

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
БОРИСОГЛЕБСКИЙ ФИЛИАЛ  
(БФ ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой  
естественнонаучных и  
общеобразовательных дисциплин



С.Е. Зюзин

20.05.2025 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Б1.О.05.01 Математический анализ**

**1. Код и наименование направления подготовки:**

44.03.05. Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

**2. Профили подготовки:**

Математика. Информатика и информационные технологии в образовании

**3. Квалификация выпускника:** бакалавр

**4. Форма обучения:** очная, заочная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**

кафедра естественнонаучных и общеобразовательных дисциплин

**6. Составители программы:** Ромадина О. Г., кандидат педагогических наук,  
Мещерякова Е.С., старший преподаватель

**7. Рекомендована:** Научно-методическим советом Филиала от 19.05.2025 протокол № 8

**8. Учебный год:** 2025-2026, 2026-2027 (ОФО)      **Семестры:** 1-3 (ОФО), 2-5 (ЗФО)  
2025-2026, 2026-2027, 2027-2028 (ЗФО)

## **9. Цели и задачи учебной дисциплины**

Целью освоения учебной дисциплины «Математический анализ» является обеспечение фундаментальной математической подготовки как основы будущей профессиональной деятельности; формирование мировоззрения и развитие личности будущего педагога.

Задачи учебной дисциплины:

- накопление необходимого запаса сведений по математическому анализу (основные определения, теоремы, правила);
- освоение математического аппарата, помогающего моделировать, анализировать и решать профессиональные задачи;
- развитие логического и алгоритмического мышления, способствование формированию умений и навыков самостоятельного анализа исследования профессиональных проблем, развитию стремления к научному поиску путей совершенствования своей работы; воспитание достаточно высокой математической культуры;
- привитие навыков современных видов математического мышления; использование математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности;
- привитие навыков использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности.

При проведении учебных занятий по дисциплине обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации.

## **10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:**

Учебная дисциплина «Математический анализ» относится к дисциплинам обязательной части блока Б1 и включена в Предметно-содержательный модуль. Для освоения дисциплины «Математический анализ» необходимы знания, умения, навыки, сформированные в ходе изучения математических дисциплин в школе и дисциплины «Алгебра и теория чисел (с линейной алгеброй)», «Геометрия». Изучение данной дисциплины является необходимой основой для изучения дисциплин «Математическая логика и теория алгоритмов», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Элементарная математика», «Численные методы», «Компьютерное моделирование», «Методика обучения математике».

Условия реализации дисциплины для лиц с ОВЗ определяются особенностями восприятия учебной информации и с учетом индивидуальных психофизических особенностей.

## **11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:**

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-8	Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	ОПК-8.4	Демонстрирует специальные научные знания в соответствующей предметной области	<b>Знать:</b> - систему основных понятий, их логических взаимосвязей, технологические приемы учебной дисциплин предметной области «Математика и информатика». <b>Уметь:</b> - оперировать специальными научными знаниями в предметной области «Математика и информатика» для решения задач профессиональной деятельности.

ПК-3	Способен осваивать и использовать базовые научно-теоретические знания и практические умения по предмету в профессиональной деятельности	ПК-3.1	Демонстрирует знание основ общетеоретических и профильных дисциплин в объеме, необходимом для решения педагогических, методических и организационно-управленческих задач.	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основы общетеоретических и профильных дисциплин в объеме, необходимом для решения педагогических, методических и организационно-управленческих задач; связь теоретических основ и технологических приёмов учебной дисциплины с содержанием предметной области «Математика и информатика»</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- использовать знание основ учебных дисциплин предметной области «Математика и информатика» для перевода информации с естественного языка на язык предметной области «Математика и информатика» и обратно; применять теоретические знания в описании процессов и явлений в различных областях знания; использовать преимущества технологических приемов учебных дисциплин предметной области «Математика и информатика» при решении задач школьного курса.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- материалом учебных дисциплин предметной области «Математика и информатика» на уровне, позволяющем формулировать и решать задачи, возникающие в ходе учебной деятельности по преподаваемым предметам, а также в практической деятельности, требующие углубленных профессиональных знаний; навыками формализации теоретических и прикладных практических задач.</li> </ul>
		ПК-3.2	Применяет навыки комплексного анализа и систематизации базовых научно-теоретических знаний предметной области «Математика и информатика» для решения профессиональных задач (в соответствии с профилем и уровнем обучения).	

## 12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 20/720.

### Форма промежуточной аттестации экзамен

### 13. Трудоемкость по видам учебной работы

#### ОФО

Вид учебной работы	Трудоемкость			
	Всего	По семестрам		
		семестр №1	семестр №2	семестр №3
Контактная работа				
в том числе:	лекции			
	практические			
Самостоятельная работа				
Промежуточная аттестация (экзамен)				
Итого:				

## ЗФО

Вид учебной работы	Трудоемкость			
	Всего	По семестрам		
		семестр №2	семестр №3	семестр №4
Контактная работа				
в том числе:	лекции			
	практические			
Самостоятельная работа				
Промежуточная аттестация (экзамен)		–		
Итого:				

### 13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Вещественные числа.	Понятие множества. Множество рациональных чисел. Вещественные числа (определение иррационального числа с помощью сечений Дедекинда, представление вещественного числа бесконечной десятичной дробью). Абсолютная величина числа. Границы числовых множеств. Сегмент, интервал, окрестность.	–
1.2	Функции одной переменной.	Понятие функции. Способы задания функций (аналитический, табличный, графический). График функции. Четные и нечетные функции. Периодические функции. Понятие обратной функции. Элементарные функции.	–
1.3	Теория пределов.	Числовая последовательность и ее предел. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Основные теоремы о пределах. Арифметические действия над переменными величинами. Особые случаи пределов и неопределенности. Монотонная переменная и ее предел. Число $e$ (неравенство Бернулли, число $e$ как предел последовательности, приближенное вычисление числа $e$ ). Теорема о вложенных отрезках. Частичные последовательности. Предел функции. Теоремы о пределах на случай произвольной функции. Монотонная функция и ее предел. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин.	–
1.4	Непрерывность и разрывы функции.	Определение непрерывности функции. Точки разрыва. Непрерывность элементарных функций. Разрывные функции. Непрерывность сложной функции. Свойства непрерывных функций. Существование и непрерывность обратной функции. Использование непрерывности функций при вычислении пределов. Гиперболические функции и их свойства. Равномерная непрерывность функции.	–
1.5	Производная и дифференциал.	Понятие производной. Геометрический смысл производной. Вычисление производных простейших элементарных функций. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью	–

