

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
естественнонаучных и
общеобразовательных дисциплин



С.Е. Зюзин
20.05.2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.О.04.02 Линейная алгебра

1. Код и наименование направления подготовки:

38.03.01 Экономика

2. Профиль подготовки:

Экономика предприятий и организаций

3. Квалификация выпускника: бакалавр

4. Форма обучения: очная, очно-заочная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: естественнонаучных и
общеобразовательных дисциплин

6. Составители программы: О.С. Воищева, к.э.н., доцент кафедры информационных
технологий и математических методов в экономике (ВГУ), Л.В. Лободина, к.пед.н., доцент
кафедры ЕНиОД (БФ ВГУ)

7. Рекомендована: Научно-методическим советом Филиала от 19.05.2025, протокол № 8

8. Учебный год: 2025-2026 **Семестр:** 1

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целью учебной дисциплины «Линейная алгебра» является формирование у обучающихся устойчивых знаний, умений и навыков по применению математических моделей и методов линейной алгебры к решению теоретических и практических задач, исследованию прикладных вопросов экономики; развитие логического мышления и математической культуры; формирование необходимого уровня алгебраической подготовки для понимания других математических и прикладных дисциплин.

Задачи учебной дисциплины:

- изучение основных понятий и методов линейной алгебры;
- формирование навыков и умений решать типовые задачи и работать со специальной литературой;
- овладение обучающимися теоретическими и методическими основами моделирования с использованием моделей и методов линейной алгебры;
- ознакомление с вычислительными алгоритмами решения задач линейной алгебры;
- применение методов линейной алгебры для решения конкретных экономических задач;
- приобретение обучающимися практических навыков при решении задач моделирования;
- формирование представления об исследовании экономических систем методами математического моделирования.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Линейная алгебра» относится к обязательной части блока Б1 Дисциплины (модули). Для освоения дисциплины «Линейная алгебра» необходимы знания, умения, навыки, сформированные в ходе школьного курса математики. Изучение данной дисциплины является необходимой основой для последующего освоения дисциплин «Теория вероятностей и математическая статистика», «Математические методы оптимизации экономических решений», «Эконометрика» и др.

Условия реализации дисциплины для лиц с ОВЗ определяются особенностями восприятия учебной информации и с учетом индивидуальных психофизических особенностей.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

| Код | Название компетенции | Код(ы) | Индикатор(ы) | Планируемые результаты обучения |
|-------|---|---------|--|--|
| ОПК-1 | Способен применять знания (на промежуточном уровне) экономической теории при решении прикладных задач | ОПК-1.2 | Применяет аппарат фундаментальной математики при решении теоретических и практических задач экономической теории | Знать: понятийным аппаратом линейной алгебры, необходимым для изучения последующих дисциплин математического цикла и для решения экономических задач Уметь: осуществлять поиск, сбор и анализ информации, необходимый для решения поставленной задачи; формулировать и доказывать основные теоремы линейной алгебры; решать типовые задачи линейной алгебры Владеть: навыками обработки данных, необходимых для решения экономических задач. |
| | | ОПК-1.4 | Использует математические методы и модели оптимизации при решении прикладных задач экономической теории | Знать: основы линейной алгебры, необходимые для решения финансовых и экономических задач; инструментальные средства линейной алгебры для обработки экономических данных Уметь: применять методы линейной алгебры к решению различных экономических задач |

| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| | | | | Владеть: навыками применения математического инструментария для решения экономических задач. |
|--|--|--|--|--|

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 4/144.

Форма промежуточной аттестации экзамен.

13. Трудоемкость по видам учебной работы

ОФО

| Вид учебной работы | | Трудоемкость | |
|------------------------------------|--------------|--------------|--------------|
| | | Всего | По семестрам |
| | | | семестр №1 |
| Контактная работа | | 68 | 68 |
| в том числе: | лекции | 34 | 34 |
| | практические | 34 | 34 |
| Самостоятельная работа | | 40 | 40 |
| Промежуточная аттестация – экзамен | | 36 | 36 |
| Итого: | | 144 | 144 |

ОЗФО

| Вид учебной работы | | Трудоемкость | |
|------------------------------------|--------------|--------------|--------------|
| | | Всего | По семестрам |
| | | | семестр №1 |
| Контактная работа | | 32 | 32 |
| в том числе: | лекции | 16 | 16 |
| | практические | 16 | 16 |
| Самостоятельная работа | | 76 | 76 |
| Промежуточная аттестация – экзамен | | 36 | 36 |
| Итого: | | 144 | 144 |

