


МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
естественнонаучных и
общеобразовательных дисциплин

 С.Е. Зюзин

01.09.2018 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.В.05 Геометрия**

1. Код и наименование направления подготовки:

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

2. Профили подготовки:

Математика. Информатика и информационные технологии в образовании

3. Квалификация выпускника: бакалавр

4. Форма обучения: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: естественнонаучных и
общеобразовательных дисциплин

6. Составитель программы: Л.В. Лободина, кандидат педагогических наук, доцент

7. Рекомендована: научно-методическим советом Филиала (протокол № 1 от
31.08.2018 г.)

8. Учебный год: 2020-2021 **Семестры:** 5, 6

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целью учебной дисциплины «Геометрия» является формирование систематизированных знаний в области геометрии и ее основных методов, обоснование прикладной направленности курса геометрии, ознакомление будущего учителя математики с общими идеями и принципами, лежащими в основе геометрии.

Задачи учебной дисциплины:

- дать представление о месте и роли геометрии в системе математических наук;
- дать студентам базовые знания по геометрии, необходимые в профессиональной деятельности учителя математики
- сформировать навыки применения аппарата геометрии к решению задач в разных областях математики и других естественных наук;
- развивать навыки решения геометрических задач, навыки логического мышления.

При проведении учебных занятий по дисциплине обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений.

10. Место учебной дисциплины в структуре образовательной программы:

Дисциплина «Геометрия» входит в блок Б1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной дисциплиной вариативной части образовательной программы. Для освоения дисциплины «Геометрия» необходимы знания, умения, навыки, сформированные в ходе изучения дисциплин «Математика», «Линейная алгебра». Изучение данной дисциплины является необходимой основой для последующего освоения дисциплин «Математический анализ», «Дискретная математика», «Элементарная математика».

Условия реализации дисциплины для лиц с ОВЗ определяются особенностями восприятия учебной информации и с учетом индивидуальных психофизических особенностей.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ПК-1	готовность реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов	знает (имеет представление): <ul style="list-style-type: none">– связь теоретических основ и технологических приёмов курса геометрии (<i>элементы векторной алгебры и метод координат на плоскости и в пространстве, понятие и свойства кривых и поверхностей второго порядка, понятие и свойства преобразований плоскости и пространства, понятие и виды топологий и т.д.</i>) с содержанием преподаваемых учебных предметов;– требования образовательных стандартов к предметным результатам освоения основной образовательной программы общего образования по геометрии; умеет: <ul style="list-style-type: none">– ставить познавательные цели учебной деятельности;– осуществлять самоконтроль и самооценку своих учебных достижений;– применять навыки владения ИКТ, проектной и исследовательской деятельностью в процессе изучения геометрии;– применять навыки владения ИКТ, проектной и исследовательской деятельностью в процессе реализации образовательных программ по образовательной области «Математика и информатика»;– осуществлять деятельность по разработанным программам учебных предметов (<i>применять геометрический подход к</i>

		<p>решению задач школьного курса математики);</p> <p>имеет навыки:</p> <ul style="list-style-type: none"> – исследовательской и проектной деятельности; – общепользовательской ИКТ-компетентности; – общепедагогической ИКТ-компетентности; – предметно-педагогической ИКТ-компетентности.
ПК-4	<p>способность использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов</p>	<p>знает:</p> <ul style="list-style-type: none"> – технологические приемы преподаваемого учебного предмета, лежащие в основе построения различных моделей в экономике, социологии, эконометрике и т.д.; – основные методы использования образовательной среды для достижения метапредметных и предметных результатов освоения основной образовательной программы общего образования по геометрии; <p>умеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> – использовать знание основ геометрии для перевода информации с естественного языка на язык геометрических образов и обратно; – применять теоретические знания по геометрии в описании процессов и явлений в различных областях знания; – использовать преимущества технологических приемов геометрии при решении задач школьного курса математики; – осуществлять поиск и отбор информации, необходимой для решения конкретной задачи; <p>владеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> – содержательной интерпретацией и адаптацией теоретических знаний по преподаваемым предметам для решения образовательных задач; – понятиями и методами геометрической науки на уровне, позволяющем формулировать и решать задачи, возникающие в ходе учебной деятельности по математике, а также в практической деятельности, требующие углубленных профессиональных знаний; – навыками формализации теоретических и прикладных практических задач; – практическими навыками использования образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения геометрии.

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 9/324.

Форма промежуточной аттестации экзамен.

13. Виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)		
	Всего	По семестрам	
		5 сем.	6 сем.
Контактная работа, в том числе:	132	72	60
лекции	56	36	20
практические занятия	76	36	40
Самостоятельная работа	120	72	48
Форма промежуточной аттестации (экзамен – 36 час.)	72	36	36
Итого:	324	180	144

13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1. Лекции		
1.1	Элементы векторной алгебры в пространстве	Линейные операции над векторами в пространстве. Базис и координаты вектора. Скалярное произведение векторов, его геометрический смысл и свойства.
1.2	Метод координат на плоскости	Аффинная система координат. Деление отрезка в данном соотношении. Ориентация плоскости. Угол между векторами. Формулы преобразования координат. Полярные координаты.
1.3	Кривые второго порядка на плоскости	Эллипс, гипербола, парабола. Канонические уравнения кривых второго порядка. Общее уравнение кривой второго порядка на плоскости. Классификация кривых второго порядка.
1.4	Преобразования плоскости	Группы преобразований плоскости. Движения плоскости. Подобия плоскости. Аффинные преобразования плоскости.
1.5	Метод координат в пространстве	Координаты вектора в пространстве. Ориентация пространства. Формулы преобразования координат в пространстве. Векторное и смешанное произведения векторов, их геометрический смысл и свойства.
1.6	Преобразования пространства	Группы преобразований пространства. Движения пространства. Подобия пространства. Аффинные преобразования пространства.
1.7	Элементы топологии	Топологические пространства. Естественная топология евклидова пространства. Непрерывные отображения и гомеоморфизмы.
1.8	Дифференциальная геометрия кривых	Понятие кривой, задание кривой. Гладкие кривые. Касательная к кривой. Длина кривой, естественная параметризация кривой. Репер Френе. Формулы Френе. Кривизна и кручение кривой.
1.9	Дифференциальная геометрия поверхностей.	Понятие поверхности, задание поверхности. Гладкие поверхности. Касательная плоскость к поверхности. Первая и вторая квадратичные формы поверхности. Нормальная кривизна на поверхности.
2. Практические занятия		
2.1	Элементы векторной алгебры в пространстве	Линейные операции над векторами в пространстве. Базис и координаты вектора. Скалярное произведение векторов.
2.2	Метод координат на плоскости	Аффинная система координат. Деление отрезка в данном соотношении. Формулы преобразования координат. Приложение метода координат к решению задач школьного курса геометрии.
2.3	Кривые второго порядка на плоскости	Эллипс, гипербола, парабола. Общее уравнение кривой второго порядка на плоскости.
2.4	Преобразования плоскости	Движения плоскости. Аффинные преобразования плоскости. Приложение преобразований плоскости к решению задач элементарной геометрии.
2.5	Метод координат в пространстве	Формулы преобразования координат в пространстве. Векторное и смешанное произведения векторов. Приложение метода координат к решению задач элементарной геометрии.
2.6	Преобразования пространства	Группы преобразований пространства. Аффинные преобразования пространства. Приложение преобразований пространства к решению задач элементарной геометрии.
2.7	Элементы топологии	Топологические пространства. Естественная топология евклидова пространства.
2.8	Дифференциальная геометрия кривых	Гладкие кривые. Касательная к кривой. Длина кривой, естественная параметризация кривой.
2.9	Дифференциальная геометрия поверхностей.	Гладкие поверхности. Первая и вторая квадратичные кривизна на поверхности.

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1.	Элементы векторной алгебры в пространстве	6	6	0	12	24
2.	Метод координат на плоскости	10	10	0	20	40
3.	Кривые второго порядка на плоскости	6	6	0	12	24
4.	Преобразования плоскости	4	4	0	8	16
5.	Метод координат в пространстве	6	6	0	12	24
6.	Преобразования пространства	4	4	0	8	16
	Экзамен					36
Всего в 5 семестре:		36	36	0	72	180
7.	Элементы топологии	6	8	0	16	30
8.	Дифференциальная геометрия кривых	6	14	0	16	36
9.	Дифференциальная геометрия поверхностей.	8	18	0	16	42
	Экзамен					36
Всего в 6 семестре:		20	40	0	48	144
Итого:		56	76	0	120	324

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Приступая к изучению учебной дисциплины, целесообразно ознакомиться с учебной программой дисциплины, электронный вариант которой размещён на сайте БФ ВГУ.

Знание основных положений, отраженных в рабочей программе дисциплины, поможет обучающимся ориентироваться в изучаемом курсе, осознавать место и роль изучаемой дисциплины в подготовке будущего выпускника, строить свою работу в соответствии с требованиями, заложенными в программе.

Основными формами контактной работы по дисциплине являются лекции и практические занятия, посещение которых обязательно для всех студентов (кроме студентов, обучающихся по индивидуальному плану).

Подготовка к практическим занятиям ведется на основе планов практических занятий, которые размещены на сайте филиала. В ходе подготовки к практическим занятиям необходимо изучить в соответствии с вопросами для повторения конспекты лекций, основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой. Кроме того, следует повторить материал лекций, ответить на контрольные вопросы, изучить образцы решения задач, выполнить упражнения (если такие предусмотрены).

При подготовке к промежуточной аттестации необходимо повторить пройденный материал в соответствии с учебной программой, примерным перечнем вопросов, выносящихся на экзамен. Рекомендуется использовать конспекты лекций и источники, перечисленные в списке литературы в рабочей программе дисциплины, а также ресурсы электронно-библиотечных систем.