		функции. Правила вычисления производных. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высшего порядка.	
1.6	Основные теоремы дифференциального исчисления.	Основные теоремы дифференциального исчисления (Ферма, Ролля, о конечных приращениях). Раскрытие неопределенности по правилу Лопитала. Формула Тейлора.	-
1.7	Исследование функций с помощью производных.	Условия постоянства, возрастания и убывания функций. Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значения. Исследование функций и построение графиков. Направление вогнутости кривой и точки перегиба. Асимптоты кривой. Графическое решение уравнения. Уточнение корней уравнения.	-
1.8	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.	Предел функции двух переменных. Непрерывность функции двух переменных. Частные производные функции нескольких переменных. Полное приращение функции нескольких переменных. Производные сложных функций нескольких переменных. Полный дифференциал функции нескольких переменных. Дифференциалы высших порядков. Неявные функции и их дифференцирование. Производная по направлению. Градиент. Приложения дифференциального исчисления функций нескольких переменных.	-
1.9	Неопределенный интеграл.	Первообразная функция и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов. Непосредственное интегрирование. Методы интегрирования. Замена переменной. Интегрирование по частям. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование иррациональных функций.	-
1.10	Определенный интеграл.	Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определение определенного интеграла. Основные свойства определенного интеграла. Теорема о среднем. Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона – Лейбница и ее применение для вычисления определенного интеграла. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям. Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства. Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода с бесконечными пределами и от неограниченных функций, определения, их основные свойства. Условия сходимости несобственных интегралов и способы исследования сходимости. Геометрические и физические приложения определенного интеграла. Методы приближенного вычисления определенного интеграла.	-
1.11	Двойной интеграл.	Двойной интеграл. Основные понятия и определения. Геометрический и физический смысл двойного интеграла. Основные свойства двойного интеграла.	
1.12	Числовые ряды. Функциональные ряды.	Основные понятия. Ряд геометрической прогрессии. Необходимый признак сходимости числового ряда. Гармонический ряд. Остаток ряда. Теоремы об остатке ряда. Теоремы об арифметических операциях над сходящимися	-

		<p>рядами.</p> <p><b>Положительные ряды.</b> Необходимый и достаточный признак сходимости положительного ряда. Признаки сравнения рядов. Обобщенный гармонический ряд. Признак Даламбера. Признак Раабе. Радикальный признак Коши. Интегральный признак Коши.</p> <p><b>Знакочередующиеся ряды.</b> Признак Лейбница. Приближенное вычисление суммы знакочередующегося ряда. Абсолютная и условная сходимости числовых рядов. Общий достаточный признак сходимости знакопеременных рядов. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Необходимый и достаточный признак сходимости знакочередующегося ряда.</p> <p><b>Функциональные ряды.</b> Основные понятия. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов.</p> <p><b>Степенные ряды.</b> Сходимость степенных рядов. Теорема Н. Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды Тейлора и Маклорена.</p>	
1.13	Элементы теории поля	<p>Скалярное поле. Производная по направлению. Градиент скалярного поля. Векторное поле: поток, дивергенция, циркуляция, ротор поля. Формула Стокса.</p>	—
1.14	Дифференциальные уравнения 1-го порядка	<p>Задачи, приводящие к понятию дифференциального уравнения. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений 1-го порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделенными и разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Метод И. Бернулли. Метод Лагранжа (метод вариации произвольной постоянной). Уравнение Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах.</p>	—
1.15	Дифференциальные уравнения 2-го порядка	<p>Дифференциальные уравнения 2-го порядка. Основные понятия. Задача Коши. Дифференциальные уравнения 2-го порядка, допускающие понижение порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка. Интегрирование линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения 2-го порядка. Интегрирование линейных неоднородных дифференциальных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.</p>	—
<b>2. Практические занятия</b>			
2.1	Вещественные числа.	Решение задач по темам: Понятие множества. Множество рациональных чисел. Вещественные числа. Абсолютная величина числа. Границы числовых множеств. Сегмент, интервал, окрестность.	—
2.2	Функции одной переменной.	Решение задач на построение графиков функций. Исследование функций на четность, нечетность, периодичность. Построение обратных функций.	—
2.3	Теория пределов.	Нахождение предела числовой последовательности в соответствии с определением. Приемы вычисления предела	-

		числовой последовательности. Предел функции. Замечательные пределы. Вычисление пределов функций. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин.	
2.4	Непрерывность и разрывы функции.	Определение непрерывности функции. Точки разрыва. Использование непрерывности функций при вычислении пределов. Гиперболические функции и их свойства.	-
2.5	Производная дифференциал. и	Вычисление производных простейших элементарных функций с применением определения производной. Применение правил вычисления производных. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высшего порядка.	-
2.6	Основные теоремы дифференциального исчисления.	Раскрытие неопределенности по правилу Лопиталя. Формула Тейлора.	-
2.7	Исследование функций с помощью производных.	Условия постоянства, возрастания и убывания функций. Нахождение экстремума функции, наибольшего и наименьшего значения. Исследование функций и построение графиков. Определение направления вогнутости кривой и точек перегиба. Нахождение асимптот кривой. Графическое решение уравнения. Уточнение корней уравнения.	-
2.8	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.	Предел функции двух переменных. Непрерывность функции двух переменных. Частные производные функции нескольких переменных. Полное приращение функции нескольких переменных. Производные сложных функций нескольких переменных. Полный дифференциал функции нескольких переменных. Дифференциалы высших порядков. Неявные функции и их дифференцирование. Производная по направлению. Градиент. Приложения дифференциального исчисления функций нескольких переменных.	-
2.9	Неопределенный интеграл.	Первообразная функция и неопределенный интеграл. Непосредственное интегрирование. Методы интегрирования. Замена переменной. Интегрирование по частям. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование иррациональных функций.	-
2.10	Определенный интеграл.	Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона – Лейбница и ее применение для вычисления определенного интеграла. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям. Несобственные интегралы 1-го рода. Несобственные интегралы 2-го рода. Признаки сходимости несобственных интегралов. Геометрические приложения определенного интеграла. Физические приложения определенного интеграла.	-
2.11	Двойной интеграл.	Геометрический и физический смысл двойного интеграла. Основные свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла в декартовых и полярных координатах. Приложения двойного интеграла.	-
2.12	Числовые ряды.	Необходимый признак сходимости числового ряда.	-

