{y \cdot \sin 2y}{\sqrt[3]{x^2}}$.

7. Найти $y(x)$, если $x \cdot \sin y - \cos y + \cos(2\ y\quad x) = 0$;
8. Найти приближенное представление неявно заданной функции уравнением $x^2 - 3 \cdot x \cdot y + y^2 = 1$ в окрестности точки $(3;\ 1)$ до второго порядка включительно.
9. Для функции $z = z(x,\ y)$, заданной неявно уравнением $x^2 + y^2 - z^2 - x \cdot y + 3 \cdot z - 2 = 0$ в окрестности точки $M_0(1;0;1)$, найти $d^2 z(1;\ 0)$.
10. Разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $(0;1;0)$ до членов первого порядка включительно функцию $z = z(x,y,t)$, заданную неявно уравнением $\sin z + (x\ ^2 y\quad e^t) z \cdot \ln(y\quad x\ + t) = 0$ в окрестности точки $M_0(0;1;0;\ 0)$.

19.3.4 Перечень заданий для контрольных работ

В течение семестра проводится две контрольных работы.

Задания контрольных работ формируются на основе заданий, разобранных на практических занятиях и включенных в перечень индивидуальных заданий (см. пункты 19.3.2, 19.3.3).

19.3.5 Темы докладов и рефератов

1. Связь математики с другими науками.
2. Понятие вещественного числа.
3. Построение графиков функций средствами информационных технологий.
4. Вклад Л. Эйлера в развитие математического анализа.
5. Жизнь и деятельность Р. Дедекинда
6. Пьер Ферма: биография, открытия в математике.
7. Мишель Ролль: биография, научная деятельность.
8. Жизнь и деятельность И. Бернулли и Г. Лопиталя.
9. Пределы и производные: сущность, значение, вычисление.
10. Определение экстремумов функций многих переменных.
11. Применение производных при решении задач из различных областей.
12. Современные открытия в области математики.

19.3.6 Вопросы к коллоквиумам

Вопросы к коллоквиуму №1

1. Понятие множества. Множество рациональных чисел.
2. Вещественные числа.
3. Абсолютная величина числа.
4. Границы числовых множеств. Сегмент, интервал, окрестность.
5. Понятие функции. Способы задания функций. График функции.
6. Четные и нечетные функции. Периодические функции. Понятие обратной функции.
7. Элементарные функции.

Вопросы к коллоквиуму №2

1. Числовая последовательность и ее предел.
2. Бесконечно малые и бесконечно большие величины.
3. Основные теоремы о пределах. Арифметические действия над переменными величинами.
4. Особые случаи пределов и неопределенности.
5. Монотонная переменная и ее предел. Число e.
6. Теорема о вложенных отрезках. Частичные последовательности.
7. Предел функции. Теоремы о пределах на случай произвольной функции.
8. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин.

Вопросы к коллоквиуму №3

1. Определение непрерывности функции. Точки разрыва.
2. Непрерывность элементарных функций. Разрывные функции. Непрерывность сложной функции.
3. Свойства непрерывных функций.
4. Существование и непрерывность обратной функции, корня и степени с рациональным показателем.
5. Существование и непрерывность обратных тригонометрических функций.
6. Определение степени с иррациональным показателем. Показательная, логарифмическая и степенная функции.
7. Использование непрерывности функций при вычислении пределов. Равномерная непрерывность функции.
8. Гиперболические функции и их свойства.

Вопросы к коллоквиуму №4

1. Понятие производной. Геометрический смысл производной.
2. Вычисление производных простейших элементарных функций.
3. Связь меду дифференцируемостью и непрерывностью функции.
4. Правила вычисления производных.
5. Дифференцирование функций, заданных параметрически.
6. Дифференциал функции.
7. Производные и дифференциалы высшего порядка.
8. Основные теоремы дифференциального исчисления (Ферма, Ролля, о конечных приращениях).
9. Раскрытие неопределенности по правилу Лопиталя.
10. Формула Тейлора.
11. Условия постоянства, возрастания и убывания функций.
12. Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значения.
13. Исследование функций и построение графиков.
14. Направление вогнутости кривой и точки перегиба. Асимптоты кривой.
15. Графическое решение уравнения. Уточнение корней уравнения.

19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущий контроль успеваемости проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущий контроль успеваемости проводится в формах: устного опроса (индивидуальный опрос, фронтальная беседа, доклады, рефераты); письменных работ (выполнение индивидуальных заданий, контрольных работ). Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования. Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практическое задание, позволяющее оценить степень сформированности умений и навыков. При оценивании используются количественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.