Для достижения планируемых результатов обучения используются интерактивные лекции, групповые дискуссии, анализ имитационных моделей.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Атанасян Л.С. Геометрия: учеб. пос.: в 2-х ч. Ч.1.- 2-е изд., стер.- М.: КНОРУС, 2011
2	Атанасян Л.С. Геометрия: учеб. пос.: в 2-х ч. Ч.2.- 2-е изд., стер.- М.: КНОРУС, 2011
3	Атанасян С.Л. и др. Сборник задач по геометрии: учеб. пос. для студ. 3-4 курсов педвузов: в 2-х ч. Ч.2.- М.: Эксмо, 2008

4	Рашевский П.К. Курс дифференциальной геометрии: учебник.- 5-е изд., испр.- М.: Изд-во ЛКИ, 2008
---	---

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
5	Киселев А.П. Геометрия: Планиметрия. Стереометрия: учеб.- М.: Физматлит, 2009
6	Погорелов А.В. Геометрия: учеб. пос. для вузов.- М.: Наука, 1984
7	Понарин Я.П. Элементарная геометрия: в 3-х т. Т. 1. Планиметрия, преобразование плоскости.- 2-е изд., стер.- М.: МЦНМО, 2008
8	Понарин Я.П. Элементарная геометрия: в 3-х т. Т. 2. Стереометрия, преобразование пространства.- 2-е изд., стер.- М.: МЦНМО, 2008

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
9	Горельская, Л. Начертательная геометрия: учебное пособие по курсу "Начертательная геометрия" / Л. Горельская, А. Кострюков, С. Павлов ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Оренбургский государственный университет». - 4-е изд., перераб. и доп. - Оренбург : ИПК ГОУ ОГУ, 2011. - 122 с. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=259133 (11.01.2018).
10	Асташова, И.В. Геометрия и топология : учебно-методический комплекс / И.В. Асташова, В.А. Никишкин. - 4-е изд., испр. и доп. - Москва : Евразийский открытый институт, 2011. - 258 с. - ISBN 978-5-374-00489-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90953 (11.01.2018).

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Егоров И.П. Геометрия: учеб. пос. для педин-тов.- М.: Просвещение, 1979
2	Сборник задач по геометрии: учеб. пос./под ред. В.Т. Базылева.- СПб.: Лань, 2008
3	Брик, И.М. Основные понятия и теоремы алгебры и геометрии [Электронный ресурс]: материалы для подготовки к государственному экзамену по математике и методике ее преподавания: учебное пособие/ И.М. Брик, Л.В. Лободина.

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение, информационно-справочные системы и профессиональные базы данных

При реализации дисциплины применяется смешанное обучение с использованием ЭУК «Геометрия» <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7711>.

программное обеспечение:

- Win10 (или Win7), OfficeProPlus 2010
- браузеры: Yandex, Google, Opera, Mozilla Firefox, Explorer
- STDU Viewer version 1.6.2.0
- 7-Zip
- GIMP GNU Image Manipulation Program
- Paint.NET
- Tux Paint
- Adobe Flash Player

информационно-справочные системы и профессиональные базы данных:

- Научная электронная библиотека – <http://www.scholar.ru/>;
- Федеральный портал Российское образование – <http://www.edu.ru/>;
- Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» <http://window.edu.ru/>;
- Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов – <http://fcior.edu.ru/>;
- Лекции ведущих преподавателей вузов России в свободном доступе – <https://www.lektorium.tv/>;
- Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» – <http://biblioclub.ru/>.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Компьютерный класс, мультимедийное оборудование (проектор, ноутбук или стационарный компьютер, экран).

19. Фонд оценочных средств:**19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения**

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
ПК-1 готовность реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> – связь теоретических основ и технологических приёмов курса геометрии (<i>элементы векторной алгебры и метод координат на плоскости и в пространстве, понятие и свойства кривых и поверхностей второго порядка, понятие и свойства преобразований плоскости и пространства, понятие и виды топологий и т.д.</i>) с содержанием преподаваемых учебных предметов; – требования образовательных стандартов к предметным результатам освоения основной образовательной программы общего образования по геометрии. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Элементы векторной алгебры в пространстве 2. Метод координат на плоскости 3. Кривые второго порядка на плоскости 4. Преобразования плоскости 5. Метод координат в пространстве 6. Преобразования пространства 7. Элементы топологии 8. Дифференциальная геометрия кривых 9. Дифференциальная геометрия поверхностей. 	<p>Контрольная работа</p> <p>Индивидуальные задания</p> <p>Тестовые задания</p>
	<p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ставить познавательные цели учебной деятельности; – осуществлять самоконтроль и самооценку своих учебных достижений; – применять навыки владения ИКТ, проектной и исследовательской деятельностью в процессе изучения геометрии; – применять навыки владения ИКТ, проектной и исследовательской деятельностью в процессе реализации образовательных программ по образовательной области «Математика и информатика»; – осуществлять деятельность по разработанным программам учебных предметов (<i>применять геометрический подход к решению задач школьного</i> 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Элементы векторной алгебры в пространстве 2. Метод координат на плоскости 3. Кривые второго порядка на плоскости 4. Преобразования плоскости 5. Метод координат в пространстве 6. Преобразования пространства 7. Элементы топологии 8. Дифференциальная геометрия кривых 9. Дифференциальная геометрия поверхностей. 	<p>Домашняя контрольная работа</p> <p>Индивидуальные задания</p> <p>Разноуровневые задачи и задания</p>