	Функциональные ряды.	<p>Гармонический ряд. Остаток ряда. Теоремы об арифметических операциях над сходящимися рядами.</p> <p><b>Положительные ряды.</b> Необходимый и достаточный признак сходимости положительного ряда. Признаки сравнения рядов. Обобщенный гармонический ряд. Признак Даламбера. Признак Раabe. Радикальный признак Коши. Интегральный признак Коши.</p> <p><b>Знакочередующиеся ряды.</b> Признак Лейбница. Приближенное вычисление суммы знакочередующегося ряда. Абсолютная и условная сходимости числовых рядов. Общий достаточный признак сходимости знакопеременных рядов. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Необходимый и достаточный признак сходимости знакочередующегося ряда.</p> <p>Функциональные ряды. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов.</p> <p>Степенные ряды. Сходимость степенных рядов. Теорема Н. Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды Тейлора и Маклорена.</p>	
2.12	Дифференциальные уравнения 1-го порядка	Задачи, приводящие к понятию дифференциального уравнения. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений 1-го порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделенными и разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Метод И. Бернулли. Метод Лагранжа (метод вариации произвольной постоянной). Уравнение Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. --	-
2.13	Дифференциальные уравнения 2-го порядка	Дифференциальные уравнения 2-го порядка. Основные понятия. Задача Коши. Дифференциальные уравнения 2-го порядка, допускающие понижение порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка. Интегрирование линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения 2-го порядка. Интегрирование линейных неоднородных дифференциальных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.	-

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

#### ОФО

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
<b>1 семестр</b>						
1.	Вещественные числа.	2	2	0	16	20
2.	Функции одной переменной.	4	4	0	20	28
3.	Теория пределов.	12	12	0	22	46
4.	Непрерывность и разрывы функции.	6	6	0	20	32

5.	Производная и дифференциал.	10	14	0	16	40
6.	Основные теоремы дифференциального исчисления.	10	6	0	14	30
7.	Исследование функций с помощью производных.	6	6	0	14	26
8.	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.	4	4	0	22	30
	Экзамен	0	0	0	0	36
	Итого в 1 семестре	54	54	0	144	288
	<b>2 семестр</b>					
9.	Неопределенный интеграл.	14	14	0	24	52
10.	Определенный интеграл.	16	16	0	26	58
11.	Двойной интеграл.	6	6	0	22	34
	Экзамен	0	0	0	0	36
	Итого во 2 семестре	36	36	0	72	180
	<b>3 семестр</b>					
12.	Числовые ряды. Функциональные ряды.	20	22	0	30	72
13.	Элементы теории поля	6	4	0	20	30
14.	Дифференциальные уравнения 1-го порядка	18	14	0	30	62
15.	Дифференциальные уравнения 2-го порядка	10	14	0	28	52
	Экзамен	0	0	0	0	36
	Итого в 3 семестре	54	54	0	108	252
	Итого:	158	158	0	296	720

Вид учебной работы	Трудоемкость				
	Всего	По семестрам			
		семестр №2	семестр №3	семестр №4	семестр №5
Контактная работа					
в том числе:	лекции				
	практические				
Самостоятельная работа					
Промежуточная аттестация (экзамен)		–			
Итого:					

### ЗФО

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
<b>2 семестр</b>						
1.	Вещественные числа.	2	0	0	40	42
2.	Функции одной переменной.	2	2	0	40	44
3.	Теория пределов.	2	6	0	42	50
4.	Непрерывность и разрывы функции.	2	2	0	40	44
	Итого во 2 семестре	8	10	0	162	180
<b>3 семестр</b>						
5.	Производная и дифференциал.	2	2	0	22	26
6.	Основные теоремы	2	2	0	22	26

	дифференциального исчисления.					
7.	Исследование функций с помощью производных.	2	2	0	22	26
8.	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.	0	0	0	21	21
	Экзамен	0	0	0	0	9
	Итого в 3 семестре	6	6	0	87	108
<b>4 семестр</b>						
9.	Неопределенный интеграл.	4	6	0	50	60
10.	Определенный интеграл.	4	6	0	50	60
11.	Двойной интеграл.	2	0	0	49	51
	Экзамен	0	0	0	0	9
	Итого в 4 семестре	10	12	0	149	180
<b>5 семестр</b>						
12.	Числовые ряды. Функциональные ряды.	6	8	0	52	66
13.	Элементы теории поля	2	0	0	54	56
14.	Дифференциальные уравнения 1-го порядка	4	6	0	51	61
15.	Дифференциальные уравнения 2-го порядка	4	2	0	54	60
	Экзамен	0	0	0	0	9
	Итого в 5 семестре	16	16	0	211	252
	Итого:	44	46	0	603	720

#### **14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Приступая к изучению учебной дисциплины, целесообразно ознакомиться с учебной программой дисциплины, электронный вариант которой размещён на сайте БФ ВГУ.

Знание основных положений, отраженных в рабочей программе дисциплины, поможет обучающимся ориентироваться в изучаемом курсе, осознавать место и роль изучаемой дисциплины в подготовке будущего выпускника, строить свою работу в соответствии с требованиями, заложенными в программе.

Основными формами контактной работы по дисциплине являются лекции и практические занятия, посещение которых обязательно для всех студентов (кроме студентов, обучающихся по индивидуальному плану).