13.1. Содержание дисциплины

| № п/п | Наименование раздела дисциплины | Содержание раздела дисциплины | Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК * |
|------------------|---|---|--|
| 1. Лекции | | | |
| 1.1 | Введение. Основные понятия линейной алгебры | Краткие исторические сведения о создании и развитии линейной алгебры, понятие математической модели, понятие экономико-математической модели. | – |
| 1.2 | Векторы и матрицы | Понятие матрицы, понятие вектора-столбца и вектора-строки. Экономические примеры векторов и матриц. Основные виды матриц, симметрические и ортогональные матрицы. Операции над матрицами и их свойства. Определитель квадратной матрицы и его свойства. Понятие минора, алгебраического дополнения. Теорема Лапласа. Основные методы вычисления | – |

| | | | |
|-----|--|--|---|
| | | <p>определителей n-го порядка. Обратная матрица. Нахождение обратной матрицы методом Гаусса. Нахождение обратной матрицы методом присоединенной матрицы. Ранг матрицы. Собственные значения и собственные векторы матриц. Примеры решения экономических задач с использованием матриц.</p> | |
| 1.3 | Системы линейных уравнений | <p>Основные понятия и определения. Система n линейных уравнений с n переменными. Решение систем в матричной форме. Правило Крамера. Система m уравнений с n переменными. Теорема Кронекера – Капелли. Метод Жордана – Гаусса решения систем m уравнений с n переменными. Система линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений. Связь между решениями неоднородной системы и соответствующей ей однородной системы. Общее, частное и базисное решение систем линейных уравнений. Применение систем линейных уравнений в экономике.</p> | – |
| 1.4 | Линейные и евклидовы пространства | <p>Определение линейного пространства R^n, примеры. Понятие линейной зависимости элементов линейного пространства. Линейно независимые системы векторов. Базис и координаты. Преобразование координат векторов при замене базиса. Размерность линейного пространства. Определение евклидова пространства. Скалярное произведение и его аксиомы. Примеры евклидовых пространств. Длины векторов и угол между векторами в R^n. Нормированные пространства. Понятие ортонормированного базиса евклидова пространства. Разложение вектора по произвольному ортонормированному базису евклидова пространства.</p> | – |
| 1.5 | Элементы аналитической геометрии и элементы выпуклого анализа | <p>Прямые линии на плоскости и в пространстве. Уравнение прямой в R^2, R^3, R^n. Уравнение плоскости в R^3 и гиперплоскости в R^n. Взаимное расположение прямых и плоскостей. Линии и поверхности второго порядка. Уравнение эллипса, гиперболы и параболы. Понятие отрезка. Выпуклые множества в пространстве R^n. Полупространства, выпуклые многогранные области. Системы линейных неравенств и их геометрический смысл. Угловые точки выпуклых многогранных областей. Геометрические примеры крайних (угловых) точек.</p> | – |
| 1.6 | Линейные преобразования и квадратичные формы | <p>Линейные преобразования пространства R^n. Линейные операторы. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов. Квадратичные формы, их матрицы в данном базисе. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы.</p> | – |
| 1.7 | Классификация задач и моделей математического программирования. Начальные сведения о методах оптимизации | <p>Линейное, нелинейное, выпуклое, невыпуклое, целочисленное, частично-целочисленное, стохастическое и динамическое программирование. Модель транспортной задачи. Модель планирования производства на предприятии. Модель задачи о диете. Модель задачи о назначении. Линейная модель обмена. Классификация методов оптимизации. Общая схема численных методов оптимизации.</p> | |
| 1.8 | Методы линейного программирования | <p>Примеры экономико-математических моделей, приводящих к задачам линейного</p> | – |

| | | | |
|--------------------------------|---|--|---|
| | | <p>программирования. Математическая постановка задачи линейного программирования. Общая, стандартная и каноническая задача линейного программирования. Запись задачи линейного программирования в матричном виде.</p> <p>Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования в случае двух переменных.</p> <p>Понятие о взаимно-двойственных задачах линейного программирования. Основные теоремы двойственности.</p> | |
| 2. Практические занятия | | | |
| 2.1 | Введение. Основные понятия линейной алгебры | Понятие математической модели, понятие экономико-математической модели и их примеры. | – |
| 2.2 | Векторы и матрицы | <p>Понятие матрицы, основные виды матриц. Операции над матрицами (сложение матриц, умножение матрицы на число, умножение матрицы на матрицу, возведение в степень и транспонирование матриц). Определитель квадратной матрицы и его свойства. Понятие минора, алгебраического дополнения. Теорема Лапласа. Вычисление определителей методом разложения и методом приведения к треугольному виду. Обратная матрица. Нахождение обратной матрицы методом Гаусса. Нахождение обратной матрицы методом присоединенной матрицы. Примеры решения экономических задач с использованием алгебры матриц. Ранг матрицы. Собственные значения и собственные векторы матриц.</p> | – |
| 2.3 | Системы линейных уравнений | <p>Основные понятия и определения. Система n линейных уравнений с n переменными. Решение систем в матричной форме. Правило Крамера. Система m уравнений с n переменными. Теорема Кронекера – Капелли. Метод Жордана – Гаусса решения систем m уравнений с n переменными. Система линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений. Связь между решениями неоднородной системы и соответствующей ей однородной системы. Общее, частное и базисное решение систем линейных уравнений.</p> <p>Применение систем линейных уравнений в экономике.</p> | – |
| 2.4 | Линейные и евклидовы пространства | <p>Определение линейного пространства R^n, примеры. Линейно зависимые и независимые системы векторов. Базис и координаты. Преобразование координат векторов при замене базиса. Размерность линейного пространства. Определение евклидова пространства. Скалярное произведение и его аксиомы. Примеры евклидовых пространств. Длины векторов и угол между векторами в R^n. Нормированные пространства. Понятие ортонормированного базиса евклидова пространства. Разложение вектора по произвольному ортонормированному базису евклидова пространства.</p> | – |
| 2.5 | Элементы аналитической геометрии и элементы выпуклого анализа | <p>Прямые линии на плоскости и в пространстве. Уравнение прямой в R^2, R^3, R^n. Уравнение плоскости в R^3 и гиперплоскости в R^n. Взаимное расположение прямых и плоскостей. Линии и поверхности второго порядка. Уравнение эллипса, гиперболы и параболы. Понятие отрезка. Выпуклые</p> | – |