	курса математики).		
	Иметь навыки: – исследовательской и проектной деятельности; – общепользовательской ИКТ-компетентности; – общепедагогической ИКТ-компетентности; – предметно-педагогической ИКТ-компетентности в процессе реализации образовательных программ образовательной области «Математика и информатика».	1. Элементы векторной алгебры в пространстве 2. Метод координат на плоскости 3. Кривые второго порядка на плоскости 4. Преобразования плоскости 5. Метод координат в пространстве 6. Преобразования пространства 7. Элементы топологии 8. Дифференциальная геометрия кривых 9. Дифференциальная геометрия поверхностей.	Разноуровневые задачи и задания Индивидуальные задания
ПК-4 способность использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов	Знать: – технологические приемы преподаваемого учебного предмета, лежащие в основе построения различных моделей в экономике, социологии, эконометрике и т.д.; – основные методы использования образовательной среды для достижения метапредметных и предметных результатов освоения основной образовательной программы общего образования по геометрии.	1. Элементы векторной алгебры в пространстве 2. Метод координат на плоскости 3. Кривые второго порядка на плоскости 4. Преобразования плоскости 5. Метод координат в пространстве 6. Преобразования пространства 7. Элементы топологии 8. Дифференциальная геометрия кривых 9. Дифференциальная геометрия поверхностей.	Контрольная работа Индивидуальные задания Тестовые задания Доклады, сообщения
	Уметь: – использовать знание основ геометрии для перевода информации с естественного языка на язык геометрических образов и обратно; – применять теоретические знания по геометрии в описании процессов и явлений в различных областях знания; – использовать преимущества технологических приемов геометрии при решении задач школьного курса математики; – осуществлять поиск и отбор информации, необходимой для решения конкретной задачи.	1. Элементы векторной алгебры в пространстве 2. Метод координат на плоскости 3. Кривые второго порядка на плоскости 4. Преобразования плоскости 5. Метод координат в пространстве 6. Преобразования пространства 7. Элементы топологии 8. Дифференциальная геометрия кривых 9. Дифференциальная геометрия поверхностей.	Разноуровневые задачи и задания Индивидуальные задания Доклады, сообщения
	Владеть: – содержательной интерпретацией и адаптацией теоретических знаний по преподаваемым предметам для решения образовательных задач; – понятиями и методами геометрической науки на	1. Элементы векторной алгебры в пространстве 2. Метод координат на плоскости 3. Кривые второго порядка на плоскости 4. Преобразования плоскости 5. Метод координат в пространстве	Контрольная работа Тестовые задания Домашняя контрольная работа

	уровне, позволяющем формулировать и решать задачи, возникающие в ходе учебной деятельности по математике, а также в практической деятельности, требующие углубленных профессиональных знаний; – навыками формализации теоретических и прикладных практических задач; – практическими навыками использования образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения геометрии.	6. Преобразования пространства 7. Элементы топологии 8. Дифференциальная геометрия кривых 9. Дифференциальная геометрия поверхностей.	Разноуровневые задачи и задания Доклады, сообщения
Промежуточная аттестация 1 – экзамен Промежуточная аттестация 2 – экзамен			Вопросы к экзамену

19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие показатели (ЗУНы из 19.1):

- 1) знание учебного материала и владение понятийным аппаратом геометрии;
- 2) умение связывать теорию с практикой;
- 3) умение иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований;
- 4) умение применять теоретические знания для решения практических задач в области геометрии, решать типовые расчётные задачи.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
<i>Обучающийся в полной мере владеет теоретическими основами геометрии, способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований, применять теоретические знания для решения типовых расчётных задач и практических заданий более высокого уровня сложности в области геометрии</i>	<i>Повышенный уровень</i>	<i>Отлично</i>
<i>Обучающийся владеет теоретическими основами геометрии, способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, применять теоретические знания при решении типовых расчётных задач, допускает незначительные ошибки при решении практических заданий более высокого уровня сложности в области геометрии.</i>	<i>Базовый уровень</i>	<i>Хорошо</i>
<i>Обучающийся владеет частично теоретическими основами геометрии, фрагментарно способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, в ряде случаев затрудняется применять теоретические знания при решении типовых расчётных задач, не всегда способен решить практические задания более высокого уровня сложности в области геометрии.</i>	<i>Пороговый уровень</i>	<i>Удовлетворительно</i>
<i>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трем из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки при решении типовых задач либо не имеет представления о способе их решения.</i>	–	<i>Неудовлетворительно</i>

19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

19.3.1 Перечень вопросов к экзаменам (по всему курсу)