Подготовка к практическим занятиям ведется на основе планов практических занятий, которые размещены на сайте филиала. В ходе подготовки к практическим занятиям необходимо изучить в соответствии с вопросами для повторения конспекты лекций, основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой. Кроме того, следует повторить материал лекций, ответить на контрольные вопросы, изучить образцы решения задач, выполнить упражнения (если такие предусмотрены).

При подготовке к промежуточной аттестации необходимо повторить пройденный материал в соответствии с учебной программой, примерным перечнем вопросов, выносящихся на экзамен. Рекомендуется использовать конспекты лекций и источники, перечисленные в списке литературы в рабочей программе дисциплины, а также ресурсы электронно-библиотечных систем.

Для достижения планируемых результатов обучения используются интерактивные лекции, групповые дискуссии, анализ имитационных моделей.

#### **15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины**

а) основная литература:

№ п/п	Источник
-------	----------

1	Баврин И.И. Математический анализ: учеб.для вузов.- М.: Высшая школа, 2006.
2	Богданов Ю.С. и др. Математический анализ: учеб.пос. для вузов.- М.: Высшая школа, 2006.
3	Дмитриев В.И. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям: учеб. пос. для вузов.- 2-е изд.- М.: Книжный Дом «Университет», 2008
4	Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа: учеб.для вузов: в 2-х ч. Ч.1: - 9-е изд., стер.- СПб.: Лань, 2008.
5	Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа: учеб. для вузов: в 2-х ч. Ч.2: - 9-е изд., стер.- СПб.: Лань, 2008

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
6	Архипов Г.И. и др. Лекции по математическому анализу: учеб.для вузов.- М.: Дрофа, 2008.
7	Виноградова И.А. и др. Задачи и упражнения по математическому анализу. Кн.1: Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной: учеб.пос. для ун-тов.- М.: Высшая школа, 2002.
8	Виноградова И.А. и др. Задачи и упражнения по математическому анализу. Ч.1: Дифференциальное и интегральное исчисление: учеб.пос. для ун-тов, педвузов.- М.: Дрофа, 2001.
9	Запорожец Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу: учеб.пос.- 5-е изд., стер.- СПб: Лань, 2009
10	Тиняков Г.П. Дополнительные главы математического анализа: учеб. пос.- М.: МГИУ,

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
11	Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа : учебник. В 2 т. Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды. - М.: Физматлит, 2009. – URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&amp;book_id=82814">http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&amp;book_id=82814</a>
12	Кутузов А.С. Математический анализ : дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной: учебное пособие. - М., Берлин: Директ-Медиа, 2017. – URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&amp;book_id=462166">http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&amp;book_id=462166</a>

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Долгополова, А.Ф. Руководство к решению задач по математическому анализу. Учебное пособие / А.Ф. Долгополова, Т.А. Колодяжная. - Ставрополь : Ставропольский государственный аграрный университет, 2012. - Ч. 1. - 168 с. –URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=233078">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=233078</a>
2	Лунгу, К.Н. Высшая математика: руководство к решению задач : учебное пособие / К.Н. Лунгу, Е.В. Макаров. - 3-е изд., перераб. - Москва :Физматлит, 2013. - Ч. 1. - 217 с. – URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=275606">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=275606</a>
3	Геворкян, Э.А. Математика. Математический анализ : учебно-методический комплекс / Э.А. Геворкян, А.Н. Малахов. - Москва : Евразийский открытый институт, 2010. - 343 с. - ISBN 978-5-374-00369-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=93168">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=93168</a>
4	Методические материалы по дисциплине

## 17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение:

При реализации дисциплины проводятся различные типы лекций: лекция-визуализация, лекция с остановками, проблемная лекция. Практические занятия предполагают активную деятельность обучающихся по анализу изученного материала и применению его на практике.

При реализации дисциплины используются информационно-справочные системы и профессиональные базы данных:

–Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU – <http://elibrary.ru/>

–Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» <http://window.edu.ru/>

## **18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

### **Программное обеспечение:**

–Win10 (или Win7), OfficeProPlus 2010

–браузеры: Yandex, Google, Opera, Mozilla Firefox, Explorer

–STDU Viewer version 1.6.2.0

–7-Zip

Мультимедийное оборудование (проектор, ноутбук или стационарный компьютер, экран).

## **19. Оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Вещественные числа.	ОПК-8 ПК-3	ОПК-8.1 ПК-3.1 ПК-3.2	Контрольная работа № 1
2.	Функции одной переменной.	ОПК-8 ПК-3	ОПК-8.1 ПК-3.1 ПК-3.2	Контрольная работа № 1
3	Теория пределов.	ОПК-8 ПК-3	ОПК-8.1 ПК-3.1 ПК-3.2	Контрольная работа № 1
4	Непрерывность и разрывы функции.	ОПК-8 ПК-3	ОПК-8.1 ПК-3.1 ПК-3.2	Контрольная работа № 1
5	Производная и дифференциал.	ОПК-8 ПК-3	ОПК-8.1 ПК-3.1 ПК-3.2	Контрольная работа № 2
6	Основные теоремы дифференциального исчисления.	ОПК-8 ПК-3	ОПК-8.1 ПК-3.1 ПК-3.2	Контрольная работа № 3
7	Исследование функций с помощью производных.	ОПК-8 ПК-3	ОПК-8.1 ПК-3.1 ПК-3.2	Контрольная работа № 3
8	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.	ОПК-8 ПК-3	ОПК-8.1 ПК-3.1 ПК-3.2	Контрольная работа № 3
9	Неопределенный интеграл.	ОПК-8 ПК-3	ОПК-8.1 ПК-3.1 ПК-3.2	Контрольная работа № 4 Тест
10	Определенный интеграл.	ОПК-8 ПК-3	ОПК-8.1 ПК-3.1 ПК-3.2	Контрольная работа № 5 Тест
11	Двойной интеграл.	ОПК-8 ПК-3	ОПК-8.1 ПК-3.1 ПК-3.2	Контрольная работа № 6
12	Числовые ряды. Функциональные ряды.	ОПК-8 ПК-3	ОПК-8.1 ПК-3.1 ПК-3.2	Контрольная работа № 7
13	Элементы теории поля	ОПК-8 ПК-3	ОПК-8.1 ПК-3.1	Контрольная работа № 7

