


МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
естественнонаучных и
общеобразовательных дисциплин


С.Е. Зюзин
25.06.2020 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.Б.06 Математика**

1. Код и наименование направления подготовки:

15.03.01 Машиностроение

2. Профиль подготовки:

Технологии, оборудование и автоматизация машиностроительных производств

3. Квалификация выпускника: бакалавр

4. Форма обучения: очная, заочная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: естественнонаучных и
общеобразовательных дисциплин

6. Составитель программы: С.Е. Зюзин, кандидат физико-математических наук, доцент

7. Рекомендована: Научно-методическим советом Филиала от 29.05.2020, протокол № 7

8. Учебный год: ОФО – 2020-2021, 2021-2022
ЗФО – 2020-2021, 2021-2022

Семестры: 1-3

Семестры: уст., 1-4

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Цель дисциплины: овладение математическими знаниями, необходимыми для применения в практической деятельности, для изучения смежных дисциплин, для продолжения образования; формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры, понимание значимости математики для общественного прогресса.

Задачи дисциплины:

- повышение уровня фундаментальной математической подготовки;
- усиление прикладной направленности курса, ориентация на использование математических методов при решении прикладных задач;
- развитие у обучающихся логического и алгоритмического мышления, умения самостоятельно расширять и углублять математические знания.

10. Место учебной дисциплины в структуре образовательной программы:

дисциплина Математика входит в блок Б1 «Дисциплины (модули)» и относится к базовой части образовательной программы. Для освоения дисциплины Математика студенты используют знания, умения, навыки, сформированные в рамках школьного курса математики.

Для изучения данной дисциплины необходимо:

знать: основные разделы математики; основные понятия базовых математических дисциплин и проявлять высокую степень их понимания, знать и уметь использовать их на соответствующем уровне; систему математических знаний и умений, необходимых для применения в практической деятельности, изучения смежных дисциплин, продолжения образования; основные идеи и методы математики как универсального языка науки и техники, средства моделирования явлений и процессов;

уметь: проводить доказательства математических утверждений, не аналогичных ранее изученным, но тесно примыкающих к ним; решать математические задачи и проблемы различными методами и выбирать наиболее рациональный; решать математические задачи и проблемы из различных областей математики; читать и анализировать учебную и научную математическую литературу;

владеть: формулировкой основных теорем из различных математических курсов и умение их доказывать; математической терминологией, используемой при решении задач; навыками решения задач.

Условия реализации дисциплины для лиц с ОВЗ определяются особенностями восприятия учебной информации и с учетом индивидуальных психофизических особенностей.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОПК-1	умение использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	знает: - основные законы математики, методы математического анализа и моделирования; умеет: - использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности; владеет: - профессиональной терминологией, используемой при решении задач;

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 20/720.

Форма промежуточной аттестации экзамен, зачет с оценкой

13. Виды учебной работы

Очная форма обучения

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)			
	Всего	По семестрам		
		сем.1	сем. 2	сем. 3
Контактная работа, в том числе:	360	144	108	108
лекции	144	72	36	36
практические занятия	216	72	72	72
лабораторные работы				
Самостоятельная работа	288	72	72	144
Контроль	72	36		36
Форма промежуточной аттестации		Экзамен	ЗаО	Экзамен
Итого:	720	252	180	288

Заочная форма обучения

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)					
	Всего	По семестрам				
		Уст.	сем.1	сем. 2	сем. 3	сем. 4
Контактная работа, в том числе:	86	14	10	28	12	22
лекции	30	6	4	8	4	8
практические занятия	56	8	6	20	8	14
лабораторные работы	0					
Самостоятельная работа	612	94	125	80	56	257
Контроль	22		9		4	9
Форма промежуточной аттестации			Экзамен		ЗаО	Экзамен
Итого:	720	108	144	108	72	288

13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1. Лекции		
ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ		
01	Матрицы. Операции над матрицами. Определители	Матрицы и действия над ними. Определители и их свойства.
02	Ранг матрицы. Обратная матрица	Ранг матрицы. Теорема о ранге. Вычисление ранга матрицы. Обратная матрица. Решение матричных уравнений с помощью обратной матрицы.
03	Критерий совместности Кронекера-Капелли. Метод Гаусса	Совместность систем линейных алгебраических уравнений. Однородная и неоднородная системы. Теорема Кронекера-Капелли. Фундаментальная система решений. Метод Гаусса.
04	Формулы Крамера. Матричный метод	Решение системы n линейных алгебраических уравнений методом Гаусса. Определители n -го порядка и их свойства. Разложение определителя по строке (столбцу). Решение систем n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными по правилу Крамера.
05	Векторы	Векторы. Определение. Обозначения. Операции над векторами. Пространство векторов Линейная

		независимость. Базис и координаты. Векторное произведение. Линейные операции над векторами. Проекция на ось. Декартовы координаты векторов и точек. Скалярное произведение векторов, его основные свойства, координатное выражение. Векторное и смешанное произведение векторов, их основные свойства и геометрический смысл. Координатное выражение векторного и смешанного произведений.
06	Линии на плоскости	Уравнения прямых и кривых на плоскости. Уравнение прямой по точке и вектору нормали. Уравнение прямой по точке и угловому коэффициенту. Уравнение прямой по точке и направляющему вектору. Уравнение прямой в отрезках. Нормальное уравнение прямой. Угол между прямыми на плоскости. Уравнение прямой, проходящей через данную точку, перпендикулярно данной прямой. Расстояние от точки до прямой. Линии второго порядка на плоскости. Гипербола. Парабола. Эллипс.
07	Уравнения плоскости и прямой в пространстве	Уравнения плоскости и прямой в пространстве. Цилиндрические поверхности. Поверхности вращения. Конические поверхности.
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ		
08	Введение в математический анализ	Множества. Операции с множествами. Множество вещественных чисел. Функция. Область ее определения. Сложные и обратные функции. График функции. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Комплексные числа и действия над ними. Изображение комплексных чисел на плоскости. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Показательная форма комплексного числа. Формула Эйлера. Корни из комплексных чисел. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Критерий Коши. Арифметические свойства пределов. Переход к пределу в неравенствах. Существование предела монотонной ограниченной последовательности.
09	Пределы. Функция и непрерывность функции действительной переменной	Предел функции в точке и на бесконечности. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Свойства предела функции. Односторонние пределы. Замечательные пределы. Непрерывность функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной и обратной функций. Непрерывность элементарных функций. Точки разрыва, их классификация. Сравнение функций. Эквивалентные функции. Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений, промежуточные значения.
10	Дифференциальное исчисление функций одной переменной	Понятие функции, дифференцируемой в точке. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Производная функции, ее смысл в различных задачах. Правила нахождения производной и дифференциала. Производная сложной и обратной функций. Инвариантность формы дифференциала. Точки экстремума функции. Теорема Ферма. Теоремы Роля, Лагранжа, Коши, их применение. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа. Разложение основных

		<p>элементарных функций по формуле Тейлора. Применение формулы Тейлора для приближенных вычислений.</p> <p>Условия монотонности функции. Экстремум функции, необходимое условие. Достаточные условия. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции, дифференцируемой на отрезке.</p> <p>Исследование выпуклости функции. Точки перегиба. Асимптоты функций. Понятие об асимптотическом разложении. Общая схема исследования функции и построения ее графика.</p>
11	Неопределённый и определённый интеграл	<p>Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Табличные интегралы. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле.</p> <p>Интегрирование рациональных дробей и некоторых иррациональных и трансцендентных функций. Определенный интеграл, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница, ее применение для вычисления определенных интегралов. Геометрические и механические приложения определенного интеграла.</p> <p>Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций, их основные свойства.</p>
12	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	<p>Частные производные. Полный дифференциал, его связь с частными производными. Инвариантность формы полного дифференциала. Касательная плоскость к поверхности. Геометрический смысл полного дифференциала. Производная по направлению. Градиент.</p> <p>Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.</p>
13	Кратные и криволинейные интегралы	<p>Двойной и тройной интегралы, их свойства. Сведение кратного интеграла к повторному. Понятие n-кратного интеграла. Замена переменных в кратных интегралах.</p> <p>Криволинейные интегралы. Их свойства и вычисление.</p>
14	Элементы теории поля	<p>Скалярное и векторное поле. Оператор Гамильтона. Потенциальное поле, его свойства. Соленоидальное поле, его свойства и строение.</p>
15	Числовые и степенные ряды	<p>Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия с рядами. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сходимости.</p> <p>Абсолютная и условная сходимость ряда. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Признак Лейбница. Знакопеременные ряды.</p> <p>Функциональные ряды. Область сходимости. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Степенные ряды. Теорема Абеля. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функций в степенные ряды. Приложение рядов.</p>
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ		
16	Обыкновенные дифференциальные уравнения	<p>Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.</p> <p>Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Основные классы уравнений, интегрируемых в квадратурах.</p> <p>Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши. Понятие о краевых задачах для дифференциальных уравнений. Уравнения,</p>

		допускающие понижение порядка.
17	Линейные уравнения и системы	Линейные дифференциальные уравнения: однородные и неоднородные. Общее решение. Фундаментальная система решений. Метод Лагранжа вариации постоянных. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Уравнения с правой частью специального вида. Операционный метод.
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА		
18	Случайные события	Пространство элементарных событий. Понятие случайного события. Вероятность. Аксиоматическое построение теории вероятностей. Элементарная теория вероятностей. Методы вычисления вероятностей. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема Бернулли.
19	Случайные величины. Системы случайных величин	Дискретные случайные величины. Функция распределения и ее свойства. Математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины. Непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотность вероятности случайной величины, их взаимосвязь и свойства. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины. Нормальное распределение и его свойства. Закон больших чисел. Теоремы Бернулли и Чебышева. Центральная предельная теорема Ляпунова.
20	Статистическое описание результатов наблюдений	Генеральная совокупность и выборка. Вариационный ряд. Гистограмма, эмпирическая функция распределения, выборочная средняя и дисперсия. Статистические оценки: несмещенные, эффективные, состоятельные. Погрешность оценки. Доверительная вероятность и доверительный интервал.
21	Статистические методы обработки результатов наблюдений	Понятие о критериях согласия. Проверка гипотез о равенстве долей и средних.
ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО		
22	Элементы теории функции комплексного переменного	Комплексные числа. Функции комплексного переменного.
2. Практические занятия		
ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ		
01	Матрицы. Операции над матрицами. Определители	Матрицы и действия над ними. Определители и их свойства.
02	Ранг матрицы. Обратная матрица	Ранг матрицы. Теорема о ранге. Вычисление ранга матрицы. Обратная матрица. Решение матричных уравнений с помощью обратной матрицы.
03	Критерий совместности Кронекера-Капелли. Метод Гаусса	Совместность систем линейных алгебраических уравнений. Однородная и неоднородная системы. Теорема Кронекера-Капелли. Фундаментальная система решений. Метод Гаусса.
04	Формулы Крамера. Матричный метод	Решение системы n линейных алгебраических уравнений методом Гаусса. Определители n -го порядка и их свойства. Разложение определителя по строке (столбцу). Решение систем n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными по правилу Крамера.
05	Векторы	Векторы. Определение. Обозначения. Операции над векторами. Пространство векторов. Линейная независимость. Базис и координаты. Векторное произведение. Линейные операции над векторами. Проекция на ось. Декартовы координаты векторов и точек. Скалярное произведение векторов, его основные свойства, координатное выражение.

		Векторное и смешанное произведение векторов, их основные свойства и геометрический смысл. Координатное выражение векторного и смешанного произведений.
06	Линии на плоскости	Уравнения прямых и кривых на плоскости. Уравнение прямой по точке и вектору нормали. Уравнение прямой по точке и угловому коэффициенту. Уравнение прямой по точке и направляющему вектору. Уравнение прямой в отрезках. Нормальное уравнение прямой. Угол между прямыми на плоскости. Уравнение прямой, проходящей через данную точку, перпендикулярно данной прямой. Расстояние от точки до прямой. Линии второго порядка на плоскости. Гипербола. Парабола. Эллипс.
07	Уравнения плоскости и прямой в пространстве	Уравнения плоскости и прямой в пространстве. Цилиндрические поверхности. Поверхности вращения. Конические поверхности.
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ		
08	Введение в математический анализ	Множества. Операции с множествами. Множество вещественных чисел. Функция. Область ее определения. Сложные и обратные функции. График функции. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Комплексные числа и действия над ними. Изображение комплексных чисел на плоскости. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Показательная форма комплексного числа. Формула Эйлера. Корни из комплексных чисел. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Критерий Коши. Арифметические свойства пределов. Переход к пределу в неравенствах. Существование предела монотонной ограниченной последовательности.
09	Пределы. Функция и непрерывность функции действительной переменной	Предел функции в точке и на бесконечности. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Свойства предела функции. Односторонние пределы. Замечательные пределы. Непрерывность функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной и обратной функций. Непрерывность элементарных функций. Точки разрыва, их классификация. Сравнение функций. Эквивалентные функции. Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений, промежуточные значения.
10	Дифференциальное исчисление функций одной переменной	Понятие функции, дифференцируемой в точке. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Производная функции, ее смысл в различных задачах. Правила нахождения производной и дифференциала. Производная сложной и обратной функций. Инвариантность формы дифференциала. Точки экстремума функции. Теорема Ферма. Теоремы Роля, Лагранжа, Коши, их применение. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа. Разложение основных элементарных функций по формуле Тейлора. Применение формулы Тейлора для приближенных вычислений. Условия монотонности функции. Экстремум функции, необходимое условие. Достаточные

		условия. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции, дифференцируемой на отрезке. Исследование выпуклости функции. Точки перегиба. Асимптоты функций. Понятие об асимптотическом разложении. Общая схема исследования функции и построения ее графика.
11	Неопределённый и определённый интеграл	Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Табличные интегралы. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле. Интегрирование рациональных дробей и некоторых иррациональных и трансцендентных функций. Определенный интеграл, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница, ее применение для вычисления определенных интегралов. Геометрические и механические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций, их основные свойства.
12	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	Частные производные. Полный дифференциал, его связь с частными производными. Инвариантность формы полного дифференциала. Касательная плоскость к поверхности. Геометрический смысл полного дифференциала. Производная по направлению. Градиент. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.
13	Кратные и криволинейные интегралы	Двойной и тройной интегралы, их свойства. Сведение кратного интеграла к повторному. Понятие n-кратного интеграла. Замена переменных в кратных интегралах. Криволинейные интегралы. Их свойства и вычисление.
14	Элементы теории поля	Скалярное и векторное поле. Оператор Гамильтона. Потенциальное поле, его свойства. Соленоидальное поле, его свойства и строение.
15	Числовые и степенные ряды	Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия с рядами. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сходимости. Абсолютная и условная сходимость ряда. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Признак Лейбница. Знакопеременные ряды. Функциональные ряды. Область сходимости. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Степенные ряды. Теорема Абеля. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функций в степенные ряды. Приложение рядов.
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ		
16	Обыкновенные дифференциальные уравнения	Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Основные классы уравнений, интегрируемых в квадратурах. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши. Понятие о краевых задачах для дифференциальных уравнений. Уравнения, допускающие понижение порядка.
17	Линейные уравнения и системы	Линейные дифференциальные уравнения: однородные и неоднородные. Общее решение. Фундаментальная система решений. Метод Лагранжа вариации постоянных. Линейные

		дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Уравнения с правой частью специального вида. Операционный метод.
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА		
18	Случайные события	Пространство элементарных событий. Понятие случайного события. Вероятность. Аксиоматическое построение теории вероятностей. Элементарная теория вероятностей. Методы вычисления вероятностей. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема Бернулли.
19	Случайные величины. Системы случайных величин	Дискретные случайные величины. Функция распределения и ее свойства. Математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины. Непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотность вероятности случайной величины, их взаимосвязь и свойства. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины. Нормальное распределение и его свойства. Закон больших чисел. Теоремы Бернулли и Чебышева. Центральная предельная теорема Ляпунова.
20	Статистическое описание результатов наблюдений	Генеральная совокупность и выборка. Вариационный ряд. Гистограмма, эмпирическая функция распределения, выборочная средняя и дисперсия. Статистические оценки: несмещенные, эффективные, состоятельные. Погрешность оценки. Доверительная вероятность и доверительный интервал.
21	Статистические методы обработки результатов наблюдений	Понятие о критериях согласия. Проверка гипотез о равенстве долей и средних.
ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО		
22	Элементы теории функции комплексного переменного	Комплексные числа. Функции комплексного переменного.

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

Очная форма обучения

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1 семестр						
ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ						
01	Матрицы. Операции над матрицами. Определители.	6	10		8	24
02	Ранг матрицы. Обратная матрица.	4	6		4	14
03	Критерий совместности Кронекера-Капелли. Метод Гаусса.	4	4		5	13
04	Формулы Крамера. Матричный метод.	2	2		3	7
05	Векторы.	10	8		10	28
06	Линии на плоскости	12	10		9	31
07	Уравнения поверхности и линии в пространстве	12	10		9	31
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ						
08	Введение в математический анализ.	10	8		12	30
09	Пределы. Функция и непрерывность функции	12	14		12	38

	действительной переменной.					
	Экзамен					36
	Итого в 1 семестре:	72	72		72	252
2 семестр						
10	Дифференциальное исчисление функций одной переменной.	8	20		18	46
11	Неопределённый и определённый интеграл.	10	20		22	52
12	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.	8	14		12	34
13	Кратные и криволинейные интегралы.	6	12		12	30
14	Теория поля.	4	6		8	18
	Итого во 2 семестре:	36	72		72	180
3 семестр						
15	Числовые и функциональные ряды.	4	8		24	36
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ						
16	Обыкновенные дифференциальные уравнения.	6	16		24	46
17	Линейные уравнения и системы.	4	8		14	26
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА						
18	Случайные события.	4	8		16	28
19	Случайные величины. Системы случайных величин.	4	10		18	32
20	Статистическое описание результатов наблюдений.	4	8		18	30
21	Статистические методы обработки результатов наблюдений.	6	10		20	36
ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО						
22	Элементы теории функции комплексного переменного.	4	4		10	18
	Экзамен					36
	Итого в 3 семестре:	36	72		144	288
Итого:		144	216		288	720

Заочная форма обучения

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1 семестр						
ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ						
01	Матрицы. Операции над матрицами. Определители.	2	2		30	34
02	Ранг матрицы. Обратная матрица.	1	2		31	34
03	Критерий совместности Кронекера-Капелли. Метод Гаусса.	1	2		27	30
04	Формулы Крамера. Матричный метод.	2	2		26	30
05	Векторы.	1	2		47	50
06	Линии на плоскости	1	2		35	38
07	Уравнения поверхности и линии в пространстве	2	2		23	27
	Экзамен					9
	Итого в 1 семестре:	10	14		219	252
2 семестр						
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ						

08	Введение в математический анализ.	1	2		10	13
09	Пределы. Функция и непрерывность функции действительной переменной.	2	4		11	17
10	Дифференциальное исчисление функций одной переменной.	1	4		15	20
11	Неопределённый и определённый интеграл.	1	4		15	20
12	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.	1	2		11	14
13	Кратные и криволинейные интегралы.	1	2		11	14
14	Теория поля.	1	2		7	10
	Итого во 2 семестре:	8	20		80	108
3 семестр						
15	Числовые и функциональные ряды	1	2		20	23
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ						
16	Обыкновенные дифференциальные уравнения	2	4		20	26
17	Линейные уравнения и системы	1	2		16	19
	Зачет с оценкой					4
	Итого во 3 семестре:	4	8		56	72
4 семестр						
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА						
18	Случайные события.	2	2		10	14
19	Случайные величины. Системы случайных величин.	2	2		10	14
20	Статистическое описание результатов наблюдений.	1	4		80	85
21	Статистические методы обработки результатов наблюдений.	1	4		80	85
ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО						
22	Элементы теории функции комплексного переменного.	2	2		77	81
	Экзамен					9
	Итого в 4 семестре:	8	14		257	288
	Итого:	30	56		612	720

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Приступая к изучению учебной дисциплины, прежде всего обучающиеся должны ознакомиться с учебной программой дисциплины. Электронный вариант рабочей программы размещён на сайте БФ ВГУ.

Основными формами контактной работы по дисциплине являются лекции и практические занятия, посещение которых обязательно для всех студентов (кроме студентов, обучающихся по индивидуальному плану).

В ходе лекционных занятий следует не только слушать излагаемый материал и кратко его конспектировать, но очень важно участвовать в анализе примеров, предлагаемых преподавателем, в рассмотрении и решении проблемных вопросов, выносимых на обсуждение. Необходимо критически осмысливать предлагаемый материал, задавать вопросы как уточняющего характера, помогающие уяснить отдельные излагаемые положения, так и вопросы продуктивного типа, направленные на расширение и углубление сведений по изучаемой теме, на выявление недостаточно освещённых вопросов, слабых мест в аргументации и т.п.

В процессе конспектирования лекционного материала лучше использовать одну сторону тетрадного разворота (например, левую), оставив другую (правую) для внесения

вопросов, замечаний, дополнительной информации, которая может появиться при изучении учебной или научной литературы во время подготовки к практическим занятиям. Не следует дословно записать лекцию, лучше попытаться понять логику изложения и выделить наиболее важные положения лекции в виде опорного конспекта или ментальной карты (для составления ментальной карты или опорного конспекта можно использовать разворот тетради или отдельный чистый лист А4, который затем можно вклеить в тетрадь для конспектов). Основные определения важнейших понятий, особенно при отсутствии единства в трактовке тех или иных понятий среди ученых, лучше записать. Не следует пренебрегать примерами, зачастую именно записанные примеры помогают наполнить опорный конспект живым содержанием и облегчают его понимание.

Рекомендуется использовать различные формы выделения наиболее сложного, нового, непонятного материала, который требует дополнительной проработки: можно пометить его знаком вопроса (или записать на полях сам вопрос), цветом, размером букв и т.п. – это поможет быстро найти материал, вызвавший трудности, и в конце лекции (или сразу же, попутно) задать вопрос преподавателю (не следует оставлять непонятый материал без дополнительной проработки, без него иногда бывает невозможно понять последующие темы). Материал уже знакомый или понятный нуждается в меньшей детализации – это поможет сэкономить усилия во время конспектирования.

В ходе подготовки к практическим занятиям необходимо изучить в соответствии с вопросами для повторения основную литературу, просмотреть и дополнить конспекты лекции, ознакомиться с дополнительной литературой – это поможет усвоить и закрепить полученные знания. Кроме того, к каждой теме в планах практических занятий даются практические задания, которые также необходимо выполнить самостоятельно во время подготовки к занятию.

При подготовке к промежуточной аттестации необходимо повторить пройденный материал в соответствии с учебной программой, примерным перечнем вопросов, выносящихся на аттестацию. Рекомендуется использовать конспекты лекций и источники, перечисленные в списке литературы в рабочей программе дисциплины, а также ресурсы электронно-библиотечных систем. Необходимо обратить особое внимание на темы учебных занятий, пропущенных по разным причинам. При необходимости можно обратиться за консультацией и методической помощью к преподавателю.

Для достижения планируемых результатов обучения используются групповые дискуссии, анализ ситуаций.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Окунев Л.Я. Высшая алгебра: учеб.- СПб: Лань, 2009
2	Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Задачи по высшей алгебре: учеб. пос. для вузов.- СПб: Лань, 2008
3	Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа: учеб. для вузов: в 2-х ч. Ч.1: - 9-е изд., стер.- СПб.: Лань, 2008
4	Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа: учеб. для вузов: в 2-х ч. Ч.2: - 9-е изд., стер.- СПб.: Лань, 2008

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
5	Ляпин Е.С., Евсеев А.Е. Алгебра и теория чисел: учеб. пос.: ч. 2.- М.: Просвещение, 1978
6	Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре: учеб. пос. для вузов.- СПб: Лань, 2007
7	Архипов Г.И. и др. Лекции по математическому анализу: учеб. для вузов.- М.: Дрофа, 2008
8	Запорожец Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу: учеб. пос.- 5-е изд., стер.- СПб: Лань, 2009

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
9	Ильин, В.А. Основы математического анализа : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 7-е изд., стер. - Москва : Физмат-лит, 2009. - Ч. I. - 647 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 1). - ISBN 978-5-9221-0902-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=76686 (16.06.2020).
10	Туганбаев, А.А. Линейная алгебра : учебное пособие / А.А. Туганбаев. - Москва : Фланта, 2012. - 74 с. - ISBN 978-5-9765-1407-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=115141 (14.06.2020).

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Методические материалы
2	Геворкян, Э.А. Математика. Математический анализ : учебно-методический комплекс / Э.А. Геворкян, А.Н. Малахов. - Москва : Евразийский открытый институт, 2010. - 343 с. - ISBN 978-5-374-00369-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=93168 (16.06.20).
3	Сборник задач по алгебре: учеб. пос. для вузов/ под ред. А.И. Кострикина. - М.: Наука, 1987

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

- Варианты контрольных работ по всем разделам дисциплины (фонд оценочных средств).
- Перечень тем для подготовки докладов и рефератов (фонд оценочных средств).
- Перечень вопросов для подготовки к зачету и экзаменам (фонд оценочных средств).

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение, информационно-справочные системы и профессиональные базы данных

Программное обеспечение:

Win10 (или WinXP, Win7), OfficeProPlus 2010;

–STDU Viewer version 1.6.2.0;

–7-Zip;

–GIMP GNU Image Manipulation Program;

–Paint.NET;

–браузеры: Yandex, Google, Opera, Mozilla Firefox, Explorer.

При реализации дисциплины применяется смешанное обучение с использованием онлайн-консультаций; мессенджеров (<https://vk.com>); электронной почты; сайта кафедры естественнонаучных и общеобразовательных дисциплин: <http://pmii.ru/pumk/uchebnyie-materialyi/ochnaya-forma-obucheniya/matematika-5.html>.

Информационно-справочные системы и профессиональные базы данных:

–Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU – <http://elibrary.ru/>

–Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» <http://window.edu.ru/>

–Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов – <http://fcior.edu.ru>

–ООО Политехресурс ЭБС «Электронная библиотека технического вуза» (ЭБС «Консультант студента») – <https://www.studentlibrary.ru/>

–Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» – <http://biblioclub.ru/>

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Мультимедийное оборудование (проектор, стационарный компьютер, экран)

19. Фонд оценочных средств:

19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
ОПК-1 Умение использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	знает: - основные законы математики, методы математического анализа и моделирования;	1-22	Перечень заданий для индивидуальной работы п.19.3.2;19.3.3
	умеет: - использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности;	1-22	Перечень заданий для индивидуальной работы п.19.3.2;19.3.3
	владеет: - профессиональной терминологией, используемой при решении задач;	1-22	Перечень заданий для индивидуальной работы п.19.3.2;19.3.3
Зачет с оценкой/экзамен			Вопросы к зачету/экзамену п. 19.3.1

* В графе «ФОС» в обязательном порядке перечисляются оценочные средства текущей и промежуточной аттестаций.

19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Студент свободно ориентируется в теоретическом материале; умеет изложить и корректно оценить различные подходы к излагаемому материалу, способен сформулировать и доказать собственную точку зрения; обнаруживает свободное владение понятийным аппаратом; демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности и полное освоение показателей формируемых компетенций	<i>Повышенный уровень</i>	<i>Отлично</i>
Студент хорошо ориентируется в теоретическом материале; имеет представление об основных подходах к излагаемому материалу; знает определения основных теоретических понятий излагаемой темы, в основном демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности и освоение большинства показателей формируемых компетенций	<i>Базовый уровень</i>	<i>Хорошо</i>
Студент может ориентироваться в теоретическом материале; в целом имеет представление об основных понятиях излагаемой темы, частично демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности и освоение некоторых показателей формируемых компетенций	<i>Пороговый уровень</i>	<i>Удовлетворительно</i>
Студент не ориентируется в теоретическом материале; не сформировано представление об основных понятиях излагаемой темы, не демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности и освоение показателей формируемых компетенций.	–	<i>Неудовлетворительно</i>

19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

19.3.1 Перечень вопросов к экзамену (1 семестр)

Очная форма обучения

1. Матрицы и действия над ними. Определители и их свойства.
2. Обратная матрица. Ранг матрицы.
3. Системы линейных уравнений (основные понятия).
4. Решение систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
5. Решение невырожденных линейных систем с помощью обратной матрицы. Формулы Крамера.
6. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
7. Системы линейных однородных уравнений.
8. Векторы. Линейные операции над векторами.
9. Разложение вектора по ортам координатных осей. Модуль вектора. Направляющие косинусы.
10. Скалярное произведение векторов и его свойства.
11. Векторное произведение векторов и его свойства.
12. Смешанное произведение векторов и его свойства.
13. Система координат на плоскости.
14. Уравнения прямой на плоскости.
15. Прямая линия на плоскости. Основные задачи.
16. Линии второго порядка на плоскости. Окружность. Эллипс.
17. Линии второго порядка на плоскости. Гипербола.
18. Линии второго порядка на плоскости. Парабола.
19. Уравнение плоскости в пространстве.
20. Плоскость. Основные задачи.
21. Уравнения прямой в пространстве.
22. Прямая линия в пространстве. Основные задачи.
23. Прямая и плоскость в пространстве. Основные задачи.
24. Поверхности второго порядка.
25. Множества. Действительные числа. Числовые промежутки. Окрестности точки.
26. Функции. График функции. Способы задания функций.
27. Основные характеристики функции.
28. Обратная функция. Сложная функция.
29. Основные элементарные функции и их графики.
30. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности.
31. Предельный переход в неравенствах. Предел монотонной ограниченной последовательности. Число e .
32. Предел функции в точке. Односторонние пределы.
33. Предел функции при $x \rightarrow \infty$. Бесконечно большая функция.
34. Бесконечно малые функции. Связь между функцией, ее пределом и бесконечно малой функцией.
35. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые.
36. Основные теоремы о пределах. Практическое вычисление пределов.
37. Признаки существования пределов. Замечательные пределы.

Перечень вопросов к зачету с оценкой (2 семестр)

1. Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной: её механический и геометрический смысл. Уравнение касательной и нормали к кривой.
2. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
3. Производная суммы, разности, произведения и частного функций. Производная сложной и обратной функций.
4. Производные основных элементарных функций. Гиперболические функции и их производные. Таблицы производных.

- 5 Дифференцирование неявных и параметрически заданных функций. Неявно заданная функция. Функция, заданная параметрически.
- 6 Логарифмическое дифференцирование.
- 7 Производные высших порядков.
- 8 Производные высших порядков явно заданной функции. Механический смысл производной второго порядка.
- 9 Производные высших порядков неявно заданной функции. Производные высших порядков от функций, заданных параметрически.
- 10 Дифференциал функции.
- 11 Исследование функций с помощью производных.
- 12 Понятие неопределенного интеграла.
- 13 Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов.
- 14 Метод непосредственного интегрирования.
- 15 Метод интегрирования подстановкой.
- 16 Метод интегрирования по частям.
- 17 Интегрирование рациональных функций.
- 18 Интегрирование тригонометрических функций.
- 19 Универсальная тригонометрическая подстановка.
- 20 Интегралы типа $\int \sin^m x \cdot \cos^n x dx$.
- 21 Использование тригонометрических преобразований.
- 22 Интегрирование иррациональных функций.
- 23 «Берущиеся» и «неберущиеся» интегралы.
- 24 Определенный интеграл как предел интегральной суммы.
- 25 Геометрический и физический смысл определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
- 26 Основные свойства определенного интеграла. Вычисления определенного интеграла.
- 27 Интегрирование подстановкой.
- 28 Интегрирование по частям.
- 29 Интегрирование четных и нечетных функций в симметричных пределах.
- 30 Несобственные интегралы.
- 31 Геометрические и физические приложения определенного интеграла.
- 32 Схемы применения определенного интеграла.
- 33 Вычисление площадей плоских фигур. Вычисление дуги плоской кривой.
- 34 Вычисление объемов тел. Вычисление площади поверхности вращения.
- 35 Механические приложения определенного интеграла.
- 36 Приближенное вычисление определенного интеграла.
- 37 Функции двух переменных. Основные понятия.
- 38 Предел функции. Непрерывность функции двух переменных.
- 39 Свойства функций, непрерывных в ограниченной замкнутой области.
- 40 Производные и дифференциалы функции нескольких переменных.
- 41 Частные производные первого порядка и их геометрическое истолкование.
- 42 Частные производные высших порядков.
- 43 Дифференцируемость и полный дифференциал функции.
- 44 Дифференциалы высших порядков.
- 45 Производная сложной функции. Полная производная.
- 46 Дифференцирование неявной функции.
- 47 Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
- 48 Экстремум функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.
- 49 Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.
- 50 Двойной интеграл. Основные понятия и определения.
- 51 Геометрический и физический смысл двойного интеграла. Основные свойства двойного интеграла.
- 52 Вычисление двойного интеграла. Приложение двойного интеграла.
- 53 Тройной интеграл. Основные понятия.

- 54 Вычисление тройного интеграла.
- 55 Приложения тройного интеграла
- 56 Криволинейный интеграл I рода.
- 57 Криволинейный интеграл II рода.
- 58 Скалярное поле и его характеристики.
- 59 Векторное поле и его характеристики.

Перечень вопросов к экзамену (3 семестр)

- 1 Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда.
- 2 Необходимое условие сходимости. Действия с рядами.
- 3 Ряды с неотрицательными членами. Признаки сходимости.
- 4 Абсолютная и условная сходимость ряда.
- 5 Свойства абсолютно сходящихся рядов.
- 6 Признак Лейбница. Знакопеременные ряды.
- 7 Функциональные ряды.
- 8 Область сходимости.
- 9 Равномерная сходимость.
- 10 Признак Вейерштрасса.
- 11 Степенные ряды. Теорема Абеля.
- 12 Ряды Тейлора и Маклорена.
- 13 Разложение функций в степенные ряды.
- 14 Приложение рядов.
- 15 Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача коши.
- 16 Обыкновенные дифференциальные уравнения.
- 17 Линейные дифференциальные уравнения.
- 18 Дифференциальные уравнения второго порядка.
- 19 Случайные события.
- 20 Случайные величины.
- 21 Системы случайных величин.
- 22 Статистическое описание результатов наблюдений.
- 23 Статистические методы обработки результатов наблюдений.
- 24 Элементы теории функции комплексного переменного. Комплексные числа.
- 25 Функции комплексного переменного.

Заочная форма обучения

Перечень вопросов к экзамену (1 семестр)

1. Матрицы и действия над ними. Определители и их свойства.
2. Обратная матрица. Ранг матрицы.
3. Системы линейных уравнений (основные понятия).
4. Решение систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
5. Решение невырожденных линейных систем с помощью обратной матрицы. Формулы Крамера.
6. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
7. Системы линейных однородных уравнений.
8. Векторы. Линейные операции над векторами.
9. Разложение вектора по ортам координатных осей. Модуль вектора. Направляющие косинусы.
10. Скалярное произведение векторов и его свойства.
11. Векторное произведение векторов и его свойства.
12. Смешанное произведение векторов и его свойства.
13. Система координат на плоскости.
14. Уравнения прямой на плоскости.
15. Прямая линия на плоскости. Основные задачи.
16. Линии второго порядка на плоскости. Окружность. Эллипс.
17. Линии второго порядка на плоскости. Гипербола.
18. Линии второго порядка на плоскости. Парабола.
19. Уравнение плоскости в пространстве.
20. Плоскость. Основные задачи.

21. Уравнения прямой в пространстве.
22. Прямая линия в пространстве. Основные задачи.
23. Прямая и плоскость в пространстве. Основные задачи.
24. Поверхности второго порядка.

Перечень вопросов (2 семестр)

- 1 Множества. Действительные числа. Числовые промежутки. Окрестности точки.
- 2 Функции. График функции. Способы задания функций.
- 3 Основные характеристики функции.
- 4 Обратная функция. Сложная функция.
- 5 Основные элементарные функции и их графики.
- 6 Числовые последовательности. Предел числовой последовательности.
- 7 Предельный переход в неравенствах. Предел монотонной ограниченной последовательности. Число e .
- 8 Предел функции в точке. Односторонние пределы.
- 9 Предел функции при $x \rightarrow \infty$. Бесконечно большая функция.
- 10 Бесконечно малые функции. Связь между функцией, ее пределом и бесконечно малой функцией.
- 11 Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые.
- 12 Основные теоремы о пределах. Практическое вычисление пределов.
- 13 Признаки существования пределов. Замечательные пределы.
- 14 Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной: её механический и геометрический смысл. Уравнение касательной и нормали к кривой.
- 15 Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
- 16 Производная суммы, разности, произведения и частного функций. Производная сложной и обратной функций.
- 17 Производные основных элементарных функций. Гиперболические функции и их производные. Таблицы производных.
- 18 Дифференцирование неявных и параметрически заданных функций. Неявно заданная функция. Функция, заданная параметрически.
- 19 Логарифмическое дифференцирование.
- 20 Производные высших порядков.
- 21 Производные высших порядков явно заданной функции. Механический смысл производной второго порядка.
- 22 Производные высших порядков неявно заданной функции. Производные высших порядков от функций, заданных параметрически.
- 23 Дифференциал функции.
- 24 Исследование функций с помощью производных.
- 25 Понятие неопределенного интеграла.
- 26 Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов.
- 27 Метод непосредственного интегрирования.
- 28 Метод интегрирования подстановкой.
- 29 Метод интегрирования по частям.
- 30 Интегрирование рациональных функций.
- 31 Интегрирование тригонометрических функций.
- 32 Универсальная тригонометрическая подстановка.
- 33 Интегралы типа $\int \sin^m x \cdot \cos^n x dx$.
- 34 Использование тригонометрических преобразований.
- 35 Интегрирование иррациональных функций.
- 36 Определенный интеграл как предел интегральной суммы.
- 37 Геометрический и физический смысл определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
- 38 Основные свойства определенного интеграла. Вычисления определенного интеграла.

- 39 Интегрирование подстановкой.
- 40 Интегрирование по частям.
- 41 Интегрирование четных и нечетных функций в симметричных пределах.
- 42 Несобственные интегралы.
- 43 Геометрические и физические приложения определенного интеграла.
- 44 Схемы применения определенного интеграла.
- 45 Вычисление площадей плоских фигур. Вычисление дуги плоской кривой.
- 46 Вычисление объемов тел. Вычисление площади поверхности вращения.
- 47 Механические приложения определенного интеграла.
- 48 Приближенное вычисление определенного интеграла.
- 49 Функции двух переменных. Основные понятия.
- 50 Предел функции. Непрерывность функции двух переменных.
- 51 Свойства функций, непрерывных в ограниченной замкнутой области.
- 52 Производные и дифференциалы функции нескольких переменных.
- 53 Частные производные первого порядка и их геометрическое истолкование.
- 54 Частные производные высших порядков.
- 55 Дифференцируемость и полный дифференциал функции.
- 56 Дифференциалы высших порядков.
- 57 Производная сложной функции. Полная производная.
- 58 Дифференцирование неявной функции.
- 59 Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
- 60 Экстремум функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.
- 61 Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.
- 62 Двойной интеграл. Основные понятия и определения.
- 63 Геометрический и физический смысл двойного интеграла. Основные свойства двойного интеграла.
- 64 Вычисление двойного интеграла. Приложение двойного интеграла.
- 65 Тройной интеграл. Основные понятия.
- 66 Вычисление тройного интеграла.
- 67 Приложения тройного интеграла
- 68 Криволинейный интеграл I рода.
- 69 Криволинейный интеграл II рода.
- 70 Скалярное поле и его характеристики
- 71 Векторное поле и его характеристики

Перечень вопросов к экзамену (3 семестр)

- 1 Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда.
- 2 Необходимое условие сходимости. Действия с рядами.
- 3 Ряды с неотрицательными членами. Признаки сходимости.
- 4 Абсолютная и условная сходимость ряда.
- 5 Свойства абсолютно сходящихся рядов.
- 6 Признак Лейбница. Знакопеременные ряды.
- 7 Функциональные ряды.
- 8 Область сходимости.
- 9 Равномерная сходимость.
- 10 Признак Вейерштрасса.
- 11 Степенные ряды. Теорема Абеля.
- 12 Ряды Тейлора и Маклорена.
- 13 Разложение функций в степенные ряды.
- 14 Приложение рядов.
- 15 Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача коши.
- 16 Обыкновенные дифференциальные уравнения.
- 17 Линейные дифференциальные уравнения.
- 18 Дифференциальные уравнения второго порядка.

Перечень вопросов к зачету с оценкой (4 семестр)

- 1 Случайные события.

- 2 Случайные величины.
- 3 Системы случайных величин.
- 4 Статистическое описание результатов наблюдений.
- 5 Статистические методы обработки результатов наблюдений.
- 6 Элементы теории функции комплексного переменного. Комплексные числа.
- 7 Функции комплексного переменного.

19.3.2 Перечень заданий для индивидуальной работы

Контрольная работа №1

Тема: Операции над матрицами. Определители.

1 Вычислить определители:

$$1.1. \begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+c & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1+d \end{vmatrix} \quad 1.2. \begin{vmatrix} x & 1 & 0 & 0 \\ -1 & y & 1 & 0 \\ 0 & -1 & y & 1 \\ 0 & 0 & -1 & x \end{vmatrix}$$

2. Найти а) $A \cdot B^{-1} + C$, б) $A^{-1} \cdot C^{-1} + D^2$, в) $D^{-1} + C \cdot B^{-1}$, г) $C^2 + A \cdot D^{-1}$, д) $A^{-1} \cdot B^{-1} \cdot C^{-1}$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 6 & -2 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 7 & -4 & -2 \\ -2 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}.$$

3. Найти матрицу, обратную матрице

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 4 & -1 \\ 5 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Контрольная работа №2

Тема: Системы линейных уравнений

1. Решить систему по формулам Крамера

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 21 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 9 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$$

2. Пользуясь методом Гаусса, решить систему уравнений

$$\begin{cases} 3x_2 + 4x_3 = 21 \\ 3x_1 + 4x_2 = 9 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$$

3. Пользуясь матричным методом, решить систему уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$$

4. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 1, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 0; \end{cases}$$

Контрольная работа №3

Тема: Векторы

1. Векторы \vec{a} и \vec{b} образуют угол $\varphi = \frac{2\pi}{3}$, зная, что $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, вычислить:

$$\vec{a} \cdot \vec{b}; \vec{a}^2; (\vec{a} + \vec{b})^2; (3\vec{a} - 2\vec{b})(\vec{a} + 2\vec{b}).$$

2. Векторы \vec{a} и \vec{b} взаимно перпендикулярны; вектор \vec{c} образует с ними углы, равные $\frac{\pi}{3}$; зная, что

$|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 5, |\vec{c}| = 8$, вычислить:

$$(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})^2; (3\vec{a} - 2\vec{c})(\vec{a} + 2\vec{b}).$$

3. Вычислить косинус угла, образованного векторами $\vec{a} = \{2, -4, 4\}$ и

4. Найти проекцию вектора $\vec{b} = \{\sqrt{2}, -3, -5\}$ на ось, составляющую с координатными осями Oх, Oz углы 45, 60, 30 градусов соответственно.

5. Даны точки A(-2; 3; -4), B(3; 2; 5), C(1; -1; 2), D(3; 2; -4). Вычислить $np_{\vec{CD}} \vec{AB}$.

6. Даны точки A(3; -1; 2), B(-1; 2; 1). Найти координаты векторов \vec{AB} и \vec{BA} .

7. Вычислить направляющие косинусы вектора $\vec{a} = \{12, -15, -16\}$.

8. Определить координаты точки M, если ее радиус-вектор составляет с координатными осями одинаковые углы и его модуль равен 3.

Контрольная работа №4

Тема: Пределы.

1. Найти указанные пределы:

а) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{3x^2 + 10x + 3}$; б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 64}{7x^2 - 27x - 4}$.

2. Найти указанные пределы:

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x - 1}{3x^2 + x - 5}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 + 3x - 4}{2x^2 - 5x + 1}$.

3. Найти указанные пределы:

а) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7x + 4}{3x^3 - 5x + 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x + 1} - 3}{x^3 - 8}$.

4. Найти указанные пределы:

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4 - 2x}{1 - 2x} \right)^{x+1}$; б) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{4x + 5}{4x - 2} \right)^{3x}$.

5. Найти указанные пределы:

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{5x^2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x)}{3^{2x} - 1}$.

Контрольная работа №5

Тема: Производная и дифференциал функции

1. Пользуясь определением производной, найти производные следующих функций:

а) $y = x^4 - 5 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 1$;

б) $y = tg \frac{x}{3}$;

в) $y = a^{x^2}$.

2. Пользуясь общими выражениями дифференцирования, найти производные следующих функций:

а) $f(x) = (x - 2)^4$. Найти $f'(0)$, $f'(2)$, $f'(-2)$, $f'(\pi)$.

б) $y = e^{\arctg \sqrt{x}} \cdot (x^2 + 3 \cdot x)$; в) $y = \sqrt{1 + x^2} + x \cdot \arcsin x$;

г) $y = (\sqrt{x})^x$; д) $y = \ln \frac{x-1}{2 \cdot x+1}$.

3. Найти $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$ функции, заданной параметрически:

$$\left. \begin{array}{l} x = 2 \cdot t \\ y = t^2 + 1 \end{array} \right\}$$

4. Найти приращение Δy и дифференциал dy функции $y = x^2 - 3 \cdot x + 4$ в точке $x=2$ при $\Delta x = 1; 0,1; 0,01$.

Найти для каждого значения Δx абсолютную погрешность $|\Delta y - dy|$ и относительную погрешность

$$\left| \frac{\Delta y - dy}{\Delta y} \right|, \text{ которые допускаются при замене приращения дифференциалом.}$$

5. Используя понятие дифференциала, найти приближенно значение $\operatorname{tg} 44^\circ 45'$. Результат сравнить с табличным.

$$y = \frac{3x-1}{5x+6}$$

Контрольная работа №6

Тема Неопределенный и определенный интегралы

1) Применяя метод непосредственного интегрирования, вычислить интегралы

а) $\int \frac{dx}{16-x^4}$; б) $\int e^x \left(1 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right) dx$

2) Применяя метод подстановки, вычислить интегралы

а) $\int \cos^3 x \sin x dx$ б) $\int \frac{dx}{x(1+\ln x)}$

3) С помощью метода интегрирования по частям вычислить интегралы

а) $\int x e^{5x} dx$ б) $\int x \sin x dx$

4. Вычислить определенные интегралы

а) $\int_0^{\pi} (2x + \sin 2x) dx$ б) $\int_{\frac{1}{2}}^1 \sqrt{4x-2} dx$

в) $\int_0^1 x e^x dx$ г) $\int_1^3 \frac{dx}{x^2+x}$

5. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

а) $\int_3^{\infty} \frac{x^2 dx}{x^2+4}$ б) $\int_0^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$

6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = x^3, y = x^2, x = -2, x = 1$.

б) $\rho = 3-2\cos \varphi, \beta = \frac{1}{2}$

7. Вычислить длину дуги кривой $y = 1 - \ln \sin x$, от $x = 0$ до $x = \frac{\pi}{4}$

Контрольная работа №7

Тема Кратные и криволинейные интегралы

1. Изменить порядок интегрирования: $\int_2^4 dy \int_{\frac{4}{y}}^{-1} f(x, y) dx$.

2. Свести двойной интеграл $\iint_D f(x, y) dx dy$, где D - область, ограниченная линиями $y = x^2$ и

$y = \sqrt{x}$ к повторному интегралу.

3. Свести двойной интеграл $\iint_D f(x, y) dx dy$, где D - область, ограниченная линиями $y = 2x$, $y = -2x$, $x = 1$ к повторному интегралу.

4. Расставить пределы интегрирования в интеграле $\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz$, если V ограничена плоскостями $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $2x + 3y + 4z = 12$.

5. Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями: $z = 0$, $x = 1$, $y = x^3$, $z = 2y$.

6. Вычислить криволинейный интеграл по отрезку АВ, ориентированному в направлении от точки А к точке В:

$$\int_{\Gamma} (2x - y) dx + (4x + 5y) dy, \quad A(3; -4), B(1; 2).$$

Контрольная работа №8

Тема Числовые и функциональные ряды. Теория поля

№1. Установить расходимость числового ряда на основе необходимого условия сходимости

$$\sum_{n=1}^{\infty} (2n + 3) \sin\left(\frac{3}{5n + 4}\right).$$

№2. Установить сходимость или расходимость числового ряда на основе признаков сравнения

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 - 6n + 10}.$$

№3. Установить сходимость или расходимость числового ряда на основе признака Даламбера

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(5n + 6)^3}{2^n}.$$

№4. Установить сходимость или расходимость числового ряда на основе радикального признака Коши или интегрального признака Коши $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{3n+4}\right)^n$.

№5 Исследовать на абсолютную и условную сходимость знакопеременный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \cdot \sqrt[6]{64n+3}}$.

№6 Найти радиус и интервал сходимости степенного ряда. Исследовать сходимость ряда на концах интервала сходимости $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-6)^n}{(n+1) \ln(n+1)}$.

№7. Разложить функцию $f(x)$ в ряд Тейлора в окрестности точки x_0 . Указать область сходимости полученного ряда.

Указание. Использовать разложения элементарных функций в степенные ряды $y = (x + 4)^3 e^{-3x+5}$, $x_0 = -4$.

№ 9 Найти производную скалярного поля $\varphi = 4x^2 + y^2 - 5yz$ в точке $M(2;2;2)$; по направлению от этой точки к точке $M_1(2;3;3)$.

№10. Найти дивергенцию векторного поля $F(M)$ в точке $M(1;2;1)$

$$F(M) = (2x^2y^2 - 2xz^3 + 2x^2y^2z^2)\bar{i} + (3x^3y^2 + 2x^2yz + 4xz^2)\bar{j} + (2x^2y^2z^2 - 2x^2z + 5yz)\bar{k}$$

Контрольная работа №9

Тема Дифференциальные уравнения

Раздел «Дифференциальные уравнения 1-го порядка»

Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения

$$1) e^{-x+3y} dy = x dx \quad 2) (xy + x^3 y) y' = 1 + y^2 \quad 3) (y^2 - 3x^2) dy + 2xy dx = 0$$

4) Найти частное решение (частный интеграл) дифференциального уравнения

$$(x^2 + 1)y' + 4xy = 3, \quad y(0) = 0.$$

5) Найти общее решение дифференциального уравнения $y' + y = x\sqrt{y}$.

Раздел «Дифференциальные уравнения 2-го порядка»

1. Найти решение дифференциального уравнения, допускающего понижения порядка:

$$2xy'' = y'$$

2. Решить линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами:

$$y'' - 16y' + 64y = 0$$

3. Решить линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами: $y'' - 3y' = xe^x$.

Контрольная работа №10

Тема: Теория вероятностей и математическая статистика

1. Проиллюстрировать с помощью диаграмм Эйлера-Венна следующие соотношения между событиями: а) $(M \cup N) \cap (M \cup P)$; б) $\overline{C \setminus D}$.

2. Имеется ткань трех цветов: красная, зеленая и черная, и требуется обить диван, кресло и стул. Сколько существует различных вариантов обивки этой мебели?

4. В городе 3 коммерческих банка, оценка надежности которых — p_1, p_2, p_3 соответственно. В связи с определением хозяйственных перспектив развития администрация города интересуют ответы на следующие вопросы: какова вероятность, что

- 1) обанкротится только i -й банк;
- 2) обанкротится только один банк;
- 3) обанкротятся только j -й и k -й банки;
- 4) обанкротится не более одного банка;
- 5) обанкротятся все три банка;
- 6) хотя бы один банк избежит банкротства;
- 7) все три банка будут успешно работать.

№	p_1	p_2	p_3	i	j	k
1	0.7	0.95	0.78	1	2	3

5. В магазин поступают изделия трех хлебозаводов, которые выпускают соответственно $n_1\%$, $n_2\%$, $n_3\%$ объема продукции. В продукции хлебозаводов брак составляет $m_1\%$, $m_2\%$, $m_3\%$ соответственно.

Продавец наугад берет один батон и продает покупателю. Найти вероятность того, что покупатель будет доволен качеством изделия.

У покупателя возникли претензии к качеству товара. На каком хлебозаводе, вероятнее всего, он изготовлен?

№		n_2	n_3	m_1	m_2	m_3
1	30	30	40	0.25	1	1.75

6. Определить вероятности того, что

- 1) в n_1 испытаниях событие A появится m_1 раз;
- 2) в n_2 испытаниях событие A появится m_2 раз;
- 3) в n_1 испытаниях событие A появится не менее m_1 раз и не более m_3 раз;
- 4) в n_1 испытаниях событие A появится не менее m_2 раз и не более m_4 раз;
- 5) найти наиболее вероятное число появлений события A в n_2 испытаниях.

№	n_1	n_2	m_1	m_2	m_3	m_4	p
1	8	180	4	100	7	140	0.5

7. Задан закон распределения (ряд распределения) дискретной случайной величины X . Найдите математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднеквадратичное отклонение $\sigma(X)$.

X	-6	8	9	10
P	0,1	0,1	0,6	0,2

8. Дана интегральная функция распределения случайной величины X . Найдите дифференциальную функцию (плотность) распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{x^2}{4}, & 0 \leq x \leq 2, \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

9. Для интервального вариационного ряда

- 1) Построить полигон относительных частот;
- 2) Построить эмпирическую функцию распределения;
- 3) Найти выборочные характеристики положения

а) выборочное среднее \bar{x} б) медиану Me ; в) моду Mo и показать их на графике, построенном в п. 1;

4) Найти характеристики рассеяния

- а) выборочную дисперсию ,
- б) исправленную выборочную дисперсию,
- в) среднеквадратичное и исправленное среднеквадратичное отклонения,
- г) коэффициент вариации V ,
- д) размах вариации;

X	(-15; -10]	(-10; -5]	(-5; 0]	(0; 5]	(5; 10]	(10; 15]
n	2	14	31	41	10	2

19.3.3 Типовые задания для организации индивидуальной работы (индивидуальные задания) по дисциплине «МАТЕМАТИКА»

Блок 1 . Векторы.

1. Написать разложение вектора x по векторам p, q, r .

$$x = \{-2, 4, 7\}, \quad x = \{6, 12, -1\}, \quad x = \{1, -4, 4\}, \quad x = \{-9, 5, 5\}, \quad x = \{-5, -5, 5\},$$

$$1. \quad p = \{0, 1, 2\}, \quad 2. \quad p = \{1, 3, 0\}, \quad 3. \quad p = \{2, 1, -1\}, \quad 4. \quad p = \{4, 1, 1\}, \quad 5. \quad p = \{-2, 0, 1\},$$

$$q = \{1, 0, 1\}, \quad q = \{2, -1, 1\}, \quad q = \{0, 3, 2\}, \quad q = \{2, 0, -3\}, \quad q = \{1, 3, -1\},$$

$$r = \{-1, 2, 4\}. \quad r = \{0, -1, 2\}. \quad r = \{1, -1, 1\}. \quad r = \{-1, 2, 1\}. \quad r = \{0, 4, 1\}.$$

2. Найти косинус угла между векторами \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AC} .

$$A(1, -2, 3), \quad A(0, -3, 6), \quad A(3, 3, -1), \quad A(1, -2, 3), \quad A(-4, -20), \quad A(5, 3, -1),$$

$$1. \quad B(0, -1, 2), \quad 2. \quad B(-12, -3, -3), \quad 3. \quad B(5, 5, -2), \quad 4. \quad B(0, -1, 2), \quad 5. \quad B(-1, -2, 4), \quad 6. \quad B(5, 2, 0),$$

$$C(3, -4, 5). \quad C(-9, -3, -6). \quad C(4, 1, 1). \quad C(3, -4, 5). \quad C(3, -2, 1). \quad C(6, 4, -1).$$

3. Найти угол между векторами \vec{a} и \vec{b}

$$1. \quad \vec{a} = (1; 1; 0) \text{ и } \vec{b} = (1; 1; 1);$$

$$2. \quad \vec{a} = (1; 0; 1) \text{ и } \vec{b} = (1; 1; 1);$$

$$3. \quad \vec{a} = (0; 1; 1) \text{ и } \vec{b} = (1; 1; 1);$$

$$4. \quad \vec{a} = (1; 1; 1) \text{ и } \vec{b} = (1; 0; 1);$$

Блок 2 - 3. Линии на плоскости.

1. Написать канонические уравнения прямой.

$$1. \quad 2x + y + z - 2 = 0, 2x - y - 3z + 6 = 0. \quad 2. \quad x - 3y + 2z + 2 = 0, x + 3y + z + 14 = 0.$$

$$3. \quad x - 2y + z - 4 = 0, 2x + 2y - z - 8 = 0. \quad 4. \quad x + y + z - 2 = 0, x - y - 2z + 2 = 0.$$

Блок 5- 6. Матрицы. Операции над матрицами. Определители. Ранг матрицы. Обратная матрица.

1. Найти определителя и ранг матрицы

$$1. \begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}, 2. \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}, 3. \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}, 4. \begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}, 5. \begin{pmatrix} 6 & -2 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}.$$

2. Найти произведение матриц (варианты 1-6)

$$1. \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad 2. \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$3. \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad 4. \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix};$$

3. Вычислить $C=A^2+2B$

$$7. A=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} -7 & 4 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}; \quad 8. A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} -5 & 7 \\ -6 & 8 \end{pmatrix};$$

$$9. A=\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}; \quad 10. A=\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Найти $3A \cdot 2B$

$$11. A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}; \quad 12. A=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix};$$

5. Найти произведение матриц AB и BA (если это возможно)

$$16. A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad 17. A=(1 \quad -2 \quad 3 \quad 0); B=\begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Блок 7 - 8.

Критерий совместности Кронекера-Капелли. Метод Гаусса. Формулы Крамера. Матричный метод. СЛУ общего вида. Использование СЛУ при решении экономических задач.

1. Решить системы уравнений

$$1. \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 + 34x_4 - 5x_5 = 0. \end{cases} \quad 2. \begin{cases} 7x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x_1 + x_2 + 10x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 5x_1 - x_2 + 8x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 - 12x_3 - 4x_4 + 4x_5 = 0. \end{cases} \quad 4. \begin{cases} 6x_1 - 9x_2 + 21x_3 - 3x_4 - 12x_5 = 0, \\ -4x_1 + 6x_2 - 14x_3 + 2x_4 + 8x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - x_4 - 4x_5 = 0. \end{cases}$$

2. Решить матричные уравнения $A \cdot X=B$ и $X \cdot B=C$

№ п/п	A	B	C
1	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \\ -2 & -4 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & -5 & 7 \\ 4 & -9 & 10 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$

3. Решить систему уравнений методом Крамера

$$1. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1; \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 1; \\ 4x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 4 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 2; \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3; \\ 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 4 \end{cases}$$

Блок-9.

Элементы алгебры комплексных чисел и многочленов.

1. Выполнить действия над комплексными числами, представив результат в алгебраической форме:

1. $(2+3i)(3-i)$. 2. $(2i-i^2)2+(1-3i)3$. 3. $2-i+1+i$. 4. $(1+i)(3+i)3-i-(1-i)(3-i)3+i$.

2. Найти действительные решения следующего уравнения:

$$(1+i)x+(-2+5i)y=-4+17i.$$

3. Выполнить действия над комплексными числами, представив результат в алгебраической форме:

1. $(1+2i)2$. 2. $(1-i)3-(1+i)3$. 3. $11+4i+14-i$. 4. $(1-i+1)3$.

4. Найти действительные решения следующего уравнения:

$$12((2x+i)(1+i)+(x+y)(3-2i))=17+6i.$$

5. Решить следующие системы линейных уравнений:

1. $(3-i)z_1+(4+2i)z_2=1+3i$;

2. $(2+i)z_1+(2-i)z_2=6$.

6. Найти $(1 + \sqrt{3}i)^9$

7. Выполнить деление $\frac{1+3i}{2+i}$.

8. Возвести число $z = \sqrt{3} - i$ в пятую степень.

9. Найти все значения $\sqrt{1-i\sqrt{3}}$.

10. Доказать формулу Эйлера $\cos\varphi = \frac{e^{i\varphi} + e^{-i\varphi}}{2}$.

11. Используя формулу Муавра, вычислить следующие выражения: $(1+i)^{10}$

12. Используя формулу Муавра, выразить через $\cos\varphi$ и $\sin\varphi$ функцию $\cos 3\varphi$.

13. Решить кубическое уравнение $x^3 - 7x^2 + 36x - 52 = 0$.

14. Решить квадратное уравнение $x^2 - 8x + 20 = 0$

Блок 10. Введение в математический анализ.

1. Если $x_n = \frac{n}{n+1}$ Найти $2x_3 + 3x_2$

A) 3; B) 2; C) 3,5; D) 4,5; E) 6;

2. Если: $x_n = n^3 + n^2 + n - 1$ Найти S_5

A) 270; B) 290; C) 260; D) 250; E) 300;

3. Какая последовательность неограниченна.

A) $x_n = \frac{1}{n}$; B) $x_n = \frac{n+1}{n}$; C) $x_n = \frac{n+\frac{1}{2}}{n+0,5}$; D) $x_n = \frac{n^2}{n+1}$; E) $x_n = \frac{n^2}{n^2+1}$;

4. Найти x_5 : $x_1 = 16$, $x_{n+1} = -0,5x_n$

A) 16; B) 1; C) -8; D) -2; E) 4;

5. Найти x_6 : $x_n = \frac{1 - (-1)^n}{2n + 1}$

A) 1; B) $\frac{2}{31}$; C) 0; D) $\frac{2}{19}$; E) $\frac{2}{13}$;

6. Найти x_{13} : $x_1 = \sqrt{2}$, $x_{n+1} = \sqrt{2} \cdot x_n$

A) $64\sqrt{2}$; B) $32\sqrt{2}$; C) 48; D) 64; E) 32;

7. Найти x_7 2, 9, 20, 37, 63, 102, ?, ...

A) 180; B) 148; C) 121; D) 143; E) 159;

8. Найти x_6 1, 1, 2, 3, 5, 8, ...

A) 10; B) 11; C) 12; D) 13; E) 14;

9. Найти x_4 : $x_0 = 1$, $x_n = \frac{x_{n-1}}{n}$

A) 18; B) $\frac{1}{20}$; C) $\frac{1}{24}$; D) $\frac{1}{32}$; E) $\frac{4}{25}$;

10. Если: $x_n = \frac{3n - 1}{5n + 7}$ Для какого значения n $x_n = \frac{7}{12}$?

A) 60; B) 61; C) 62; D) 63; E) 64;

11. Если $(n + 2)x_{n-1} = 3x_n$ и $x_5 = 6$ Найти x_3

A) $\frac{9}{7}$; B) $\frac{7}{3}$; C) $\frac{11}{8}$; D) $\frac{7}{18}$; E) $\frac{3}{19}$;

12. Если $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{1}{2}$ и $x_n = x_{n+1} - x_{n-1}$ Найти сумму x_3 и x_5 .

A) 4; B) 5; C) 6; D) 7; E) 8;

13. Если $\alpha_1 = 3$, $d = 0,5$ Найти α_8

A) 7,5; B) 7; C) 5,5; D) 6; E) 6,5;

14. Если $\alpha_1 = 13$, $\alpha_{50} = 20$ Найти (d)

A) $\frac{6}{7}$; B) $\frac{3}{7}$; C) $\frac{2}{7}$; D) $\frac{1}{7}$; E) $\frac{5}{7}$;

15. Если $\alpha_{17} = 80,65$, $d = 2,4$ Найти α_1

A) 54,6; B) 39,4; C) 42,25; D) 36,6; E) 24,8;

16. Если $\alpha_4 = 8$, $\alpha_6 = 32$ Найти d A) 6; B) 12; C) 8; D) 9; E) 10;

17. Если $\alpha_5 = 26$, $\alpha_{10} = 14$ Найти α_1

A) 35,6; B) 41,6; C) 40,6; D) 38,6; E) 40,2;

18. Если $\alpha_{20} = 0$, $\alpha_{30} = -60$ Найти α_1

A) 110; B) 114; C) 118; D) 124; E) 132;

19. Если $\alpha_1 + \alpha_5 = 16$, $\alpha_8 = 6$ Найти d

A) -0,5; B) 2; C) -0,4; D) -2,1; E) 3,4;

23. Из 35 студентов, побывавших на каникулах в Москве, все, кроме двоих, делились впечатлениями. О посещении Большого театра с восторгом вспоминали 12 человек, Кремля – 14, а 16 – о концерте, по три студента запомнили посещение театра и Кремля, а также театра и концерта, а четверо – концерта и пребывания в Кремле. Сколько студентов сохранили воспоминания одновременно о театре, концерте и Кремле?

24. Каждый студент группы программистов занимается в свободное время либо в НСО, либо спортом. Сколько студентов в группе, если 23 увлекаются спортом, 12 занимаются в НСО, а 7 совмещают занятия в НСО и увлечение спортом?

25. Даны множества $A = \{3, 5, 0, 11, 12, 19\}$, $B = \{2, 4, 8, 12, 18, 0\}$. Найдите множества $A \cup B$,
26. Составьте не менее семи слов, буквы которых образуют подмножества множества $A = \{к, а, р, у, с, е, л, ь\}$.
27. Пусть A - это множество натуральных чисел, делящихся на 2, а B - множество натуральных чисел, делящихся на 4. Какой вывод можно сделать относительно данных множеств?
28. На фирме работают 67 человек. Из них 47 знают английский язык, 35 - немецкий язык, а 23 - оба языка. Сколько человек фирмы не знают ни английского, ни немецкого языков?
29. Из 40 учащихся нашего класса 32 любят молоко, 21 - лимонад, а 15 - и молоко, и лимонад. Сколько ребят в нашем классе не любят ни молоко, ни лимонад?
30. Из 29 мальчишек нашего двора только двое не занимаются спортом, а остальные посещают футбольную или теннисную секции, а то и обе. Футболом занимается 17 мальчишек, а теннисом - 19. Сколько футболистов играет в теннис? Сколько теннисистов играет в футбол?
31. 65 % бабушкиных кроликов любят морковь, 10 % любят и морковь, и капусту. Сколько процентов кроликов не прочь полакомиться капустой?
32. В конкурсе красоты участвовали 22 девушки. Из них 10 было красивых, 12 - умных и 9 - добрых. Только 2 девушки были и красивыми, и умными; 6 девушек были умными и одновременно добрыми. Определите, сколько было красивых и в то же время добрых девушек, если я скажу вам, что среди участниц не оказалось ни одной умной, доброй и вместе с тем красивой девушки?
33. Из 100 человек 85 знают английский язык, 80 - испанский, 75 - немецкий. Все владеют, по крайней мере, одним иностранным языком. Среди них нет таких, которые знают два иностранных языка, но есть владеющие тремя языками. Сколько человек из этих 100 знают три языка?
34. Из сотрудников фирмы 16 побывали во Франции, 10 - в Италии, 6 - в Англии; в Англии и Италии - 5; в Англии и Франции - 6; во всех трех странах - 5 сотрудников. Сколько человек посетили и Италию, и Францию, если всего в фирме работают 19 человек, и каждый из них побывал хотя бы в одной из названных стран?

Вычислить пределы числовых последовательностей.

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 1})$. 2. $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n(n-2)} - \sqrt{n^2 - 3})$. 3. $\lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt[3]{n^3 - 5})n\sqrt{n}$.
4. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{(n^2 + 1)(n^2 - 4)} - \sqrt{n^4 - 9})$. 5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^5 - 8} - n\sqrt{n(n^2 + 5)}}{\sqrt{n}}$. 6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 - 6n + 7}{3n^2 + 20n - 1} \right)^{-n+1}$.

1. Найти область определения функции

$$y = \lg\left(\frac{2x}{x+1} - 1\right); \quad y = \frac{\operatorname{tg} x}{\sin x - \cos x}; \quad y = \frac{x-1}{x^2 + 2x - 3}; \quad y = \sin 3x + \operatorname{tg} 2x.$$

2. Найти область изменения функции

$$y = x^2 - 4x + 7; \quad y = \sin x + \cos x.$$

3. Найти множество значений функции $y = 3 + \sin x \cos x$.

4. Построить график функции

$$g(x) = 2x^3 - 3x^2 + x + 5.$$

Блок 11. Пределы. Функция и непрерывность функции действительной переменной

1. Доказать:

1. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x + 3} = -7$. 2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x - 1} = 6$. 3. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 5x - 2}{x + 2} = -7$.

2. Вычислить пределы функций.

1. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}$. 2. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x + x^2}$. 3. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 + 3x + 2)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$. 4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x^2 - x - 1)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$.

3. Вычислить пределы функций.

$$1. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}. 2. \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{1-x}-3}{2+\sqrt[3]{x}}. 3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt[3]{x^2}-1}. 4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13}-2\sqrt{x+1}}{x^2-9}.$$

4. Вычислить пределы тригонометрических функций.

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\sin x)}{\sin 4(x-\pi)}. 2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 10(x+\pi)}{e^{x^2}-1}. 3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2-5x}{\sin 3x}. 4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 2x}{\cos 7x-\cos 3x}.$$

5. Вычислить пределы функций.

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{\ln x}. 2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{\ln x}. 3. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1+\cos 3x}{\sin^2 7x}. 4. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1-\sin 2x}{(\pi-4x)^2}. 5. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1+\cos \pi x}{\operatorname{tg}^2 \pi x}.$$

6. Вычислить пределы функций.

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3x-1}{x+1} \right)^{1/(\sqrt[3]{x}-1)}. 2. \lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{\sin x}{\sin a} \right)^{1/(x-a)}. 3. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x-1}{x} \right)^{1/(\sqrt[3]{x}-1)}. 4. \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{\cos x}{\cos 2} \right)^{1/(x-2)}.$$

7. Доказать, что функция $f(x)$ непрерывна в точке x_0

$$1. f(x) = 5x^2 - 1, x_0 = 6. 2. f(x) = 4x^2 - 2, x_0 = 5. 3. f(x) = 3x^2 - 3, x_0 = 4.$$

Блок 12. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.

1. Найти производную.

$$1. y = \frac{(2x^2-1)\sqrt{1+x^2}}{3x^3}. 2. y = \frac{x^4-8x^2}{2(x^2-4)}. 3. y = \frac{2x^2-x-1}{3\sqrt{2+4x}}.$$

2. Найти стационарные точки функции с помощью производной первого порядка.

$$y = \frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{8x^3}.$$

1. Найдите значение функции

$$y = 2x^2 - \sqrt{x} \text{ в точке минимума.}$$

$$3. \text{ Найдите количество точек экстремума функции } y = \frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{8x^3}.$$

$$4. \text{ Найдите точку минимума функции } y = (x-1)^2 \sqrt{x}.$$

$$5. \text{ Найдите количество точек экстремумов функции } y = \frac{7x^3 - 3x^2 + 9}{5x^3}.$$

6. Найдите точку максимума функции

$$y = (x-1)^4 \sqrt{x}.$$

$$7. \text{ Найдите количество точек экстремума функции } y = 0,6x^5 - 1,5x^4 + x^3 + 4$$

$$8. \text{ Найдите длину промежутка убывания функции } y = 3x^5 - 5x^3 + 1$$

$$9. \text{ Найдите количество точек экстремумов функции } y = 3x^5 - 15x^2$$

10. Найдите значение функции

$$y = 2x^2 - \sqrt{x} \text{ в точке минимума}$$

$$11. \text{ Найдите количество точек экстремума функции } y = \frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{8x^3}.$$

12. Найдите точку минимума функции

$$y = (x - 1)^2 \sqrt{x}.$$

13. Найти количество точек экстремумов функции $y = \frac{7x^3 - 3x^2 + 9}{5x^3}.$

14. Найдите точку максимума функции $y = (x - 1)^4 \sqrt{x}$

3. Найти дифференциал $dy.$

1. $y = x \arcsin(1/x) + \ln|x + \sqrt{x^2 - 1}|, \quad x > 0.$

2. $y = \operatorname{tg}\left(2 \arccos \sqrt{1 - 2x^2}\right), \quad x > 0.$

Исследование функций одной переменной

1. Найти асимптоты функций.

1. $y = \frac{17 - x^2}{4x - 5}.$ 2. $y = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{4x^2 - 3}}.$ 3. $y = \frac{x^3 - 4x}{3x^2 - 4}.$ 4. $y = \frac{4x^2 + 9}{4x + 8}.$

2. Провести полное исследование функций и построить их график.

1. $y = \frac{x^3 + 4}{x^2}.$ 2. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}.$ 3. $y = \frac{2}{x^2 + 2x}.$ 4. $y = \frac{4x^2}{3 + x^2}.$

Блок 13. Неопределённый и определённый интеграл.

1. Найти неопределённые интегралы

1. $\int (4 - 3x)e^{-3x} dx.$ 2. $\int \operatorname{arctg} \sqrt{4x - 1} dx.$ 3. $\int (3x + 4)e^{3x} dx.$ 4. $\int (4x - 2) \cos 2x dx.$

2. Вычислить определённые интегралы.

1. $\int_{-2}^0 (x^2 + 5x + 6) \cos 2x dx.$ 2. $\int_{-2}^0 (x^2 - 4) \cos 3x dx.$ 3. $\int_{-1}^0 (x^2 + 4x + 3) \cos x dx.$

Блок 14. Дифференцирование функций нескольких переменных

1. Найти производные по x и y функции $z = \varphi(x; y)$, неявно заданной в окрестности точки $(2; -1; 2)$
 $x^2 y + y^4 z^2 + x z^3 = 16.$

уравнением

$$f(x; y) = \sin(x^2 y^3 z^4).$$

2. Найти дифференциал функции

$$f(x; y) = 3x^2 y + x^3 y^2.$$

3. Найти дифференциал функции

$$f(x; y) = \frac{x^2 + 3y^2}{xy}$$

4. Найти частные производные функции

по переменным x и y .

$$f(x; y) = \ln(x^2 + y^2 - 4).$$

5. Найти область определения функции двух переменных

6. Найти приближенное представление неявно заданной функции уравнением $x^2 - 3xy + y^2 = 1$ в окрестности точки $(3, 1)$ до второго порядка включительно.

Экстремумы функций нескольких переменных

1. Найти экстремумы функций:

1) $z = x^3 + y^3 - 3xy;$ 2) $z = (x - y)^2 + (y - 1)^3.$

2. Дана функция $z = f(x, y)$. Проверить, удовлетворяет ли она данному уравнению.

$$1. z = e^{\frac{x}{y}}; \quad \frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 \frac{\partial z}{\partial x} \right) - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

$$2. z = e^{xy}; \quad x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

$$3. z = e^{-\cos(ax+y)}; \quad a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$$

3. Найти наименьшее и наибольшее значения функции в замкнутой области.

$$1. z = x^2 + y^2 - xy + x + y; \quad D: x = 0; y = 0; x + y = -3$$

$$2. z = 2x + y - xy; \quad D: 0 \leq x \leq 4; 0 \leq y \leq 4$$

4. Исследовать функцию на экстремум.

$$1. z = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2$$

$$2. z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y$$

5. Даны: функция $z = z(x, y)$, точка A и вектор \vec{a} . Найти: 1) $\overline{\text{grad}z}$ в точке A ;

2) производную в точке A по направлению вектора \vec{a} .

$$1. z = \ln(5x + 3y); \quad A(2; 2); \quad \vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$$

$$2. z = \text{arctg} \frac{y^2}{x}; \quad A(2; 1); \quad \vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$$

19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущий контроль успеваемости проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущий контроль успеваемости проводится в формах: *индивидуальных заданий, контрольных работ*. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практическое задание, позволяющее оценить степень сформированности умений и навыков.

При оценивании используются количественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.