1. Направленные отрезки. Отношение эквивалентности. Понятие вектора. Операции над векторами и их свойства.
2. Приведение линии второго порядка к каноническому виду. Примеры.
3. Коллинеарные и компланарные векторы. Признаки коллинеарности и компланарности векторов.
4. Движения плоскости и их основные свойства. Примеры движений. Основная теорема о реперах.
5. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов и его свойства.
6. Аналитическое выражение движения. Два вида движений. Классификация движений плоскости.
7. Понятие аффинной и декартовой систем координат на плоскости и в пространстве. Понятие репера. Примеры.
8. Векторы в пространстве. Координаты вектора. Векторное и смешанное произведения векторов и их свойства. Площадь треугольника и объём тетраэдра.
9. Деление отрезка в данном соотношении. Простое отношение трёх точек.
10. Различные уравнения плоскости в пространстве. Примеры.
11. Ориентация плоскости. Угол между векторами на ориентированной плоскости.
12. Общее уравнение плоскости. Особенности расположения плоскости относительно системы координат.
13. Формулы преобразования координат. Полярные координаты точки.
14. Уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых. Взаимное расположение прямой и плоскости.
15. Различные уравнения прямой на плоскости. Общее уравнение прямой.
16. Движения пространства, их классификация. Преобразования подобия. Гомотетия.
17. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Угол между прямыми.
18. Аффинные преобразования плоскости и пространства. Примеры.
19. Эллипс как линия второго порядка и его основные свойства.
20. Поверхности второго порядка. Понятие о методе сечений. Направляющие поверхности второго порядка.
21. Гипербола как линия второго порядка и её основные свойства.
22. Виды цилиндрических и конических поверхностей второго порядка.
23. Парабола как линия второго порядка и её основные свойства.
24. Эллипсоид, гиперболоиды, параболоиды. Виды и основные свойства.
25. Директориальные свойства кривых второго порядка. Уравнения эллипса, гиперболы и параболы в полярных координатах.
26. Понятие билинейной формы. Примеры.
27. Общее уравнение линии второго порядка. Понятие центра линии. Касательные к линиям второго порядка.
28. Квадрики. Понятие о классификации квадрик.
29. Классификация линий второго порядка.
30. Квадратичные формы. Канонический и нормальный вид квадратичной формы.
31. Топологические пространства.
32. Репер Френе. Формулы Френе. Кривизна и кручение кривой.
33. Естественная топология евклидова пространства.
34. Понятие поверхности, задание поверхности. Гладкие поверхности. Касательная плоскость к поверхности.
35. Непрерывные отображения и гомеоморфизмы.
36. Первая квадратичная форма поверхности.
37. Понятие кривой, задание кривой. Гладкие кривые. Касательная к кривой.
38. Вторая квадратичная форма поверхности.
39. Длина кривой, естественная параметризация кривой.
40. Нормальная кривизна на поверхности.

41. Нормальная кривизна на поверхности.
 42. Вторая квадратичная форма поверхности.
 43. Понятие поверхности, задание поверхности. Гладкие поверхности. Касательная плоскость к поверхности.

19.3.2 Примеры практических (индивидуальных) заданий

Задание 1. Дан треугольник с вершинами A, B, C.

1. Изобразить треугольник ABC в прямоугольной декартовой системе координат.

2. Написать:

- уравнение прямой AB;
- уравнение биссектрисы BL угла B;
- уравнение высоты CN, опущенной из вершины C;
- уравнение медианы AM, проведенной из вершины A;

3. Найти:

- острый угол между высотой CN и медианой AM;
- координаты точки пересечения медиан;
- площадь треугольника ABC.

Варианты данных:

- A(6;5), B(5;-4), C(-5;4)
- A(2;1), B(3;2), C(6;3)
- A(3;3), B(-2;3), C(0;-1)
- A(1;1), B(2;0), C(-1;4)

Задание 2. Проверить, компланарны ли векторы $a(-3; 2; 1)$, $b(5; 7; -8)$, $c(-8; -5; 7)$.

Задание 3. Найти длину векторного произведения векторов $a(-4; 7; 1)$, $b(2; -1; 3)$.

Задание 4. Найти точку пересечения прямой (AB) и плоскости (MNC), если:

$A(-3; 2; 1)$, $B(2; 0; 4)$, $M(-4; 0; 2)$, $N(5; 1; 7)$, $K(5; 2; 6)$.

Задание 5. Определить вид поверхности и найти координаты её центра (если он существует):

$$a) 2x^2 - y^2 + 3z^2 + 2x - 3y + 1 = 0, \quad б) x^2 + y^2 + 5z^2 + 3y + 5z - 3 = 0,$$

$$в) y^2 + 3z^2 - 3x + y - z - 7 = 0.$$

Задание 6. Привести уравнения линий второго порядка к каноническому виду:

$$a) x_1^2 - 2x_2^2 + x_3^2 - 2x_1x_2 - 4x_1x_3 + 3x_2x_3 = 0, \quad б) x_1x_2 + x_1x_3 - x_2x_3 = 0,$$

$$в) x_1^2 + x_1x_2 - 5x_1x_3 = 0.$$

Задание 7. Найти углы между параболой $y = x^2$ и $x = -y^2$.

Задание 8. Перечислите все топологии, которые можно ввести на множестве, состоящем из трех элементов $X = \{a; b; c\}$.