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетен- ция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
			ПК-3.2	
14	Дифференциальные уравнения 1-го порядка	ОПК-8 ПК-3	ОПК-8.1 ПК-3.1 ПК-3.2	Контрольная работа № 8
15	Дифференциальные уравнения 2-го порядка	ОПК-8 ПК-3	ОПК-8.1 ПК-3.1 ПК-3.2	Контрольная работа № 9
Промежуточная аттестация форма контроля – экзамен				Перечень вопросов к экзамену Тестовые задания

## 20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

#### Тесты (примерный вариант)

##### Тест «Первообразная. Неопределенный интеграл»

1. Совокупность всех первообразных функции  $f(x)$  называется:

- A) Неопределенным интегралом от функции  $f(x)$
- B) Определенным интегралом от функции  $f(x)$
- C) Несобственным интегралом от функции  $f(x)$
- D) Криволинейным интегралом от функции  $f(x)$
- E) Двойным интегралом от функции  $f(x)$

2. Укажите свойство неопределенного интеграла:

- |                            |                        |
|----------------------------|------------------------|
| A) $\int df(x) = f(x) + C$ | B) $\int df(x) = f(x)$ |
| C) $\int df(x) = F(x) + C$ | D) $\int df(x) = F(x)$ |
| E) $\int df(x) = C$        |                        |

3. Укажите формулу интегрирования заменой переменной в неопределенном интеграле:

- |   |  |
|---|--|
| A) $\int f(x)dx = \int f(\varphi(t))\varphi'(t)dt$  | B) $\int f(x)dx = \int f(\varphi(t))tdt$ |
| C) $\int f(x)dx = \int f(\varphi(t))dt(\varphi(t))$ | D) $\int f(x)dx = \int f(t)d\varphi(t)$  |
| E) $\int f(x)dx = \int f(t)\varphi(t)dt$            |  |

4. Найдите интеграл  $\int \frac{5}{(x+3)^3}dx$ :

- |                              |                             |                              |
|------------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| A) $-\frac{5}{2(x+3)^2} + C$ | B) $-\frac{5}{(x+3)^2} + C$ | C) $-\frac{2}{5(x+3)^2} + C$ |
| D) $5\ln x+3 ^2 + C$         | E) $5\ln x+3  + C$          |                              |

5. Найдите интеграл  $\int \left( x + \sin \frac{x}{2} \right) dx$ :

- |  |  |
|--|--|
| A) $\frac{x^2}{2} - 2\cos \frac{x}{2} + C$ | B) $\frac{x^2}{2} - \cos \frac{x}{2} + C$  |
| C) $x^2 + \cos \frac{x}{2} + C$            | D) $\frac{x^2}{2} + 2\cos \frac{x}{2} + C$ |
| E) $2x + \cos x$                           |  |

6. Найдите интеграл  $\int \cos^3 x \sin x dx$ :

- A)  $-\frac{\cos^4 x}{4} + C$       B)  $\sin x + C$       C)  $-3\cos^2 x + C$       D)  $\frac{\cos^4 x}{4} + C$       E)  $3\cos^2 x + C$

7. Найдите интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{16-x^2}}$ :

- A)  $\arcsin \frac{x}{4} + C$       B)  $\frac{1}{4} \arcsin \frac{x}{4} + C$       C)  $\frac{1}{4} \operatorname{arctg} \frac{x}{4} + C$   
 D)  $\ln|x + \sqrt{16-x^2}| + C$       E)  $\arcsin \frac{x}{4}$

8. Какой метод применяется при нахождении интеграла  $\int \arcsin x dx$ :

- A) Интегрирование по частям  
 B) Метод замены переменной  
 C) С помощью универсальной подстановки  $t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$   
 D) Непосредственное интегрирование  
 E) Метод подведения под знак дифференциала

9. Найдите интеграл  $\int x \cos x dx$ :

- A)  $x \sin x + \cos x + C$       B)  $x \sin x - \cos x + C$   
 C)  $\sin x + C$       D)  $\cos x + C$   
 E)  $x \cos x + \sin x + C$

10. Найдите интеграл  $\int \frac{x+1}{x} dx$ :

- A)  $x + \ln|x| + C$       B)  $\ln|x| + C$   
 C)  $(x+1)^2 + C$       D)  $\frac{x^2}{2} + \ln|x| + C$   
 E)  $x + C$

11. Найдите интеграл  $\int \sin^2 x dx$ :

- A)  $\frac{x}{2} - \frac{1}{4} \sin 2x + C$       B)  $\frac{x}{2} - \frac{1}{2} \sin 2x + C$   
 C)  $\frac{x}{2} + \frac{1}{4} \sin 2x + C$       D)  $\frac{x}{2} - \frac{1}{4} \cos 2x + C$   
 E)  $\frac{x}{2} - \frac{1}{4} \sin x + C$

12. Найдите интеграл  $\int \sin 3x \sin x dx$ :

- A)  $\frac{1}{4} \sin 2x - \frac{1}{8} \sin 4x + C$       B)  $\frac{1}{4} \sin 3x - \sin 4x + C$   
 C)  $\frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{8} \sin 4x + C$       D)  $4 \sin 2x - 8 \sin 4x + C$   
 E)  $4 \sin 3x - \sin x + C$

13. С помощью универсальной подстановки  $t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$  найдите интеграл  $\int \frac{dx}{\sin x}$ :

- A)  $\ln \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right| + C$       B)  $\ln |\sin x| + C$       C)  $\left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right| + C$       D)  $-\ln \left| \operatorname{ctg} \frac{x}{2} \right| + C$       E)  $\ln |t| + C$

14. Укажите простейшую дробь 3-го типа  $\int \frac{5x+8}{x^2+2x+5} dx$ ,  $\int \frac{3x+2}{x^2+4x-1} dx$ ,  $\int \frac{dx}{(3x+7)^3}$ ,  $\int \frac{x+4}{2x^2+3x-2} dx$ :

A)  $\int \frac{5x+8}{x^2+2x+5} dx$       B)  $\int \frac{3x+2}{x^2+4x-1} dx, \int \frac{x+4}{2x^2+3x-2} dx$

C)  $\int \frac{dx}{(3x+7)^3}$       D)  $\int \frac{5x+8}{x^2+2x+5} dx, \int \frac{3x+2}{x^2+4x-1} dx$

Е) простейшей дроби 3-го типа нет

15. Найдите интеграл  $\int \frac{dx}{(x+2)(x+1)}$ :

- A)  $\ln|x+1| - \ln|x+2| + C$       B)  $\ln|(x+1)(x+1)| + C$   
 C)  $\ln|x+1| + \ln|x+2| + C$       D)  $\ln|x+1| - 2\ln|x+2| + C$   
 E)  $\ln|x+1| - \ln|x+2|$

Тест «Определенный интеграл»

1. Укажите формулу Ньютона-Лейбница, если  $F(x)$  первообразная функции  $f(x)$ :

A)  $\int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$       B)  $\int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = f(b) - f(a)$

C)  $\int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(a) - F(b)$       D)  $\int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(a) + F(b)$

E)  $\int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(a) + F(b) + C$

2. Вычислите интеграл  $\int_1^6 \frac{dx}{\sqrt{x+3}}$ :

- A) 2      B) -2      C) 4      D) -4      E) 0

3. Вычислите интеграл  $\int_1^2 (x^2 - 2x + 3)dx$ :

- A)  $\frac{7}{3}$       B)  $\frac{3}{7}$       C)  $\frac{13}{3}$       D) 7      E) 0

4. Какое отношение верно:

A)  $\int_a^b f(x)dx = - \int_b^a f(x)dx$       B)  $\int_a^b f(x)dx = \int_b^a f(x)dx$

C)  $\int_a^b f(x)dx = - \int_a^b f(x)dx$       D)  $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(x)dx$

E)  $\int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(a) + F(b)$

5. Вычислите интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{8}} \frac{dx}{\cos^2 2x}$ :

- A)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$       B) 1      C)  $\frac{1}{2}$       D)  $\sqrt{2}$       E)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

6. Вычислите интеграл  $\int_0^1 xe^x dx$ :

- A) 1      B) -1      C) 0      D)  $2e$       E)  $e$

7. Укажите формулу интегрирования по частям в определенном интеграле:

A)  $\int_a^b u dv = uv|_a^b - \int_a^b v du$       B)  $\int_a^b u dv = uv|_a^b$

$$C) \int_a^b u dv = uv + \int_a^b v du$$

$$D) \int_a^b u dv = uv - \int_a^b v du$$

$$E) \int_a^b u dv = uv \Big|_a^b + \int_a^b v du$$

8. Укажите формулу нахождения площади плоской фигуры:

$$A) S = \int_a^b f(x) dx$$

$$B) S = \int_a^b f^2(x) dx$$

$$C) S = \int_a^b f'(x) dx$$

$$D) S = \int_a^b \sqrt{f(x)} dx$$

$$E) S = \int_a^b f'(x) dx + C$$

9. Площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 0, x = 2, y = x^2$  равна:

$$A) S = \frac{8}{3}$$

$$B) S = \frac{2}{3}$$

$$C) S = 4$$

$$D) S = 8$$

$$E) S = 0$$

10. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = e^x, y = 0, x = 0, x = 1$ :

$$A) S = e - 1$$

$$B) S = e + 1$$

$$C) S = e$$

$$D) S = 1 - e$$

$$E) S = 2e + 1$$

11. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Oy$  фигуры, ограниченной параболой

$y = x^2$ , осью  $Oy$  и прямыми  $y = 0, y = 1$

$$A) V_y = \frac{\pi}{2}$$

$$B) V_y = \frac{1}{2}$$

$$C) V_y = \pi$$

$$D) V_y = \frac{\pi}{5}$$

$$E) V_y = \frac{1}{5}$$

12. Объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной кривой  $y = f(x)$

, осью  $Ox$  и прямыми  $x = a, x = b$  вычисляется по формуле:

$$A) V_x = \pi \int_a^b f^2(x) dx$$

$$B) V_x = \pi \int_b^a f(x) dx$$

$$C) V_x = \pi \int_a^b f(x) dx$$

$$D) V_x = \pi \int_b^a f^2(x) dx$$

$$E) V_x = \int_a^b f^2(x) dx$$

### Описание технологии проведения тестов

Тесты проводятся в письменном виде после изучения всех вопросов, включённых в тест.

### Требования к выполнению теста

Тест считается выполненным (оценка «зачтено»), если правильные ответы даны не менее, чем на 70% вопросов теста. В противном случае тест считается не выполненным (оценка «не зачтено»).

## Контрольная работа (примерный вариант)

### Контрольная работа №1

#### 1 вариант

1. Определите те значения  $x$ , которые удовлетворяют неравенству:  $|3 \cdot x + 4| < 10$ .

2. Данна функция:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{при } 0 \leq x \leq 1, \\ x & \text{при } 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

Найти значения:  $f(0), f\left(\frac{1}{2}\right), f\left(\frac{3}{2}\right), f(2)$ .

3. Установить области существования функций:

а)  $f(x) = \log_a 3^x + \sin x$ ;

б)  $\varphi(x) = \arccos(2 \cdot x - 3)$ ;

в)  $\psi(x) = \frac{\log_a x}{x-3}$ .

4. Функция  $y = f(x)$  определена на  $[0; 2]$ . Каковы области определения функций:

$f(x^2), f(x-2), f(x+1), f\left(\frac{x}{2}\right)$ ?

5. Пользуюсь определением предела числовой последовательности, доказать равенство:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot n - 4}{2 \cdot n + 3} = \frac{3}{2}.$$

Начиная с какого  $n$  величина  $\left| \frac{3 \cdot n - 4}{2 \cdot n + 3} - \frac{3}{2} \right|$  не превосходит 0,0001?

6. Найти предел числовой последовательности:

$$x_n = \frac{4 \cdot n^4 - 3 \cdot n^3}{2 \cdot n^4 + n^3 + n^2}.$$

7. Пользуюсь определением предела функции, доказать, что функция  $f(x) = 2 \cdot x + 3$  имеет в точке  $x=4$  предел, равный 11. Каково должно быть  $\delta$ , чтобы из неравенства  $|x-4| < \delta$  следовало неравенство  $|f(x)-11| < 0,01$ .

Будет ли функция непрерывна в этой точке?

8. Вычислить следующие пределы:

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 5 \cdot x + 8}{2 \cdot x^2 - 9 \cdot x}$ , б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 5 \cdot x}{x^2 - 4 \cdot x}$ , в)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x(x+2)} - x)$ ,

д)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x}}$ , е)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \tan x)^{\frac{1}{\tan x}}$ , ж)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+4}{x+8} \right)^{-3 \cdot x}$ , з)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2 \cdot x + 3}{5 \cdot x + 7} \right)^{x+1}$ ,

и)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(8 \cdot x)}{3 \cdot x^2}$ , к)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \ln(\cos \frac{\varphi}{x})$ .

9. Установить, в каких точках и какого рода разрывы имеют следующие функции:

а)  $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{при } 0 \leq x < 1, \\ 3 \cdot x + 2 & \text{при } 1 < x \leq 2 \end{cases}$ , б)  $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{при } x \neq 0, \\ 2 & \text{при } x = 0 \end{cases}$ ,

в)  $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & \text{при } x \leq 0, \\ x & \text{при } x > 0 \end{cases}$ , г)  $f(x) = \begin{cases} -x & \text{при } x < 0, \\ 1 & \text{при } x = 0, \\ x & \text{при } x > 0 \end{cases}$ .

Построить графики этих функций.

10. Опираясь на свойства непрерывных функций, установить, что уравнение  $x^8 + 4 \cdot x^3 - 5 \cdot x^2 + 6 = 0$  имеет корень, принадлежащий отрезку  $[-1; 4]$ .

## Контрольная работа №2

### 1 вариант

1. Пользуясь определением производной, найти производные следующих функций:

а)  $y = x^4 - 5 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 1$ ;

б)  $y = \operatorname{tg} \frac{x}{3}$ ;

в)  $y = a^{x^2}$ .

2. Пользуясь общими выражениями дифференцирования, найти производные следующих функций:

а)  $f(x) = (x-2)^4$ . Найти  $f'(0), f'(2), f'(-2), f'(\pi)$ .

б)  $y = e^{\operatorname{arctg} \sqrt{x}} \cdot (x^2 + 3 \cdot x)$ ; в)  $y = \sqrt{1+x^2} + x \cdot \arcsin x$ ;

г)  $y = (\sqrt{x})^x$ ; д)  $y = \ln \frac{x-1}{2 \cdot x + 1}$ .

3. Найти  $\frac{dy}{dx}$  и  $\frac{d^2y}{dx^2}$  функции, заданной параметрически:

$$\left. \begin{array}{l} x = 2 \cdot t \\ y = t^2 + 1 \end{array} \right\}$$

4. Найти приращение  $\Delta y$  и дифференциал  $dy$  функции  $y = x^2 - 3 \cdot x + 4$  в точке  $x=2$  при  $\Delta x = 1; 0,1; 0,01$ . Найти для каждого значения  $\Delta x$  абсолютную погрешность  $|\Delta y - dy|$  и

относительную погрешность  $\left| \frac{\Delta y - dy}{\Delta y} \right|$ , которые допускаются при замене приращения дифференциалом.

5. Используя понятие дифференциала, найти приближенно значение  $\operatorname{tg} 44^\circ 45'$ . Результат сравнить с табличным.

### Контрольная работа №3

1. Выяснить в какой точке кривой  $y = 2 \cdot x^3 - 1$  касательная составляет с осью  $Ox$  угол  $\frac{\pi}{3}$ .

2. Угол  $\Theta$  (в радианах), на который поворачивается колесо через  $t$  секунд, равен  $\Theta = 2 \cdot t^3 - 54 \cdot t + 3$ . Определите угловую скорость движения колеса. Через сколько времени колесо остановится?

3. Пользуясь правилом Лопитала, найти следующие пределы:

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\pi - 2 \cdot \operatorname{arctg} x) \ln x$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\operatorname{tg} x}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x^n - 1}$ .

4. Полотняный шатер объемом  $V$  имеет форму прямого конуса. Каково должно быть отношение высоты конуса к радиусу его основания, чтобы на шатер пошло наименьшее количество полотна.

5. Провести полное исследование и построить график функции:

$$f(x) = \frac{2}{(x-2) \cdot (x-1)}.$$

6. Найти дифференциал функции  $f(x; y) = 3 \cdot x^2 \cdot y + x^3 \cdot y^2$ .

### Контрольная работа №4

1) Применяя метод непосредственного интегрирования, вычислить интегралы

а)  $\int \frac{dx}{16 - x^4}$ ; б)  $\int e^x \left( 1 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right) dx$

2) Применяя метод подстановки, вычислить интегралы

а)  $\int \cos^3 x \sin x dx$  б)  $\int \frac{dx}{x(1 + \ln x)}$

3) С помощью метода интегрирования по частям вычислить интегралы

а)  $\int x e^{5x} dx$  б)  $\int x \sin x dx$

## Контрольная работа №5

1. Вычислить определенные интегралы

а)  $\int_0^{\pi} (2x + \sin 2x) dx$

б)  $\int_{1/2}^1 \sqrt{4x - 2} dx$

в)  $\int_0^1 xe^x dx$

г)  $\int_1^3 \frac{dx}{x^2 + x}$

2. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

а)  $\int_3^{\infty} \frac{x^2 dx}{x^2 + 4}$

б)  $\int_0^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

а)  $y = x^3, y = x^2, x = -2, x = 1$ .

б)  $\rho = 3 - 2 \cos \varphi, \beta = \frac{1}{2}$

4. Вычислить длину дуги кривой  $y = 1 - \ln \sin x$ , от  $x = 0$  до  $x = \frac{\pi}{4}$

## Контрольная работа №6

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_2^4 dy \int_{-\frac{4}{y}}^{-1} f(x, y) dx$ .

2. Свести двойной интеграл  $\iint_D f(x, y) dx dy$ , где  $D$  - область, ограниченная линиями  $y = x^2$  и  $y = \sqrt{x}$  к повторному интегралу.

3. Свести двойной интеграл  $\iint_D f(x, y) dx dy$ , где  $D$  - область, ограниченная линиями  $y = 2x$ ,  $y = -2x, x = 1$  к повторному интегралу.

## Контрольная работа №7

№1. Установить сходимость или расходимость числового ряда на основе необходимого условия сходимости  $\sum_{n=1}^{\infty} (2n+3) \sin\left(\frac{3}{5n+4}\right)$ .

№2. Установить сходимость или расходимость числового ряда на основе признаков сравнения  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 - 6n + 10}$ .

№3. Установить сходимость или расходимость числового ряда на основе признака Даламбера  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(5n+6)^3}{2^n}$ .

№4. Установить сходимость или расходимость числового ряда на основе радикального признака Коши или интегрального признака Коши  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+1}{3n+4} \right)^n$ .

№5 Исследовать на абсолютную и условную сходимость знакопеременный ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \cdot \sqrt[6]{64n+3}}$ .

№6 Найти радиус и интервал сходимости степенного ряда. Исследовать сходимость ряда на концах интервала сходимости  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-6)^n}{(n+1) \ln(n+1)}$ .

№7. Разложить функцию  $f(x)$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $x_0$ . Указать область сходимости полученного ряда.

Указание. Использовать разложения элементарных функций в степенные ряды  $y = (x+4)^3 e^{-3x+5}$ ,  $x_0 = -4$ .

№ 9 Найти производную скалярного поля  $\varphi = 4x^2 + y^2 - 5yz$  в точке М (2;2;2); по направлению от этой точки к точке М1(2;3;3).

#### Контрольная работа №8

Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения

$$1) e^{x+3y} dy = xdx \quad 2) (xy + x^3 y) y' = 1 + y^2 \quad 3) (y^2 - 3x^2) dy + 2xy dx = 0$$

4) Найти частное решение (частный интеграл) дифференциального уравнения  
 $(x^2 + 1)y' + 4xy = 3$ ,  $y(0) = 0$ .

5) Найти общее решение дифференциального уравнения  $y' + y = x\sqrt{y}$ .

#### Контрольная работа №9

1. Найти решение дифференциального уравнения, допускающего понижения порядка:  $2xy'' = y'$

2. Решить линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами:  $y'' - 16y' + 64y = 0$

3. Решить линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами:  $y'' - 3y' = xe^x$ .

#### Описание технологии проведения контрольной работы

Контрольная работа проводится в письменном виде по вариантам после изучения соответствующего теоретического материала.

#### Требования к выполнению контрольной работы

За контрольную работу ставится оценка «зачтено», если:

- при выполнении задания получен правильный числовой результат, и все шаги выполнения задания сопровождены необходимыми пояснениями;

- если в ответе имеется вычислительная ошибка, но ход рассуждений верный, и все шаги выполнения задания сопровождены необходимыми пояснениями.

## 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

#### Перечень вопросов к экзамену

#### Промежуточная аттестация №1

- Понятие множества. Множество рациональных чисел.
- Вещественные числа.
- Абсолютная величина числа.
- Границы числовых множеств. Сегмент, интервал, окрестность.
- Понятие функции. Способы задания функций. График функции.
- Четные и нечетные функции. Периодические функции. Понятие обратной функции.
- Элементарные функции.
- Числовая последовательность и ее предел. Бесконечно малые и бесконечно большие величины.
- Основные теоремы о пределах.
- Арифметические действия над переменными величинами. Особые случаи пределов и неопределенности.
- Монотонная переменная и ее предел. Число  $e$ . Теорема о вложенных отрезках. Частичные последовательности.
- Предел функции. Теоремы о пределах на случай произвольной функции. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин.
- Определение непрерывности функции. Точки разрыва.

14. Непрерывность элементарных функций. Разрывные функции. Непрерывность сложной функции.
  15. Свойства непрерывных функций.
  16. Существование и непрерывность обратной функции, корня и степени с рациональным показателем.
  17. Существование и непрерывность обратных тригонометрических функций.
  18. Определение степени с иррациональным показателем. Показательная, логарифмическая и степенная функции.
  19. Использование непрерывности функций при вычислении пределов. Равномерная непрерывность функции.
  20. Гиперболические функции и их свойства.
  21. Понятие производной. Геометрический смысл производной.
  22. Вычисление производных простейших элементарных функций.
  23. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции.
  24. Правила вычисления производных.
  25. Дифференцирование функций, заданных параметрически.
  26. Дифференциал функции.
  27. Производные и дифференциалы высшего порядка.
  28. Основные теоремы дифференциального исчисления (Ферма, Ролля, о конечных приращениях).
  29. Раскрытие неопределенности по правилу Лопитала.
  30. Формула Тейлора.
  31. Условия постоянства, возрастания и убывания функций.
  32. Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значения.
  33. Исследование функций и построение графиков.
  34. Направление вогнутости кривой и точки перегиба. Асимптоты кривой.
  35. Графическое решение уравнения. Уточнение корней уравнения.
  36. Предел функции двух переменных. Непрерывность функции двух переменных.
- Частные производные функции нескольких переменных.
37. Полное приращение функции нескольких переменных. Производные сложных функций нескольких переменных.
  38. Дифференциалы высших порядков. Неявные функции и их дифференцирование. Производная по направлению. Градиент.

### Промежуточная аттестация №2

1. Первообразная и неопределенный интеграл.
2. Основные свойства неопределенного интеграла (с доказательствами).
3. Таблица основных интегралов.
4. Метод непосредственного интегрирования. Метод замены переменной.
5. Метод интегрирования по частям.
6. Интегрирование рациональных функций. Общие сведения.
7. