


МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
естественнонаучных и
общеобразовательных дисциплин

 С.Е. Зюзин

01.09.2018 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.В.10 Теория функций комплексного переменного**

1. Код и наименование направления подготовки:

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

2. Профили подготовки:

Математика. Информатика и информационные технологии в образовании

3. Квалификация выпускника: бакалавр

4. Форма обучения: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: естественнонаучных и общеобразовательных дисциплин

6. Составитель программы: Б.У. Шарипов, доктор технических наук, доцент

7. Рекомендована: научно-методическим советом Филиала (протокол № 1 от 31.08.2018 г.)

8. Учебный год: 2020-2021 **Семестр:** 6

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целью учебной дисциплины «Теория функций комплексного переменного» является освоение студентами теоретических основ и научного обоснования основополагающих понятий теории функций комплексного переменного и методов практического их использования, овладение системой математических знаний, умений и навыков, обеспечивающих развитие универсальных компетенций студентов.

Задачи учебной дисциплины:

- ознакомить с теоретическими основами дисциплины;
- создать условия для формирования логического и абстрактного мышления у студентов как основы их дальнейшего эффективного обучения;
- сформировать набор необходимых для дальнейшего обучения предметных и общеучебных умений на основе решения как предметных, так и интегрированных жизненных задач;
- обеспечить прочное и сознательное овладение системой математических знаний и умений, необходимых для применения в практической деятельности, для изучения смежных дисциплин, для продолжения образования;
- обеспечить интеллектуальное развитие, сформировать качества мышления, характерные для математической деятельности и необходимые для полноценной жизни в обществе;
- сформировать представление об идеях и методах математики, о математике как форме описания и методе познания окружающего мира;
- сформировать представление о математике как части общечеловеческой культуры, понимание значимости математики для общественного прогресса;
- выявить и развить математические и творческие способности на основе заданий, носящих нестандартный, занимательный характер;
- формировать у студентов естественнонаучное мировоззрение;
- привить навыки практического применения методов теории функции комплексного переменного к решению конкретных задач.

10. Место учебной дисциплины в структуре образовательной программы:

Дисциплина «Теория функций комплексного переменного» входит в блок Б1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной дисциплиной вариативной части образовательной программы. Для изучения дисциплины требуется освоение курсов «Математика» или «Элементы дифференциального исчисления» и «Введение в математический анализ» или «Элементы интегрального исчисления», «Алгебра и теория чисел», «Теория функций действительного переменного». Дисциплина является предшествующей для курсов «Электротехника и радиотехника», «Методика обучения математике» и др.

Условия реализации дисциплины для лиц с ОВЗ определяются особенностями восприятия учебной информации и с учетом индивидуальных психофизических особенностей.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ПК-1	готовность реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов	знает (имеет представление): связь теоретических основ и технологических приёмов теории функций комплексного переменного с содержанием преподаваемых учебных предметов (<i>понятия комплексное число, операции над комплексными числами, модуль и аргумент комплексного числа, алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа, функция комплексного переменного, предел, непрерывность функции комплексного переменного,</i>

		<p><i>дифференцирование функции комплексного переменного, аналитическая функция, первообразная, интеграл, ряд с комплексными числами, сумма ряда, сходимость ряда, ряд Тейлора, ряд Лорана, нули комплексной функции, особые точки, вычет функции; методы вычисления с применением рядов Лорана и Тейлора и т.д.).</i></p> <p>умеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ставить познавательные цели учебной деятельности; – осуществлять самоконтроль и самооценку своих учебных достижений; – применять навыки владения ИКТ, проектной и исследовательской деятельностью в процессе изучения теории функций комплексного переменного; <p>владеет (имеет навыки):</p> <ul style="list-style-type: none"> – исследовательской и проектной деятельности; – общепользовательской ИКТ-компетентности; – общепедагогической ИКТ-компетентности; – предметно-педагогической ИКТ-компетентности.
ПК-4	<p>способность использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов</p>	<p>знает:</p> <ul style="list-style-type: none"> – технологические приемы теории функций комплексного переменного, лежащие в основе построения различных моделей в экономике, социологии, эконометрике и т.д. (<i>различные приемы вычисления пределов, дифференцирования и интегрирования функций комплексного переменного, вычисления рядов Тейлора и Лорана</i>); <p>умеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> – использовать знание основ теории функций комплексного переменного для перевода информации с естественного языка на язык математики и обратно; – применять теоретические знания по теории функций комплексного переменного в описании процессов и явлений в различных областях знания; – использовать преимущества технологических приемов теории функций комплексного переменного при решении задач образовательной области «Математика и информатика»; – осуществлять поиск и отбор информации, необходимой для решения конкретной задачи; <p>владеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> – конструктивными умениями как одним из главных аспектов профессиональной культуры будущего учителя-предметника; – материалом теории функций комплексного переменного на уровне, позволяющем формулировать и решать задачи, возникающие в ходе учебной деятельности по преподаваемым предметам, а также в практической деятельности, требующие углубленных профессиональных знаний; – навыками формализации теоретических и прикладных практических задач.

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 4/144.

Форма промежуточной аттестации зачет с оценкой.

13. Виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)	
	Всего	По семестрам
		6 сем.
Контактная работа, в том числе:	60	60
лекции	20	20
практические занятия	40	40
Самостоятельная работа	84	84

Форма промежуточной аттестации (зачет с оценкой – 0 час.)	0	0
Итого:	144	144

13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1. Лекции		
1.1	Комплексные числа и их свойства.	Комплексное число: сложение, умножение, вычитание и деление во множестве комплексных чисел (к.ч.); алгебраическая и тригонометрическая формы к.ч.; степень с натуральным показателем для к.ч.; арифметический корень из к.ч.; сопряженные к.ч.; геометрическая интерпретация действий (операций) в множестве \mathbb{C} ; обратное число для к.ч.
1.2	Функции комплексного переменного (к.п.).	Основные понятия. Предел и непрерывность функции к.п. Пределы ее вещественной и мнимой частей; геометрическое истолкование предела к.п.; Основные элементарные функции к.п.: показательная, логарифмическая, степенная, тригонометрическая, обратная тригонометрическая.
1.3	Дифференцирование функции к.п	Условия Эйлера-Даламбера. Правила дифференцирования функций к.п. Аналитическая функция, Дифференциал функции к.п. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Понятие о конформном отображении.
1.4	Интегрирование функции к.п.	Определение, свойства и правила вычисления интеграла. Свойства интеграла функции к.п. Теорема Коши. Первообразная и неопределенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Следствия. Интеграл Коши. Интегральная формула Коши.
1.5	Ряды в комплексной плоскости.	Числовые ряды с комплексными элементами (к.ч.): сумма ряда к.ч.; сходящиеся и расходящиеся ряды к.ч.; необходимый признак сходимости рядов к.ч.; абсолютно сходящиеся ряды к.ч.; связь между абсолютной сходимостью и сходимостью рядов к.ч.; условно сходящийся ряд к.ч.; сложение и вычитание рядов к.ч.; умножение рядов к.ч. на число; теорема о перестановке членов абсолютно сходящегося ряда к.ч.; теорема о произведении абсолютно сходящихся рядов к.ч. Степенные ряды. Теорема Абеля.
1.6	Ряды Тейлора и Лорана.	Ряд Тейлора. Разложение функции в степенной ряд Тейлора. Ряд Маклорена. Нули аналитической функции. Ряд Лорана. Правильная и главная части ряда Лорана. Классификация особых точек. Связь между нулем и полюсом функции. Устранимые особые точки. Полюсы. Существенно особые точки. Вычет функции. Понятие о вычетах и основная теорема о вычетах. Вычисление вычетов. Применение вычетов в вычислении интегралов.
1.7	Комплексная форма ряда Фурье.	Вычисление вычетов. Применение вычетов в вычислении интегралов.
2. Практические занятия		
2.1	Комплексные числа и их свойства.	Комплексное число: сложение, умножение, вычитание и деление во множестве комплексных чисел (к.ч.); алгебраическая и тригонометрическая формы к.ч.; степень с натуральным показателем для к.ч.; арифметический корень из к.ч.; сопряженные к.ч.; геометрическая интерпретация действий (операций) в множестве \mathbb{C} ; обратное число для к.ч.
2.2	Функции комплексного переменного (к.п.).	Предел и непрерывность функции к.п. Пределы ее вещественной и мнимой частей; геометрическое истолкование предела к.п.; Основные элементарные функции к.п.: показательная, логарифмическая, степенная, тригонометрическая, обратная тригонометрическая.
2.3	Дифференцирование функции к.п	Условия Эйлера-Даламбера. Правила дифференцирования функций к.п. Аналитическая функция, Дифференциал функции к.п. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.

2.4	Интегрирование функции к.п.	Определение, свойства и правила вычисления интеграла. Свойства интеграла функции к.п. Первообразная и неопределенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Следствия. Интеграл Коши. Интегральная формула Коши.
2.5	Ряды в комплексной плоскости.	Числовые ряды с комплексными элементами (к.ч.): сумма ряда к.ч.; сходящиеся и расходящиеся ряды к.ч.; необходимый признак сходимости рядов к.ч.; абсолютно сходящиеся ряды к.ч.; связь между абсолютной сходимостью и сходимостью рядов к.ч.; условно сходящийся ряд к.ч.; сложение и вычитание рядов к.ч.; умножение рядов к.ч. на число; теорема о перестановке членов абсолютно сходящегося ряда к.ч.; теорема о произведении абсолютно сходящихся рядов к.ч. Степенные ряды. Теорема Абеля.
2.6	Ряды Тейлора и Лорана.	Ряд Тейлора. Разложение функции в степенной ряд Тейлора. Ряд Маклорена. Нули аналитической функции. Ряд Лорана. Правильная и главная части ряда Лорана. Связь между нулем и полюсом функции. Устранимые особые точки. Полюсы. Существенно особые точки. Вычет функции. Вычисление вычетов. Применение вычетов в вычислении интегралов.
2.7	Комплексная форма ряда Фурье.	Вычисление вычетов. Применение вычетов в вычислении интегралов.

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1.	Комплексные числа и их свойства.	4	6	0	12	22
2.	Функции комплексного переменного (к.п.).	4	4	0	12	20
3.	Дифференцирование функции к.п.	2	8	0	12	22
4.	Интегрирование функции к.п.	2	8	0	12	22
5.	Ряды в комплексной плоскости.	4	8	0	16	28
6.	Ряды Тейлора и Лорана.	2	3	0	16	21
7.	Комплексная форма ряда Фурье.	2	3	0	16	21
	Зачет с оценкой					0
	Итого:	20	40	0	84	144

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Приступая к изучению учебной дисциплины, целесообразно ознакомиться с учебной программой дисциплины, электронный вариант которой размещён на сайте БФ ВГУ.

Знание основных положений, отраженных в рабочей программе дисциплины, поможет обучающимся ориентироваться в изучаемом курсе, осознавать место и роль изучаемой дисциплины в подготовке будущего выпускника, строить свою работу в соответствии с требованиями, заложенными в программе.

Основными формами контактной работы по дисциплине являются лекции и практические занятия, посещение которых обязательно для всех студентов (кроме студентов, обучающихся по индивидуальному плану).

Подготовка к практическим занятиям ведется на основе планов практических занятий, которые размещены на сайте филиала. В ходе подготовки к практическим занятиям необходимо изучить в соответствии с вопросами для повторения конспекты лекций, основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой. Кроме того, следует повторить материал лекций, ответить на контрольные вопросы, изучить образцы решения задач, выполнить упражнения (если такие предусмотрены).

При подготовке к промежуточной аттестации необходимо повторить пройденный материал в соответствии с учебной программой, примерным перечнем вопросов, выносящихся на зачет с оценкой. Рекомендуется использовать конспекты лекций и источники, перечисленные в списке литературы в рабочей программе дисциплины, а также ресурсы электронно-библиотечных систем.

Для достижения планируемых результатов обучения используются интерактивные лекции, групповые дискуссии.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексной переменной: учеб. для вузов. - 6-е изд., стер.- М.: ФИЗМАЛИТ, 2010

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
2	Пантелеев А.В., Якимова А.С. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах: учеб. пос. для втузов.- М.: Высшая школа, 2007

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
3	Туганбаев, А.А. Функции комплексного переменного : учебное пособие / А.А. Туганбаев. - Москва : Флинта, 2012. - 47 с. - ISBN 978-5-9765-1406-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=115140 (09.04.2018).

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Методические материалы по дисциплине
2	Посицельская, Л.Н. Теория функций комплексной переменной в задачах и упражнениях : учебное пособие / Л.Н. Посицельская. - Москва : Физматлит, 2007. - 134 с. - ISBN 978-5-9221-0794-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69323 (03.07.2018).

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение, информационно-справочные системы и профессиональные базы данных

программное обеспечение:

- Win10 (или Win7), OfficeProPlus 2010
- браузеры: Yandex, Google, Opera, Mozilla Firefox, Explorer
- STDU Viewer version 1.6.2.0
- 7-Zip
- GIMP GNU Image Manipulation Program
- Paint.NET
- Tux Paint
- Adobe Flash Player

информационно-справочные системы и профессиональные базы данных:

- Федеральный портал Российское образование – <http://www.edu.ru/>;
- Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» <http://window.edu.ru/>;
- Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов – <http://fcior.edu.ru/>;
- Лекции ведущих преподавателей вузов России в свободном доступе – <https://www.lektorium.tv/>;
- Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» – <http://biblioclub.ru/>.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Мультимедийное оборудование (проектор, ноутбук или стационарный компьютер, экран).

19. Фонд оценочных средств:

19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
ПК-1 готовность реализовать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none">– связь теоретических основ и технологических приёмов теории функций комплексного переменного с содержанием преподаваемых учебных предметов (<i>понятия комплексное число, операции над комплексными числами, модуль и аргумент комплексного числа, алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа, функция комплексного переменного, предел, непрерывность функции комплексного переменного, дифференцирование функции комплексного переменного, аналитическая функция, первообразная, интеграл, ряд с комплексными числами, сумма ряда, сходимость ряда, ряд Тейлора, ряд Лорана, нули комплексной функции, особые точки, вычет функции; методы вычисления с применением рядов Лорана и Тейлора и т.д.</i>).	<ol style="list-style-type: none">1. Комплексные числа и их свойства.2. Функции комплексного переменного (к.п.).3. Дифференцирование функции к.п4. Интегрирование функции к.п.5. Ряды в комплексной плоскости.6. Ряды Тейлора и Лорана.7. Комплексная форма ряда Фурье.	Контрольная работа
	<p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none">– ставить познавательные цели учебной деятельности;– осуществлять самоконтроль и самооценку своих учебных достижений;– применять навыки владения ИКТ, проектной и исследовательской деятельностью в процессе изучения теории функций комплексного переменного;	<ol style="list-style-type: none">1. Комплексные числа и их свойства.2. Функции комплексного переменного (к.п.).3. Дифференцирование функции к.п4. Интегрирование функции к.п.5. Ряды в комплексной плоскости.6. Ряды Тейлора и Лорана.7. Комплексная форма ряда Фурье.	Комплекты индивидуальных заданий

	<p>Иметь навыки:</p> <ul style="list-style-type: none"> – исследовательской и проектной деятельности; – общепользовательской ИКТ-компетентности; – общепедагогической ИКТ-компетентности; – предметно-педагогической ИКТ-компетентности. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Комплексные числа и их свойства. 2. Функции комплексного переменного (к.п.). 3. Дифференцирование функции к.п 4. Интегрирование функции к.п. 5. Ряды в комплексной плоскости. 6. Ряды Тейлора и Лорана. 7. Комплексная форма ряда Фурье. 	Комплекты индивидуальных заданий
ПК-4 способность использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> – технологические приемы теории функций комплексного переменного, лежащие в основе построения различных моделей в экономике, социологии, эконометрике и т.д. <i>(различные приемы вычисления пределов, дифференцирования и интегрирования функций комплексного переменного, вычисления рядов Тейлора и Лорана);</i> 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Комплексные числа и их свойства. 2. Функции комплексного переменного (к.п.). 3. Дифференцирование функции к.п 4. Интегрирование функции к.п. 5. Ряды в комплексной плоскости. 6. Ряды Тейлора и Лорана. 7. Комплексная форма ряда Фурье. 	Контрольная работа
	<p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> – использовать знание основ теории функций комплексного переменного для перевода информации с естественного языка на язык математики и обратно; – применять теоретические знания по теории функций комплексного переменного в описании процессов и явлений в различных областях знания; – использовать преимущества технологических приемов теории функций комплексного переменного при решении задач образовательной области «Математика и информатика»; – осуществлять поиск и отбор информации, необходимой для решения конкретной задачи; 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Комплексные числа и их свойства. 2. Функции комплексного переменного (к.п.). 3. Дифференцирование функции к.п 4. Интегрирование функции к.п. 5. Ряды в комплексной плоскости. 6. Ряды Тейлора и Лорана. 7. Комплексная форма ряда Фурье. 	Комплекты индивидуальных заданий
	<p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> – конструктивными умениями как одним из главных аспектов профессиональной культуры будущего учителя-предметника; – материалом теории функций комплексного переменного на уровне, позволяющем формулировать и решать задачи, возникающие в ходе учебной деятельности по преподаваемым предметам, а также в практической деятельности, требующие углубленных профессиональных 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Комплексные числа и их свойства. 2. Функции комплексного переменного (к.п.). 3. Дифференцирование функции к.п 4. Интегрирование функции к.п. 5. Ряды в комплексной плоскости. 6. Ряды Тейлора и Лорана. 7. Комплексная форма 	Комплекты индивидуальных заданий

	знаний; – навыками формализации теоретических и прикладных практических задач.	ряда Фурье.	
Промежуточная аттестация – зачет с оценкой			Вопросы к зачету

19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на зачете с оценкой используются следующие показатели (ЗУНы из 19.1):

- 1) знание учебного материала и владение понятийным аппаратом теории функций комплексного переменного;
- 2) умение связывать теорию с практикой;
- 3) умение иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований;
- 4) умение применять теоретические знания для решения практических задач в области теории функций комплексного переменного, решать типовые расчётные задачи.

Для оценивания результатов обучения на зачете с оценкой используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
<i>Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом теории функций комплексного переменного, способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований, применять теоретические знания для решения типовых расчётных задач и практических заданий более высокого уровня сложности в области теории функций комплексного переменного.</i>	<i>Повышенный уровень</i>	<i>Отлично</i>
<i>Обучающийся владеет понятийным аппаратом теории функций комплексного переменного, способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, применять теоретические знания при решении типовых расчётных задач, допускает незначительные ошибки при решении практических заданий более высокого уровня сложности в области теории функций комплексного переменного.</i>	<i>Базовый уровень</i>	<i>Хорошо</i>
<i>Обучающийся владеет частично теоретическими основами теории функций комплексного переменного, фрагментарно способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, в ряде случаев затрудняется применять теоретические знания при решении типовых расчётных задач, не всегда способен решить практические задания более высокого уровня сложности в области теории функций комплексного переменного.</i>	<i>Пороговый уровень</i>	<i>Удовлетворительно</i>
<i>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трем из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки при решении типовых расчётных задач либо не имеет представления о способе их решения.</i>	<i>–</i>	<i>Неудовлетворительно</i>

19.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

19.3.1 Перечень вопросов к зачету с оценкой:

1 Комплексное число: сложение, умножение, вычитание и деление во множестве комплексных чисел (к.ч.).

- 2 Алгебраическая и тригонометрическая формы к.ч.
- 3 Степень с натуральным показателем для к.ч.; арифметический корень из к.ч.; сопряженные к.ч.
- 4 Геометрическая интерпретация действий (операций) в множестве C ; обратное число для к.ч.
- 5 Функции комплексного переменного (к.п.). Основные понятия.
- 6 Предел и непрерывность функции к.п. Пределы ее вещественной и мнимой частей; геометрическое истолкование предела к.п.
- 7 Основные элементарные функции к.п.: показательная, логарифмическая, степенная, тригонометрическая, обратная тригонометрическая.
- 8 Дифференцирование функции к.п. Условия Эйлера-Даламбера.
- 9 Правила дифференцирования функций к.п.
- 10 Аналитическая функция, Дифференциал функции к.п.
- 11 Геометрический смысл модуля и аргумента производной.
- 12 Понятие о конформном отображении.
- 13 Интегрирование функции к.п. Определение, свойства и правила вычисления интеграла.
- 14 Свойства интеграла функции к.п. Теорема Коши.
- 15 Первообразная и неопределенный интеграл.
- 16 Формула Ньютона-Лейбница. Следствия.
- 17 Интеграл Коши. Интегральная формула Коши.
- 18 Числовые ряды с комплексными элементами (к.ч.): сумма ряда к.ч.
- 19 Сходящиеся и расходящиеся ряды к.ч.; необходимый признак сходимости рядов к.ч.; абсолютно сходящиеся ряды к.ч.; связь между абсолютной сходимостью и сходимостью рядов к.ч.; условно сходящийся ряд к.ч.
- 20 Сложение и вычитание рядов к.ч.; умножение рядов к.ч. на число; теорема о перестановке членов абсолютно сходящегося ряда к.ч.; теорема о произведении абсолютно сходящихся рядов к.ч.
- 21 Степенные ряды. Теорема Абеля.
- 22 Ряд Тейлора. Разложение функции в степенной ряд Тейлора.
- 23 Ряд Маклорена.
- 24 Нули аналитической функции.
- 25 Ряд Лорана. Правильная и главная части ряда Лорана.
- 26 Классификация особых точек. Связь между нулем и полюсом функции. Устранимые особые точки.
- 27 Полюсы. Существенно особые точки.
- 28 Вычет функции. Понятие о вычетах и основная теорема о вычетах. Вычисление вычетов.
- 29 Применение вычетов в вычислении интегралов.
- 30 Комплексная форма ряда Фурье.

19.3.2 Перечень практических заданий (примеры)

Тема 1. Комплексные числа и их свойства

Задание 1. Комплексное число $\alpha = 2\sqrt{2}/(1-i)$ записать в алгебраической и тригонометрической формах.

Задание 2. Вычислить $\sin(\pi + i)$

Задание 3. Даны два комплексных числа $5 + i$ и $2 + 3i$. Найти их сумму, разность, произведение и частное.

Задание 4. Возвести в указанные степени данные комплексные числа: $(3 + 4i)^2$, $(1 + 2i)^3$, $(2 + i)^4$.

Задание 5. Извлечь корень квадратный из числа $\alpha = 9 + 40i$.

Задание 6. Найти значение выражения $z^3 - 2z^2 + 5z$ при $z = 1 - i$.

Задание 7. Показать, что комплексное число $z = 1 - i$ является корнем уравнения $z^3 + 2z^2 - 6z + 8 = 0$.

Тема 2. Функции комплексного переменного

Задание 1. Найти значения функции $f(z) = z^3 - 2z^2 + 5z$ при следующих значениях аргумента: 1) $z = i$; 2) $z = 1 - i$; 3) $z = 2 + i$.

Задание 2. Дана функция $\omega = z^2 + z$. Найти значение функции при:

1) $z = 1 + i$; 2) $z = 2 - i$; 3) $z = i$; 4) $z = -1$.

Задание 3. Найти $\operatorname{Ln}(\sqrt{3} + i)$.

Задание 4. Для данной функции $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$, где $z = x + iy$, найти действительную часть $u(x, y)$ и мнимую часть $v(x, y)$:

а) $f(z) = z^2$, б) $f(z) = \frac{1}{z}$, в) $f(z) = e^z$, г) $f(z) = \sin z$

Задание 5. Определить функцию $f(z)$, где $z = x + iy$, если $\operatorname{Re} f(z) = x$ и $\operatorname{Im} f(z) = -y$

Задание 6. Доказать, что функция $w = z^2$ является непрерывной при любом значении z .

Задание 7. Доказать, что $e^{\pi} = -1$, $e^{\pi/2} = i$.

Задание 8. Найти: 1) $\cos i$; 2) $\sin(1 + 2i)$.

Задание 9. Найти: 1) $\operatorname{Ln}(-1)$; 2) $\operatorname{Ln}(-1)$; 3) $\operatorname{Ln} i$; 4) $\operatorname{Ln} i$; 5) $\operatorname{Ln}(3+4i)$; $\operatorname{Ln}(3+4i)$.

Задание 10. Найти: 1) i^i ; 2) 2^{1+i} .

Задание 11. Найти: 1) $\operatorname{Arc} \sin 2$; 2) $\operatorname{Arctg}(2i)$.

Тема 3. Дифференцирование функции комплексного переменного

Задание 1. Выяснить, является ли аналитической функция $w = \bar{z}$.

Задание 2. Выяснить, является ли аналитической функция $w = z \operatorname{Re} z$.

Задание 3. Найти аналитическую функцию $f(z)$, если известна её мнимая часть $v(x, y) = 2x^2 - 2y^2 + x$.

Задание 4. Найти аналитическую функцию $f(z)$, если известна её действительная часть $u(x, y) = x^2 - y^2 - x$.

Задание 5. Найти точки, в которых существует производная функции e^z , и вычислить эту производную.

Задание 6. Является ли дифференцируемой функция $f(z) = e^x \cos y + i \cdot e^x \sin y$

Задание 7. Дана действительная часть $u(x, y) = x^2 - y^2 - x$ дифференцируемой функции $f(z)$, где $z = x + yi$. Найти функцию $f(z)$.

Задание 8. Дана мнимая часть $v(x, y) = x + y$ дифференцируемой функции $f(z)$. Найти эту функцию.

Тема 4. Интегрирование функции комплексного переменного

Задание 1. Вычислить интеграл $\int_L \bar{z} dz$, где L – линия, соединяющая точки $z = -1$, $z = 1$, причем: 1) L — отрезок действительной оси от точки $z = -1$ до точки $z = 1$, 2) L — верхняя полуокружность $|z| = 1$.

Задание 2. Вычислить интеграл $\int_L (1 + i - 2\bar{z}) dz$, где L – отрезок прямой между точками $z_1 = 0$, $z_2 = 1 + i$.

Задание 3. Вычислить интеграл $\int_L \frac{dz}{z - a}$, где L – окружность радиуса r с центром в точке a .

Задание 4. Вычислить интеграл $\int_{1-i}^{2+i} (3z^2 + 2z) dz$.

Задание 5. Вычислить интеграл $\int_0^i z \sin z dz$.

Задание 6. Вычислить интеграл $J = \int_l (\bar{i}z + z^2) dz$, где l - часть окружности $|z| = 2$, $\arg z \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi \right]$.

Задание 7. Вычислить интеграл $\int_{AB} f(z) dz$, где $f(z) = (y+1) - xi$, AB - отрезок прямой, соединяющий точки $z_A = 1$ и $z_B = -i$.

Задание 8. Вычислить интеграл $\int_i^{1+i} z dz$.

Задание 9. Вычислить интеграл $\int_L \frac{dz}{z^2 + 1}$, где L – окружность радиуса $R=1$ с центром в точке $z = i$, причем обход контура осуществляется против часовой стрелки.

Задание 10. Вычислить интеграл $\int_L \frac{\sin z}{z^2} dz$, где L – любой замкнутый контур, который не проходит через точку $z = 0$. Обход контура совершается против часовой стрелки.

Тема 5-6. Ряды в комплексной плоскости. Ряды Тейлора и Лорана.

Задание 1. Разложить в ряд Тейлора функцию $f(z) = 1/(2-z)$ в окрестности точки $z_0 = 0$.

Задание 2. Разложить в ряд Тейлора функцию $f(z) = 1/(5-3z)$ в окрестности точки $z_0 = 1$.

Задание 3. Разложить в ряд Тейлора функцию $f(z) = tg z$ в окрестности точки $z_0 = 0$.

Задание 4. Найти первые три члена ряда Тейлора по степеням z функции $f(z) = e^{\sin z}$

Задание 5. Разложить функцию $f(z) = \frac{1}{z(1-z)}$ в ряд Лорана в следующих «кольцах»: 1) $0 < |z| < 1$; 2) $|z| > 1$; 3) $0 < |z-1| < 1$.

Задание 6. Функцию $f(z) = 1/(z-1)(z-2)$ разложить в ряд Лорана, приняв $z_0 = 0$.

Задание 7. Функцию $f(z) = z^4 / (z-2)^2$ разложить в ряд Лорана по степеням $z-2$.

Задание 8. Найти разложение функции $\frac{1}{3-z}$ в ряд Лорана по степеням $(z-1)$ в окрестности точки $z_0 = 1$. Указать главную и правильную части ряда и его области сходимости.

Задание 9. Разложить в ряд Тейлора по степеням бинома $z-i$ функцию $f(z) = z^5$

Задание 10. Разложить в ряд Лорана по степеням z функцию $f(z) = 1/(2z-5)$ в окрестности точки $z = \infty$.

Задание 11. Доказать, что точка $z_0 = 0$ является нулём второго порядка для функции $f(z) = 1 - \cos z$.

Задание 12. Найти порядок нуля $z_0 = 0$ для функции $f(z) = z^7 / (z - \sin z)$.

Задание 13. Найти нули функции $f(z) = (z^2 + 1)^3 \sin z$ и определить их порядки.

Задание 14. Доказать, что точка $z_0 = 0$ для функции $f(z) = (e^z - 1)/z$ является устранимой особой точкой.

Задание 15. Найти полюсы функции $f(z) = \frac{z}{(z^2 - 1)(z^2 + 1)^2}$.

Задание 16. Исследовать особые точки функции $f(z) = \frac{\sin z}{z^3 + z^2 - z - 1}$.

Тема 7. Комплексная форма ряда Фурье

Задание 1. Найти вычет функции $f(z) = \frac{z+1}{z^2}$.

Задание 2. Найти вычеты функции $f(z) = \frac{z}{(z-2)(z-4)}$.

Задание 3. Найти вычет функции $f(z) = \frac{z^2}{(z-1)^3}$.

Задание 4. Найти вычет функции $f(z) = z^2 \cos \frac{1}{z-1}$.

Задание 5. Вычислить интеграл $\oint_{\gamma} \frac{\ln(z+2)}{z^2} dz$, где γ – окружность $|z|=1/2$, которую точка z проходит в положительном направлении.

Задание 6. Вычислить интеграл $\oint_{\gamma} \frac{dz}{z(z+2)(z+4)}$ в следующих случаях:

1) γ – окружность $|z|=1$; 2) γ – окружность $|z|=3$; 3) γ – окружность $|z|=5$.

Задание 7. Найти $\int_{\gamma} \frac{z+1}{(z-1)(z-2)(z-3)} dz$ где γ – замкнутый контур, внутри которого находятся полюсы $z=1, z=2, z=3$.

19.3.3 Тестовые задания

Не предусмотрены

19.3.4 Перечень заданий для контрольных работ

Вариант 1

1. Составить квадратное уравнение

$$X^2 + 2x + 5 = 0$$

2. Найти действительные числа x и y из условия равенства двух комплексных чисел

$$5x - 2y + (x+y)i = 4 + 5i$$

3. Выполнить действия

$$\frac{17 - 6i}{3 - 4i}$$

а) $3 - 4i$ б) $(1 - i)^3$ в) $i^{40} - i^{21}$

Вариант 2

1. Составить квадратное уравнение по его корням

$$x_1 = 1 + i\sqrt{3}; \quad x_2 = 1 - i\sqrt{3};$$

2. Найти действительные числа x и y из условия равенства двух комплексных чисел

$$5xi - 2 + 4y = 9i + 2x + 3yi$$

3. Выполнить действия

$$\frac{4 - 3i}{2 + i}$$

а) $2 + i$ б) $(1 + i)^3$ в) $i^3 - i^{100}$

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если правильно выполнено более 90% заданий;

- оценка «хорошо» выставляется студенту, если правильно выполнено более 70% заданий;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если правильно выполнено более 50% заданий;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если правильно выполнено менее 50% заданий.

19.3.5 Темы курсовых работ

Не предусмотрены

19.3.6 Темы рефератов и докладов

Не предусмотрены

19.3.7 Комплект индивидуальных заданий (примеры)

Индивидуальное домашнее задание

Вариант 1

1. Для данных функций найти их действительную часть $u(x,y)$ и мнимую часть $v(x,y)$:

1.1 z ; 1.2 iz ; 1.3 z^3 ; 1.4 $z + \bar{z}$; 1.5 $(\bar{z})^2$.

2. Для данных функций $f(z)$, где $z = re^{i\varphi}$, найти $|f(z)|$ и $\text{Arg}f(z)$:

2.1 $f(z) = z^2$; 2.2 $f(z) = \frac{1}{z}$; 2.3 $f(z) = e^z$; 2.4 $\frac{z}{|z|}$.

3. Указать область дифференцируемости функции и вычислить производную.

3.1 $f(z) = \bar{z}$; 3.2 $f(z) = \frac{1}{z}$; 3.3 $f(z) = i\bar{z}$; 3.4 $f(z) = z + 2i$.

4. Вычислить интеграл $\int_l \text{Im} z dz$, где l :

4.1 отрезок прямой от точки 0 до точки $1+2i$;

4.2 дуга параболы $y = 2x^2$ от точки 0 до точки $1+2i$;

4.3 вычислить интеграл $\int (i\bar{z} + z^2) dz$, где l – часть окружности $|z| = 2$, $\arg z \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi \right]$;

4.4 вычислить интеграл $\int_l \sin z dz$, где l – отрезок прямой от точки 0 до точки $\pi + i\pi$.

5. Найти разложение функции $\frac{1}{z^2} \sin z$ в ряд Лорана:

а) в особой точке $z_0 = 0$; б) в особой точке ∞ .

Указать главную и правильную части ряда и его область сходимости.

Примеры заданий для самостоятельной работы

1. Представить в тригонометрической форме комплексные числа.

1.1. а) $2+4i$; б) $\sqrt{3}-i$; в) 2001; 1.2. а) $3-2i$; б) $\sqrt{5}+i$; в) 2002;

1.3. а) $1+2i$; б) $2-i$; в) $3-2i$; 1.4. а) $1-i$; б) $-3+2i$; в) $5+i$;

1.5. а) $2-i$; б) $3+4i$; в) $z-3i$; 1.6. а) $5+i$; б) $1-3i$; в) $2+i$;

1.7. а) $z+i$; б) $z+1$; в) $4-3i$; 1.8. а) $z-3i$; б) $1+3i$; в) $3-2i$;

1.9. а) $-2+i$; б) $1+i$; в) $1+2i$; 1.10. а) $4-3i$; б) $2+i$; в) $5-i$.

2. Найти $z_1 + z_2$; $z_1 - z_2$; $z_1 \cdot z_2$; $\frac{z_1}{z_2}$, если:

2.1. $z_1 = 1+2i$, $z_2 = 2-i$; 2.2. $z_1 = 1-i$, $z_2 = -3+2i$;

2.3. $z_1 = 2-i$, $z_2 = 3+4i$; 2.4. $z_1 = 5+i$, $z_2 = 1-3i$;

- 2.5. $z_1 = z + i$, $z_2 = z + 1$; 2.6. $z_1 = z - 3i$, $z_2 = 1 + 3i$;
 2.7. $z_1 = -2 + i$, $z_2 = 1 + i$; 2.8. $z_1 = 4 - 3i$, $z_2 = 2 + i$;
 2.9. $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 5 - i$; 2.10. $z_1 = 2i - 1$, $z_2 = 2i + 1$.

3. Возвести в степень комплексное число:

- 3.1. $(i^8 + 3)^5$, $(1 - i^3)^3$; 3.2. $(1 + i^5)^4$, $(-3 + i)^5$;
 3.3. $(2 + 3i^2)^3$, $(4 - 2i^3)^2$; 3.4. $(3 - i^5)^2$, $(1 + 2i^3)^2$;
 3.5. $(i^4 + 3)^3$, $(-1 + i)^5$; 3.6. $(1 + i^7)^{10}$, $(\sqrt{3} + i)^3$;
 3.7. $(\sqrt{3} - i^3)^2$, $(1 + i^3\sqrt{3})^2$; 3.8. $(-1 + i\sqrt{3})^7$, $(1 + 2i^3)^3$;
 3.9. $(2 - i^7)^5$, $(2 + i^3)^4$; 3.10. $(1 + 2i^5)^3$, $(1 - 2i^3)^6$.

4. Найти все значения корня.

- 4.1. $\sqrt[3]{-i}$; 4.2. $\sqrt[5]{1-i}$; 4.3. $\sqrt[3]{-1}$; 4.4. $\sqrt[3]{1}$; 4.5. $\sqrt[6]{i}$;
 4.6. \sqrt{i} ; 4.7. $\sqrt{1+i}$; 4.8. $\sqrt[3]{-1+i}$; 4.9. $\sqrt[4]{-i}$; 4.10. $\sqrt[3]{1+i}$.

5. Найти значение функции:

5.1. Дана функция $f(z) = \frac{1}{x - iy}$, где $z = x + iy$. Найти её значение $f(i + 1)$.

5.2. Дана функция $f(z) = \frac{1}{x - iy}$, где $z = x + iy$. Найти её значение $f(i)$.

5.3. Дана функция $f(z) = \frac{1}{x - iy}$, где $z = x + iy$. Найти её значение $f(3 - 2i)$.

5.4. Дана функция $f(z) = x^2 + iy^2$, где $z = x + iy$. Найти её значение $f(1 + 2i)$.

5.5. Дана функция $f(z) = x^2 + iy^2$, где $z = x + iy$. Найти её значение $f(2 - 3i)$.

5.6. Дана функция $f(z) = x^2 + iy^2$, где $z = x + iy$. Найти её значение $f(-i)$.

5.7. Вычислить значение функции $f(z) = \frac{z+1}{z-1}$ в точке $z_0 = -2 + i$.

5.8. Вычислить значение функции $f(z)$ в точках z_1 и z_2 : $f(z) = z^2 - 2z + i$, $z_1 = -2 + 3i$, $z_2 = 4 - 3i$.

5.9. Вычислить значение функции $f(z)$ в точках z_1 и z_2 : $f(z) = z^2 + i$, $z_1 = 1 - i$, $z_2 = \frac{i}{2}$.

5.10. Вычислить значение функции $f(z)$ в точках z_1 и z_2 : $f(z) = z^2 - 2z + i$, $z_1 = 1 - i$, $z_2 = 1 + i$.

6. Найти:

- 6.1. $e^{\pi i}$. 6.2. $e^{\frac{\pi i}{2}}$. 6.3. $\cos i$. 6.4. $\sin(1 + 2i)$. 6.5. $\ln(-1)$.
 6.6. $\operatorname{Ln}(-1)$. 6.7. $\ln i$. 6.8. Lni . 6.9. $\ln(3 + 4i)$. 6.10. $\operatorname{Ln}(3 + 4i)$.

7. Определить, дифференцируема ли функция $f(z)$. Если да, то найти её производную.

7.1. $f(z) = (x^2 + y^2) - 2xyi$; 7.2. $f(z) = (x^3 - 3xy^2) + i(3x^2y - y^3)$;

7.3. $f(z) = iz^2 - 3z + 1$; 7.4. $f(z) = z + 2i$;

7.5. $f(z) = z^6$; 7.6. $f(z) = \frac{1}{z^3}$;

7.7. $f(z) = \frac{1}{\bar{z}}$; 7.8. $f(z) = ax^2 + 2bxy + cy^2$;

7.9. $f(z) = z^2 + 2i$; 7.10. $f(z) = z^2 - z + i$.

8. Вычислить интеграл.

8.1. $\int z^2 dz$, где АВ – отрезок прямой, соединяющей точки $z_A = 1$, $z_B = i$.

8.2. $\oint_l \frac{z^2 dz}{z+i}$ по замкнутой кривой $l: |z| = \frac{1}{2}$.

8.3. $\oint_l \frac{z^2 dz}{z+i}$ по замкнутой кривой $l: |z+i| = 1$.

8.4. $\oint_l \frac{dz}{(z+2)^3 \cdot z}$ по замкнутой кривой $l: |z-2| = 1$.

8.5. $\oint_l \frac{dz}{(z+2)^3 \cdot z}$ по замкнутой кривой $l: |z| = 1$.

8.6. $\oint_l \frac{dz}{(z+2)^3 \cdot z}$ по замкнутой кривой $l: |z+2| = 1$.

8.7. $\int_l \bar{z} dz$, где l – отрезок действительной оси от точки $z = -1$ до точки $z = 1$.

8.8. $\int_l \bar{z} dz$, где l – верхняя окружность $|z| = 1$ от точки $z = -1$ до точки $z = 1$.

8.9. $\int_l (1+i-2\bar{z}) dz$, где l – отрезок прямой от точки $z_1 = 0$ до точки $z_2 = 1+i$.

8.10. $\int_l \frac{dz}{z-a}$, где l – окружность радиуса r с центром в точке a .

9. Найти разложение функции в ряд Лорана в точке z_0 по степеням $z-z_0$.

9.1. $\frac{1}{z} \cos z$, где $z_0 = 0$.

9.2. $z \cdot \sin z$, где $z_0 = 0$.

9.3. $z \cdot \sin z$, где $z_0 = \infty$.

9.4. $\sin(2+z)$, где $z_0 = 0$.

9.5. $\frac{2}{z-1}$, где $z_0 = 1$.

9.6. $\frac{z}{z-1}$, где $z_0 = 1$.

9.7. $\frac{2}{z+2}$, где $z_0 = 0$.

9.8. $e^{\frac{1}{z+1}}$, где $z_0 = -1$.

9.9. $e^{\frac{1}{z+1}}$, где $z_0 = \infty$.

9.10. $\frac{z}{z-2}$, где $z_0 = 2$.

10. Найти вычет функции.

10.1. $f(z) = \frac{z+i}{z-i}$.

10.2. $f(z) = \frac{z^2+1}{z^2-1}$.

10.3. $f(z) = \frac{z+1}{z^2}$.

10.4. $f(z) = \frac{z-1}{(z+1)(z-2i)}$.

10.5. $f(z) = \frac{z}{(z-1)^2}$.

10.6. $f(z) = \frac{z-1}{(z-2i)}$.

10.7. $f(z) = \frac{z}{(z+3i)}$.

10.8. $f(z) = \frac{\sin z}{z}$.

10.9. $f(z) = \frac{1}{z^2-9}$.

10.10. $f(z) = \frac{z}{\sin z}$.

Критерии оценки:

- **оценка «отлично»** выставляется студенту, если правильно выполнено более 90% заданий;
- **оценка «хорошо»** выставляется студенту, если правильно выполнено более 70% заданий;
- **оценка «удовлетворительно»** выставляется студенту, если правильно выполнено более 50% заданий;
- **оценка «неудовлетворительно»** выставляется студенту, если правильно выполнено менее 50% заданий.

19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущий контроль успеваемости проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущий контроль успеваемости проводится в формах: *фронтальных опросов, контрольных работ, индивидуальных заданий*. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практическое задание, позволяющее оценить степень сформированности умений и навыков.

При оценивании используются количественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.