Задание 9. Пусть X – евклидова плоскость. Открытыми в X назовем пустое множество, само множество X и всевозможные концентрические круги. Докажите, что совокупность открытых множеств является топологией.

Задание 10. Докажите, что в пространстве с дискретной топологией граница любого множества пуста.

Задание 11. В треугольнике ABC проведена медиана BK и средняя линия MN параллельная AC. Прямые MN и BK пересекаются в точке O. Найти координаты векторов CM, OB, KM, CB, NC, AN, принимая векторы OC и OM за базис $B(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$.

Задание 12. В аффинной системе координат в пространстве построить точки

A(2,1,3), B(-2,-1,2), C(3,0,1), D(2,0,0).

Задание 13. Составить уравнение катетов равнобедренного прямоугольного треугольника, зная уравнение гипотенузы $3x - y + 5 = 0$ и вершину прямого угла C(4,-1).

Задание 14. Составить уравнение касательной плоскости к сфере $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 24$ в точке M(0,1,3).

Задание 15. Через точку M(1,-3,4) провести прямую, параллельную прямой $\begin{cases} 2x - y + z - 3 = 0 \\ x + 3y - z = 0 \end{cases}$.

Задание 16. Эллипс задан каноническим уравнением $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$. Найти фокусы, эксцентриситет, директрисы. Построить эллипс.

Задание 17. Составить уравнение цилиндрической поверхности, ось которой совпадает с осью OZ, а направляющей служит линия

$$\gamma: \begin{cases} \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = -1 \\ z = 0 \end{cases}$$

Задание 18. Исследовать методом сечения координатными плоскостями и построить поверхность:

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{4} = 1$$

Задание 19. Найти аналитическую запись отражения от плоскости $x-y+z-1=0$.

Задание 20. На расширенной плоскости задан проективный репер $R(A_1, A_2, A_3, E)$. Построить точки по их координатам в репере R: $M(1,3,2)$; $P(1,-2,4)$; $K(-2,-1,0)$; $C(1,2,1)$.

19.3.3 Тестовые задания

Среди предложенных вариантов ответов может быть

- один верный
- два верных
- все три верных
- нет ни одного верного

№	Содержание вопроса	Варианты ответов	
1	Что такое открытое множество в топологическом пространстве?	А	Это множество, у которого нет границ
		Б	Это бесконечное множество
		В	Это множество, принадлежащее топологической структуре пространства
2	Что такое замкнутое множество в топологическом пространстве?	А	Это множество, имеющее непустую границу
		Б	Это множество, граница которого принадлежит самому множеству
		В	Это дополнение открытого множества
3	Какие из перечисленных множеств являются одномерным многообразием?	А	Отрезок
		Б	Интервал
		В	Окружность
4	Множество является компактным в евклидовом пространстве, если оно...	А	Ограничено
		Б	Ограничено и замкнуто
		В	Конечно
5	Имеются две вектор-функции от параметра t : $r_1 = \{t; 2t; -1\}$ и $r_2 = \{-t; 0; t\}$. Чему равно их векторное произведение?	А	$-t^2 - t$
		Б	$\{-t^2; 0; -t\}$
		В	$\{0; t-t^2; 0\}$
6	Какие из данных условий определяют на координатной плоскости окружность?	А	$x^2 + y^2 = 1$
		Б	$r(t) = \{\sin t; \cos t\}, t \in [0, 2\pi]$
		В	$y = \pm(1-x^2)^{1/2}$
7	Какие из данных кривых являются гладкими на отрезке $[-1, 1]$?	А	$y = x $
		Б	$y = x^2 $
		В	$y = x^3 $
8	Какие из данных в пространстве линий являются плоскими?	А	$r(t) = \{\sin t; \cos t; t\}$
		Б	$r(t) = \{\sin t; \cos t; 0\}$
		В	$r(t) = \{t; 2t; 3t\}$
9	Какая из данных кривых гладкая?	А	Граница круга
		Б	Граница квадрата
		В	Граница отрезка
10	Какая из данных кривых простая?	А	Прямая
		Б	Окружность

		<u>В</u>	Синусоида
11	Что такое формулы Френе?	<u>А</u>	Это формулы выражающие кривизну и кручение кривой.
		<u>Б</u>	Это формулы для нахождения координат произвольной точки кривой.
		<u>В</u>	Это дифференциальные уравнения движения репера Френе
12	У какой кривой в любой точке кривизна равна 1 ?	<u>А</u>	$r(t) = \{ t; t; t \}$
		<u>Б</u>	$r(t) = \{ \sin t; \cos t; t \}$
		<u>В</u>	$r(t) = \{ \sin t; \cos t; 1 \}$
13	У какой кривой кручение в любой точке равно 0 ?	<u>А</u>	$r(t) = \{ \sin t; \cos t; 1 \}$
		<u>Б</u>	$r(t) = \{ \sin t; \cos t; t \}$
		<u>В</u>	$r(t) = \{ t; t; t \}$
14	Производная от скалярного квадрата вектор-функции $r(t) = \{ t; t^2; 1 \}$ равна	<u>А</u>	$\{ 1; 2; 0 \}$
		<u>Б</u>	$2t + 4t^3$
		<u>В</u>	$1 + 2t$
15	Какое из этих уравнений задает в пространстве плоскость?	<u>А</u>	$x = 1$
		<u>Б</u>	$3x + 2y - 1 = 0$
		<u>В</u>	$y + 2 = \pi/2$
16	Какое множество точек в пространстве определяет уравнение $x^2 + y^2 = 1$?	<u>А</u>	Сферу
		<u>Б</u>	Окружность
		<u>В</u>	Цилиндр
17	Производная от скалярного квадрата вектор-функции $r(u, v) = \{ u; 0; v \}$ равна	<u>А</u>	$\{ 1; 0; 0 \}$
		<u>Б</u>	$\{ 2u; 0; 0 \}$
		<u>В</u>	$2u$
18	Не простыми поверхностями являются...	<u>А</u>	Цилиндр
		<u>Б</u>	Двуполостной гиперболоид
		<u>В</u>	Конус
19	Простыми поверхностями являются...	<u>А</u>	Сфера
		<u>Б</u>	Пара параллельных плоскостей
		<u>В</u>	Пара пересекающихся плоскостей
20	Теорема Менье утверждает:	<u>А</u>	У всех кривых на поверхности, проходящих через данную точку нормальная кривизна в этой точке одинакова
		<u>Б</u>	Все кривые на поверхности имеют нормальную кривизну
		<u>В</u>	Нормальная кривизна кривой на поверхности равна модулю ее кривизны.
21	От первой квадратичной формы поверхности и только от нее зависят следующие характеристики поверхности:	<u>А</u>	Полная кривизна в точке
		<u>Б</u>	Средняя кривизна в точке
		<u>В</u>	Главные кривизны в точке
22	К поверхностям постоянной кривизны относятся:	<u>А</u>	Цилиндр
		<u>Б</u>	Эллиптический параболоид
		<u>В</u>	Сфера
23	К поверхностям постоянной отрицательной кривизны относятся:	<u>А</u>	Псевдосфера
		<u>Б</u>	Гиперсфера
		<u>В</u>	Плоскость Лобачевского
24	Какие тиз свойств и характеристик поверхности не зависят от второй квадратичной формы?	<u>А</u>	Длина кривой на поверхности
		<u>Б</u>	Нормальная кривизна кривой на поверхности
		<u>В</u>	Средняя кривизна поверхности
25	На плоскости даны несколько окружностей. У какой из них геодезическая кривизна будет наибольшей?	<u>А</u>	У окружности с наибольшим радиусом
		<u>Б</u>	У окружности с наименьшим радиусом
		<u>В</u>	У всех одинаковая
26	Геодезические линии это...	<u>А</u>	Линии на земле, которые

			прокладывают геодезисты.
		Б	Линии, у которых в любой точке кривизна не равна нулю.
		В	Линии, у которых в любой точке геодезическая кривизна равна нулю.
27	Какие линии на плоскости являются геодезическими?	А	Окружности
		Б	Прямые
		В	На плоскости – все линии геодезические
28	Средняя кривизна поверхности в точке вычисляется как...	А	Среднее арифметическое двух кривизн поверхности в соседних точках
		Б	Среднее геометрическое двух кривизн поверхности в соседних точках
		В	Среднее арифметическое главных кривизн в данной точке
29	Какие из заданных пар множеств гомеоморфны в евклидовом пространстве?	А	Две любые прямые
		Б	Прямая и парабола
		В	Окружность и эллипс
30	Какие пары величин связаны между собой формулой Гаусса-Бонне?	А	Полная кривизна и средняя кривизна
		Б	Полная кривизна и геодезическая кривизна
		В	Полная кривизна и величины углов между кривыми.

Критерии оценки результата

Каждое правильно выполненное задание – 1 балл.

«5» – 28-30 баллов, «4» – 22-27 баллов,

«3» – 14-21 балл, «2» – 0-13 баллов

19.3.4 Перечень заданий для контрольных работ

Тема Кривые второго порядка

Вариант 1

Задание 1. Эллипс проходит через точки $M(\sqrt{3}; -2)$ и $N(-2\sqrt{3}; 1)$. Составить уравнение эллипса, приняв его оси за координатные. Определить полуоси, фокусное расстояние и эксцентриситет.

Задание 2. Составить уравнения касательных к гиперболе $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{64} = 1$, параллельных прямой $10x - 3y + 9 = 0$. Уравнения касательных записать как уравнения прямых в общем виде.

Задание 3. Определить точки пересечения эллипса $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{225} = 1$ и параболы $y^2 = 24x$.

Задание 4. Привести уравнение кривой 2-го порядка к каноническому виду:

$$x^2 - 4x + 8y - 36 = 0.$$

Определить тип и параметры кривой.

Задания для контрольных работ для студентов заочной формы обучения

1. Дан треугольник с вершинами А, В, С.

а). Изобразить треугольник ABC в прямоугольной декартовой системе координат.

б). Написать:

- ✓ уравнение прямой АВ;
- ✓ уравнение высоты CN, опущенной из вершины С;
- ✓ уравнение медианы AM, проведенной из вершины А;

в). Найти:

- ✓ острый угол между высотой CN и медианой AM;
- ✓ координаты точки пересечения медиан;
- ✓ площадь треугольника ABC.

1. A(6;5), B(5;-4), C(-5;4)
2. A(2;1), B(3;2), C(6;3)
3. A(3;3), B(-2;3), C(0;-1)
4. A(1;1), B(2;0), C(-1;4)

2. Найти уравнение плоскости:

1. Проходящей через точку A(2,0,3) и параллельной векторам $p_1(1,0,1)$ и $p_2(2,1,3)$.
2. Проходящей через точку A(1,2,3) и параллельной векторам $p_1(1,2,2)$ и $p_2(4,1,1)$.
3. Проходящей через точки $M_1(-1,0,0)$ и $M_2(0,0,1)$ и параллельной вектору $p(1,2,2)$.
4. Проходящей через точки $M_1(1,2,3)$ и $M_2(2,-1,3)$ и параллельной вектору $p(2,1,2)$.

3. Определить, компланарны ли векторы \vec{a}, \vec{b} и \vec{c} .

№ п/п	\vec{a}	\vec{b}	\vec{c}
1	(2, 3, 1)	(-1, 0, -1)	(2, 2, 2)
2	(3, 2, 1)	(2, 3, 4)	(3, 1, -1)

4. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах \vec{a} и \vec{b} :

№ п/п	\vec{a}	\vec{b}	$ \vec{p} $	$ \vec{q} $	$ \vec{p} \wedge \vec{q} $
1	$\vec{p} + 2\vec{q}$	$3\vec{p} - \vec{q}$	1	2	$\frac{\pi}{6}$
2	$3\vec{p} + \vec{q}$	$\vec{p} - 2\vec{q}$	4	1	$\frac{\pi}{4}$

5. Решить следующие задачи:

Привести уравнение кривой 2-го порядка к каноническому виду:

1. $x^2 - 4x + 8y - 36 = 0$;
2. Определить точки пересечения гиперболы $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1$ и параболы $y^2 = 3x$.
3. Определить, как расположена прямая $5x - y - 15 = 0$ относительно параболы $y^2 = -5x$ – пересекает, касается или проходит вне её.
4. Определить точки пересечения эллипса $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{225} = 1$ и параболы $y^2 = 24x$.
5. Гипербола проходит через точки $M(\sqrt{80}; 3)$ и $N(4\sqrt{6}; 3\sqrt{2})$. Составить уравнение гиперболы в канонической системе координат. Определить полуоси, фокусное расстояние и эксцентриситет.

19.3.5 Темы курсовых работ

Не предусмотрено

19.3.6 Темы рефератов (докладов, сообщений)

1. Различные методы решения задач на построение.
2. Построение правильных многогранников. Теорема Гаусса.
3. Теорема Дезарга и ее применение к решению задач.
4. Элементы многомерной геометрии. Квадрики в евклидовом пространстве.
5. Некоторые вопросы внутренней геометрии поверхности.
6. Линейчатые и развертываемые поверхности.
7. Компактность топологических пространств.
8. Классификация двумерных многообразий.
9. Орнаменты на плоскости.
10. Некоторые замечательные линии на поверхности.

11. Равновеликие и равносторонние многоугольники и многогранники.
12. Элементы сферической геометрии.
13. Теорема Эйлера для сетей и графов.
14. Геометрия и искусство.
15. Карты поверхности в горизонтах.
16. Аффинные и метрические свойства эллипсоидов.
17. Аффинные и метрические свойства гиперболоидов.
18. Аффинные и метрические свойства параболоидов.
19. Диаметры линий второго порядка как поляры несобственных точек.
20. Плоские кривые.
21. Псевдосферические поверхности в работах Э.Бельтрами.
22. Исторический очерк геометрического представления комплексных чисел.
23. Различные геометрии в проективной схеме.
24. Пространство Минковского.
25. Элементы геометрии Римана.
26. Сравнительный анализ систем аксиом в школьных учебниках.

19.3.7 Разноуровневые задачи и задания (примеры)

- 1 Составление глоссария и кластера основных терминов раздела (нескольких разделов) дисциплины (реконструктивный уровень)
- 2 Составление сравнительных, концептуальных таблиц по заданной теме (творческий уровень)
- 3 Составление, коррекция синквейнов и денотатных графов с основными понятиями (творческий уровень)
- 4 Составление аннотированного перечня источников сети Интернет (реконструктивный уровень)
- 5 Написание рецензий на готовые рефераты по разделам дисциплины, скачанные с различных сайтов (творческий уровень)
- 6 Составление таблицы толстых и тонких вопросов по разделам дисциплины (реконструктивный уровень)
- 7 Составление вопросов к ромашке Блума (таксономия целей) к разделам дисциплины (творческий уровень)

19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций
 Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущий контроль успеваемости проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущий контроль успеваемости проводится в формах: *защиты рефератов, индивидуальных и разноуровневых заданий, тестирования, контрольных работ*. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практическое задание, позволяющее оценить степень сформированности умений и навыков.

При оценивании используются количественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.