| | | | |
|-----|--|---|---|
| | | множества в пространстве R^n . Полупространства, выпуклые многогранные области. Системы линейных неравенств и их геометрический смысл. Угловые точки выпуклых многогранных областей. Геометрические примеры крайних (угловых) точек. | |
| 2.6 | Линейные преобразования и квадратичные формы | Линейные преобразования пространств R^n . Линейные операторы. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов. Квадратичные формы, их матрицы в данном базисе. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы. | – |
| 2.7 | Классификация задач и моделей математического программирования. Начальные сведения о методах оптимизации | Модель транспортной задачи. Модель планирования производства на предприятии. Модель задачи о диете. Модель задачи о назначении. Линейная модель обмена. Классификация методов оптимизации. | – |
| 2.8 | Методы линейного программирования | Примеры экономико-математических моделей, приводящих к задачам линейного программирования. Математическая постановка задачи линейного программирования. Общая, стандартная и каноническая задача линейного программирования. Запись задачи линейного программирования в матричном виде. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования в случае двух переменных. Понятие о взаимно-двойственных задачах линейного программирования. | – |

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

ОФО

| № п/п | Наименование темы (раздела) дисциплины | Виды занятий (часов) | | | | |
|-------|--|----------------------|--------------|--------------|------------------------|-------|
| | | Лекции | Практические | Лабораторные | Самостоятельная работа | Всего |
| 1. | Введение. Основные понятия линейной алгебры | 2 | 2 | 0 | 5 | 9 |
| 2. | Векторы и матрицы | 4 | 4 | 0 | 5 | 13 |
| 3. | Системы линейных уравнений | 6 | 6 | 0 | 5 | 17 |
| 4. | Линейные и евклидовы пространства | 6 | 4 | 0 | 5 | 15 |
| 5. | Элементы аналитической геометрии и элементы выпуклого анализа | 4 | 6 | 0 | 5 | 15 |
| 6. | Линейные преобразования и квадратичные формы | 4 | 4 | 0 | 5 | 13 |
| 7. | Классификация задач и моделей математического программирования. Начальные сведения о методах оптимизации | 4 | 4 | 0 | 5 | 13 |
| 8. | Методы линейного программирования | 4 | 4 | 0 | 5 | 13 |
| | Экзамен | | | | | 36 |
| | Итого: | 34 | 34 | 0 | 40 | 144 |

ОЗФО

| № п/п | Наименование темы (раздела) дисциплины | Виды занятий (часов) | | | | |
|-------|---|----------------------|--------------|--------------|------------------------|-------|
| | | Лекции | Практические | Лабораторные | Самостоятельная работа | Всего |
| 1. | Введение. Основные понятия линейной алгебры | 2 | 2 | 0 | 6 | 10 |

| | | | | | | |
|----|--|----|----|---|----|-----|
| 2. | Векторы и матрицы | 2 | 2 | 0 | 10 | 14 |
| 3. | Системы линейных уравнений | 2 | 2 | 0 | 10 | 14 |
| 4. | Линейные и евклидовы пространства | 2 | 2 | 0 | 10 | 14 |
| 5. | Элементы аналитической геометрии и элементы выпуклого анализа | 2 | 2 | 0 | 10 | 14 |
| 6. | Линейные преобразования и квадратичные формы | 2 | 2 | 0 | 10 | 14 |
| 7. | Классификация задач и моделей математического программирования. Начальные сведения о методах оптимизации | 2 | 2 | 0 | 10 | 14 |
| 8. | Методы линейного программирования | 2 | 2 | 0 | 10 | 14 |
| | Экзамен | | | | | 36 |
| | Итого: | 16 | 16 | 0 | 76 | 144 |

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Приступая к изучению учебной дисциплины, целесообразно ознакомиться с учебной программой дисциплины, электронный вариант которой размещён на сайте БФ ВГУ.

Знание основных положений, отраженных в рабочей программе дисциплины, поможет обучающимся ориентироваться в изучаемом курсе, осознавать место и роль изучаемой дисциплины в подготовке будущего выпускника, строить свою работу в соответствии с требованиями, заложенными в программе.

Основными формами контактной работы по дисциплине являются лекции и практические занятия, посещение которых обязательно для всех студентов (кроме студентов, обучающихся по индивидуальному плану).

Подготовка к практическим занятиям ведется на основе планов практических занятий. В ходе подготовки к практическим занятиям необходимо изучить в соответствии с вопросами для повторения конспекты лекций, основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой. Кроме того, следует повторить материал лекций, ответить на контрольные вопросы, изучить образцы решения задач, выполнить упражнения (если такие предусмотрены).

При подготовке к промежуточной аттестации необходимо повторить пройденный материал в соответствии с учебной программой, примерным перечнем вопросов, выносящихся на аттестацию. Рекомендуется использовать конспекты лекций и источники, перечисленные в списке литературы в рабочей программе дисциплины, а также ресурсы электронно-библиотечных систем.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

| № п/п | Источник |
|-------|---|
| 1 | Литаврин, А. В. Линейная алгебра : учебное пособие : [16+] / А. В. Литаврин, Т. В. Моисеенкова ; Сибирский федеральный университет. – Красноярск : Сибирский федеральный университет (СФУ), 2022. – 244 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=705607 (дата обращения: 23.02.2024). – Библиогр.: с. 238. – ISBN 978-5-7638-4604-1. – Текст : электронный. |
| 2 | |

б) дополнительная литература:

| № п/п | Источник |
|-------|---|
| 3 | Абрамовский, В. А. Аналитическая геометрия и линейная алгебра : ряды и интегралы, зависящие от параметра. Ряды и интегралы Фурье : учебник : [16+] / В. А. Абрамовский, В. Н. Белов, О. Н. Найда. – Москва : Физматлит, 2022. – 672 с. : ил., табл. – |

| | |
|---|--|
| | (Математические основы физики ; том 2). – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=703703 (дата обращения: 23.02.2024). – Библиогр.: с. 657-658. – ISBN 978-5-9221-1941-2. – Текст : электронный. |
| 4 | Неганова, Л. М. Высшая математика (для экономистов) : шпаргалка : учебное пособие : [16+] / Л. М. Неганова, А. В. Яковлева ; Научная книга. – 2-е изд. – Саратов : Научная книга, 2020. – 48 с. : табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=578517 (дата обращения: 23.02.2024). – ISBN 978-5-9758-1970-3. – Текст : электронный. Текст : электронный. |

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

| № п/п | Источник |
|-------|---|
| 5 | Краудсорсинговый проект Executive.ru (Клуб менеджеров): https://www.e-xecutive.ru/pages/ |
| 7 | Справочная правовая система «Консультант плюс»: http://www.consultant.ru/ ; |
| 8 | Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» – http://biblioclub.ru/ |

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

| № п/п | Источник |
|-------|--|
| 1 | Манилов, А. Н. Линейная алгебра : методические указания для самостоятельной работы обучающихся по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика» (квалификация (степень) «бакалавр») : методическое пособие : [16+] / А. Н. Манилов ; Санкт-Петербургский государственный аграрный университет (СПбГАУ). – Санкт-Петербург : Санкт-Петербургский государственный аграрный университет (СПбГАУ), 2015. – 54 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=445946 (дата обращения: 23.02.2024). – Библиогр.: с. 51. – Текст : электронный. |
| 2 | Хуснутдинов, Р. Ш. Математика для экономистов в примерах и задачах : учебное пособие / Р. Ш. Хуснутдинов, В. А. Жихарев ; Федеральное агентство по образованию, Казанский государственный технологический университет. – Казань : Казанский национальный исследовательский технологический университет (КНИТУ), 2010. – Часть 1. – 262 с. : табл., схем. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=258924 (дата обращения: 23.02.2024). – ISBN 978-5-7885-0953-1. – Текст : электронный. |
| 3 | Хуснутдинов, Р. Ш. Математика для экономистов в примерах и задачах : учебное пособие / Р. Ш. Хуснутдинов, В. А. Жихарев ; Федеральное агентство по образованию, Казанский государственный технологический университет. – Казань : Казанский национальный исследовательский технологический университет (КНИТУ), 2010. – Часть 2. – 361 с. : ил., табл., схем. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=258925 (дата обращения: 23.02.2024). – ISBN 978-5-7885-0954-8. – Текст : электронный. |

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

При реализации дисциплины может использоваться смешанное обучение

При реализации дисциплины используются **информационно-справочные системы и профессиональные базы данных:**

– Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU – <http://elibrary.ru/>

– Информационная система «[Единое окно доступа к образовательным ресурсам](http://window.edu.ru/)» <http://window.edu.ru/>

– [Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов](http://fcior.edu.ru) – <http://fcior.edu.ru>

– Электронная библиотека экономической и деловой литературы – <http://www.aup.ru/library/>

– Федеральный образовательный портал Экономика. Социология Менеджмент – <http://ecsocman.hse.ru/db/sectx/124.html>

– Официальный интернет-портал правовой информации – <http://pravo.gov.ru/>

– Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» – <http://biblioclub.ru/>

–ООО Политехресурс ЭБС «Электронная библиотека технического вуза»
(ЭБС «Консультант студента») – <https://www.studentlibrary.ru/>

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Программное обеспечение:

- Win10 (или Win7), OfficeProPlus 2010
- браузеры: Yandex, Google, Opera, Mozilla Firefox, Explorer
- STDU Viewer version 1.6.2.0
- 7-Zip
- GIMP GNU Image Manipulation Program
- Paint.NET
- Tux Paint

Мультимедийное оборудование (проектор, ноутбук или стационарный компьютер, экран).

19. Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

| № п/п | Наименование раздела дисциплины (модуля) | Компетенция(и) | Индикатор (ы) достижения компетенции | Оценочные средства |
|--|--|----------------|--------------------------------------|---|
| 1. | Введение. Основные понятия линейной алгебры | ОПК-1 | ОПК-1.2 | Тестовые задания для самопроверки |
| 2. | Векторы и матрицы | | ОПК-1.2 | Практические задания Контрольная работа №1 |
| 3. | Системы линейных уравнений | | ОПК-1.2 | Практические задания Контрольная работа №2 |
| 4. | Линейные и евклидовы пространства | | ОПК-1.2 | Тестовые задания |
| 5 | Элементы аналитической геометрии и элементы выпуклого анализа | | ОПК-1.2 | Практические задания |
| 6 | Линейные преобразования и квадратичные формы | | ОПК-1.2 | Тестовые задания для самопроверки |
| 7 | Классификация задач и моделей математического программирования. Начальные сведения о методах оптимизации | | ОПК-1.2 ОПК-1.4 | Тестовые задания |
| 8 | Методы линейного программирования | | ОПК-1.2 ОПК-1.4 | Тестовые задания Практические задания |
| Промежуточная аттестация форма контроля – экзамен | | | | Фонды оценочных средств (вопросы к экзамену, тестовые задания различного типа) |

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: контрольные работы и практические задания, тестовые задания

20.1.1 Практические задания (примерные варианты)

Задание 1. Вычислить произведения матриц:

$$A * B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}; \quad C * D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ -5 & -3 & -4 & 4 \\ 5 & 1 & 4 & -3 \\ -16 & -11 & -15 & 14 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 & -2 & 3 & 4 \\ 11 & 0 & 3 & 4 \\ 5 & 4 & 3 & 0 \\ 22 & 2 & 9 & 8 \end{pmatrix}.$$

Задание 2. Привести матрицы к ступенчатому виду:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & -1 \\ 2 & 1 & 11 & 2 \\ 11 & 4 & 56 & 5 \\ 2 & -1 & 5 & -6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 & 4 & 5 & 2 \\ 7 & 5 & 9 & 8 & 9 & 3 \\ 5 & 3 & 7 & 9 & 4 & 3 \\ 6 & 5 & 7 & 5 & -5 & -3 \end{pmatrix}.$$

Задание 3. Найти $A \cdot B - B \cdot A$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задание 4. Вычислить выражение: $X = (A \cdot B)^T + (C \cdot D)^T$ для матриц

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad D = (2 \quad -1 \quad 3).$$

Задание 5. Вычислить выражение: $X = (A \cdot B \cdot C + 2D)^T$ для матриц

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad C = (2 \quad 5 \quad 1), \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & -5 \\ 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задание 6. Вычислить определители третьего порядка по правилу треугольника и, используя определение определителя:

$$a) \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix}; \quad б) \begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{vmatrix}; \quad в) \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}; \quad г) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & -5 \\ 5 & 1 & 3 \end{vmatrix}.$$

Задание 7. Вычислить определители любым способом:

$$a) \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & 0 \\ 4 & 1 & 2 & -1 \\ -3 & 0 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \end{vmatrix}; \quad б) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & -1 \\ 4 & 0 & 0 & 5 \end{vmatrix}; \quad в) \begin{vmatrix} -2 & 7 & 0 & 2 \\ 0 & -2 & 7 & 0 \\ 7 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 7 & -2 \end{vmatrix}; \quad г) \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & -1 & 1 \\ 10 & 0 & 17 & -12 \end{vmatrix}.$$

Задание 8. Дана матрица A. Докажите, что она имеет обратную, и найдите ее с помощью алгебраических дополнений:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & -8 & 4 \\ 3 & 1 & -2 \\ 6 & -5 & 1 \end{pmatrix}$$

Задание 9. Вычислить ранг матрицы методом окаймляющих миноров:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 0 \\ 2 & 4 & 11 & 1 \\ 3 & 6 & 12 & 3 \end{pmatrix}$$

Задание 10. Для следующих матриц найти обратные:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & -5 \\ 4 & -6 & 2 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix}; \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & -4 & 7 \\ -3 & 2 & -5 \end{pmatrix}.$$

Задание 11. Решить систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 3. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = -11, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 11, \\ 4x_1 - 3x_2 - 3x_3 = 24. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 5x_4 = -12, \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 - 4x_4 = -13, \\ x_1 - 3x_2 - 6x_3 + x_4 = 1. \end{cases}$$

Задание 12. Решить систему уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 1, \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 = -1, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 0, \\ 12x_1 + 4x_2 + 7x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases} \quad \begin{cases} 3x_1 + 3x_2 - 6x_3 - 2x_4 = -1, \\ 6x_1 + x_2 - 2x_4 = -2, \\ 6x_1 - 7x_2 + 21x_3 + 4x_4 = 3, \\ 9x_1 + 4x_2 + 2x_4 = 3, \\ 12x_1 - 6x_2 + 21x_3 + 2x_4 = 1. \end{cases} \quad \begin{cases} 6x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5, \\ 3x_1 + 2x_2 + 6x_3 + x_4 = 1, \\ x_2 + 6x_3 + 2x_4 + x_5 = -1, \\ 3x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 1, \\ 3x_1 + x_2 + x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$$

Задание 13. Найти фундаментальную систему решений и записать структуру общего решения

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 + 8x_2 + 24x_3 - 19x_4 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 5x_5 = 0, \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0, \\ x_1 - 3x_2 - 5x_3 - 7x_5 = 0, \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 0, \\ 3x_1 + 6x_2 + 5x_3 - 4x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 - 3x_2 - 5x_3 - 7x_5 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 3x_5 = 0; \end{cases}$$

Задание 14. В двумерном векторном пространстве с базисом (e_1, e_2) отображение φ переводит любой вектор с координатами $(x; y)$ в вектор с координатами $(3x - 2y; 2x + y)$. Установить, являются ли это отображение линейным оператором. Если да, то найти матрицу линейного оператора в стандартном базисе.

Задание 2. Найти матрицу линейного оператора, переводящего векторы b_1, b_2, b_3 соответственно

в векторы a_1, a_2, a_3 , относительно стандартного базиса e_1, e_2, \hat{a}_3 :

$$a_1 = (1; 2; 1), a_2 = (2; 3; 3), a_3 = (3; 7; 1), b_1 = (3; 1; 4), b_2 = (5; 2; 1), b_3 = (1; 1; -6).$$

Задание 15. Выяснить, будет ли линейным оператором отображение φ пространства R^3 в себя, если для любого вектора $x = (x_1, x_2, x_3) \in R^3$ выполняется: $\varphi(x) = (x_2 + 2x_3, 2x_1 + x_3, x_1 + 2x_2)$. Если да, то найти матрицу линейного оператора в стандартном базисе.

Задание 2. Линейное отображение φ пространства V^2 в базисе $a_1 = (2; 1), a_2 = (1; 1)$ имеет матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}. \text{ Найти матрицу того же отображения в базисе } b_1 = (5; 2), b_2 = (1; 0).$$

Задание 16. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей:

$$\begin{pmatrix} -1 & -5 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \\ 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

Задание 17. Построить математическую модель задач линейного программирования.

1). В 1996 г. ОАО «Прицеп» производит совковые и штыковые лопаты. Для их изготовления требуется листовая металл и древесина.

Для изготовления одной совковой лопаты требуется 0,04 листа металла и 0,004 куб. м древесины, для изготовления одной штыковой лопаты — 0,02 листа металла и 0,004 куб. м древесины. Розничная цена одной совковой лопаты 60 руб., а штыковой — 50 руб.

Изучение рынка сбыта показало, что спрос на штыковые лопаты превышает спрос на совковые не более, чем на 3 тыс. штук в месяц.

Кроме того, спрос на совковые лопаты не превышает 15 тыс. штук в месяц.

Сколько лопат каждого вида должно изготавливать АО «Прицеп» в месяц, если оно располагает 300 листами металла и 60 м³ древесины и хочет получить максимальный доход от реализации своей продукции?

2). АО «Прицеп» выпускает 4,5-тонные прицепы и кормораздатчики «Ванюша» по цене 40,3 и 74,3 тыс. руб. соответственно.

По результатам маркетинговых исследований спрос на изделия первого вида составляет не менее 1 200 ед. в год.

Для производства прицепов используются сталь и чугун, запасы которых на предприятии составляют 25 000 и 4 500 т соответственно.

Для изготовления 1 тыс. прицепов норма расхода стали составляет 1 615 т, а чугуна — 385 т. Для изготовления 1 тыс. кормораздатчиков расходуется: стали — 2 022 т, чугуна — 478 т. Себестоимость прицепов — 34,66, а кормораздатчиков — 63,9 тыс. руб.

Найти оптимальное решение по производству прицепов и кормораздатчиков, чтобы:

- а) количество выпускаемых изделий было максимальным;
- б) выручка от выпускаемых изделий была максимальной;
- в) себестоимость выпускаемых изделий была минимальной.

3). Ремонтный завод «Хоперский» выпускает насосы двух типов: топливные и водяные.

В комплектацию этих изделий входят четыре основных вида деталей: корпус, пластик, манжета, шестерня.

Для изготовления топливного насоса требуется один корпус, четыре пластика, четыре манжеты и одна шестерня, для изготовления водяного насоса — 1, 2, 4 и 3 комплектующих деталей, соответственно.

От реализации одного топливного насоса завод имеет прибыль 50 руб., а от одного водяного — 200 руб. На складе завода имеется следующий запас комплектующих: корпусов — 6 шт; пластиков — 8 шт; манжет — 12 шт; шестерней — 9 шт.

Составить план производства, обеспечивающий заводу наибольший доход.

Задание 18. Найти значения переменных, при которых целевая функция $L(x) = 5x_2$ принимает экстремальные значения, при условии, что:

$$\begin{cases} 7x_1 + 12x_2 \leq 84, \\ 35x_1 - 12x_2 \geq 0, \\ 7x_1 - 6x_2 \leq 42, x_i \geq 0, i = 1, 2. \end{cases}$$

Задание 19. Предприятие выпускает продукцию двух разновидностей. Каждый вид продукции проходит обработку на трёх станках.

При обработке 1 т продукции I вида первый станок используется 0 ч, второй станок — 1 ч, третий станок — 1 ч. При обработке 1 т продукции II вида первый станок используется 1 ч, второй станок — 4 ч, третий станок — 1 ч.

Время работы станков ограничено и не может превышать для первого станка 7 ч, для второго – 29 ч, для третьего 11 ч. При реализации 1 т 27 продукции I вида предприятие получает прибыль 2 руб., а при реализации 1 т продукции II вида – 5 руб.

Найти оптимальный план выпуска продукции каждого вида, дающий максимальную прибыль от реализации всей продукции

20.1.2 Контрольные работы (примерные варианты)

Контрольная работа №1

1. Вычислить $X = (ABC + 2D + 3E)^T$, если:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, C = (8 \quad -3 \quad 1), D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & -5 \\ 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Найти определитель 3-го порядка матрицы:

$$\begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

3. Найти определитель 4-го порядка матрицы:

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & -4 & -2 \\ -3 & -1 & -5 & -1 \\ -3 & -2 & -4 & 1 \\ 1 & -3 & 5 & 7 \end{pmatrix}.$$

4. Найти матрицу, обратную данной:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & -2 & 0 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

5. Найти матрицу X из матричного уравнения:

$$X \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -3 & 0 \\ 3 & -4 & -2 \\ 2 & 4 & 4 \end{pmatrix}.$$

Контрольная работа №2

1. Найти решение системы методом Крамера:

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 4, \\ 3x_1 + 5x_2 - 3x_3 = -1, \\ -2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 1. \end{cases}$$

2. Найти решение системы методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 3x_3 = 2, \\ 5x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1. \end{cases}$$

3. Найти общее решение системы методом Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 3x_4 = -1, \\ 5x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 7x_4 = 5, \\ x_1 - x_3 - 2x_4 = 1, \\ 5x_1 - x_2 + 3x_3 - 5x_4 = 2. \end{cases}$$

4. Найти фундаментальную систему решений однородной системы:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 0, \\ 3x_1 + 6x_2 + 5x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 4x_4 + 5x_5 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$$

Технология выполнения задания:

Контрольная работа выполняется в письменном виде после изучения соответствующего теоретического материала, по вариантам, аудиторно.

20.1 3 Тестовые задания (примерный вариант)

Задания закрытого типа

1. Линейную систему, у которой все свободные члены равны нулю, называют:

1. определенной
2. однородной
3. неопределенной
4. неоднородной

Ответ: 2.

2. Система линейных уравнений, которая имеет решения, называется:

1. совместной
2. несовместной
3. совместимой
4. несовместимой

Ответ: 1.

3. Даны матрицы A размерности 5×3 и B размерности 3×5 . Произведение AB ..

1. существует и имеет размерность 5×3
2. не существует
3. существует и имеет размерность 5×5
4. существует и имеет размерность 3×3

Ответ: 3.

4. Даны матрицы A размерности 5×3 и B размерности 5×5 . Произведение AB ..

1. существует и имеет размерность 5×3
2. не существует
3. существует и имеет размерность 5×5
4. существует и имеет размерность 3×3

Ответ: 2.

5. Определитель порядка n , элементы которого являются числами, есть:

1. число
2. символьное выражение
3. выражение с переменной
4. формула

Ответ: 1.

6. В определитель 4-го порядка входит (со знаком + или -) произведение:

1. $a_{11} \cdot a_{23} \cdot a_{34} \cdot a_{42}$
2. $a_{11} \cdot a_{21} \cdot a_{34} \cdot a_{42}$
3. $a_{11} \cdot a_{23} \cdot a_{32}$
4. $a_{41} \cdot a_{23} \cdot a_{34} \cdot a_{42}$

Ответ: 1.

7. Определитель $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$ равен:

1. 4
2. 0
3. -4
4. 2

Ответ: 2.

8. Определитель $\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$ равен:

1. 4
2. 0
3. -4
4. 8

Ответ: 4.

9. Определитель $\begin{vmatrix} a & b & c \\ 2a & 2b & 2c \\ c & b & a \end{vmatrix}$ равен:

1. зависит от значений a, b, c
2. всегда равен 0
3. сумме $a+b+c$
4. произведению abc

Ответ: 2.

10. Линейное пространство называется евклидовым, если на нем определено:

1. скалярное произведение векторов
2. векторное произведение векторов
3. смешанное произведение векторов
4. умножение вектора на число

Ответ: 1.

11. Угловой коэффициент прямой $2y - 3x + 5 = 0$ равен:

1. -3
2. 3
3. $-\frac{3}{2}$
4. $\frac{3}{2}$

Ответ: 4.

12. Длина вектора $a = (-4; 3)$ равна:

1. 7
2. 5
3. 25
4. $\sqrt{7}$

Ответ: 2.

13. При каком значении k прямые $y = 5x - 2$ и $y = kx + 5$ параллельны:

1. -5
2. 5
3. $-\frac{1}{5}$
4. $\frac{1}{5}$

Ответ: 2.

14. При каком значении k прямые $y = 5x - 2$ и $y = kx + 5$ перпендикулярны:

1. -5

2. 5

3. $-\frac{1}{5}$

4. $\frac{1}{5}$

Ответ: 3.

15. Квадратичная форма имеет канонический вид, если:

1. все коэффициенты $a_{ij} = 0, i \neq j$ и ее матрица является диагональной

2. все коэффициенты $a_{ij} = 0, i \neq j$

3. ее матрица является диагональной

4. все коэффициенты $a_{ij} = 0, i \neq j$ и ее матрица является единичной

Ответ: 1.

Задания открытого типа

1. Если среди элементов x, y, \dots, z есть нулевой, то эти элементы линейно ...:

Ответ: независимые.

2. Если ранг основной системы матрицы совместной системы равен числу неизвестных, то

Ответ: система имеет единственное решение.

3. Дайте формулировку теоремы Кронекера-Капелли:

Ответ: система m линейных уравнений с n неизвестными совместна тогда и только тогда, когда ранг основной матрицы системы равен рангу расширенной матрицы системы.

4. Если ранг основной матрицы совместной системы меньше числа неизвестных, то

Ответ: множество решений системы является бесконечным.

5. При каком значении параметра λ матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -\lambda & 1 \end{pmatrix}$ не имеет обратной матрицы?

Ответ: при $\lambda = -\frac{2}{3}$.

6. Написать уравнение прямой, проходящей через точки $M_1(2;3)$ и $M_2(6;1)$:

Ответ: $\frac{x-2}{4} = \frac{y-3}{-2}$ или $y = -\frac{1}{2}x + 4$.

7. Найти уравнение прямой BC треугольника ABC , если $A(1; 3)$, $B(-5; 4)$ и $C(6; 7)$. В ответ записать сумму коэффициентов перед x и y прямой BC , записав ее в виде $ax + by + c = 0$.

Ответ: -8 .

8. Написать матрицу квадратичной формы:

$$L(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + 5x_1x_2 - 4x_1x_3 + x_2^2 + 6x_3^2.$$

Ответ: $\begin{pmatrix} 3 & 2,5 & -2 \\ 2,5 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$.

9. Что называется рангом квадратичной формы?

Ответ: ранг ее матрицы.

10. Как можно записать квадратичную форму $f(x)$, используя ее матрицу A ?

Ответ: $f(x) = x^T Ax, x(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: вопросы к экзамену, тестовые задания.

Перечень примерных вопросов к экзамену

1. Понятие n -мерного вектора, основные определения.
2. Операции над векторами, основные свойства операций.
3. Линейная зависимость системы векторов.
4. Лемма о линейной зависимости системы векторов, содержащей нулевой вектор.
5. Лемма о линейной зависимости диагональной системы векторов.
6. Базис и ранг системы векторов.
7. Матрицы. Основные понятия и определения.
8. Операции над матрицами. Свойства операций.
9. Определитель матрицы, свойства определителя.
10. Вычисления определителей 2-го, 3-го и высшего порядков.
11. Понятие обратной матрицы. Теорема о существовании и нахождении обратной матрицы.
12. Ранг матрицы. Вычисление ранга матрицы с помощью преобразований Гаусса.
13. СЛАУ. Матрично-векторная запись СЛАУ. Понятие решения СЛАУ. Классификация СЛАУ по наличию решений.
14. Критерий совместности СЛАУ (теорема Кронекера-Капелли).
15. Методы решения СЛАУ квадратного вида ($n \times n$). Метод Крамера
16. Методы решения СЛАУ квадратного вида ($n \times n$). Метод обратной матрицы
17. Методы решения СЛАУ квадратного вида ($n \times n$). Метод Гаусса
18. Решение СЛАУ прямоугольного вида ($m \times n$). Общее решение, частное решение, базисное решение, опорное решение.
19. Однородная система уравнений. Теорема о существовании нетривиального решения (случай когда система $n \times n$).
20. Необходимое и достаточное условие существования нетривиального решения системы $n \times m$.
21. Фундаментальная система решений однородной системы уравнений.
22. Общее решение системы уравнений в векторной форме.
23. Собственные значения и собственные векторы матрицы.
24. Свойства собственных векторов матрицы.
25. Ортогональная и ортонормированная системы векторов.
26. Ортогонализация системы векторов.
27. Собственные векторы симметрической матрицы. Алгоритм построения ортонормированного базиса.
28. Приведение квадратной матрицы к диагональному виду.
29. Ортогональные матрицы. Построение ортогональной матрицы.
30. Понятие квадратичной формы. Стандартный и канонический виды квадратичной формы.
31. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
32. Общая постановка задачи математического программирования.
33. Классификация задач математического программирования.
34. Этапы решения задач математического программирования.
35. Общая постановка задач линейного программирования.
36. Стандартная и каноническая формы записи ЗЛП. Правила, позволяющие осуществить эквивалентные перезаписи задачи.
37. Графическая интерпретация ЗЛП.
38. Экономическая интерпретация задачи, двойственной задаче об использовании ресурсов.
39. Свойства взаимно-двойственных задач.
40. Теоремы двойственности. Экономический смысл теорем.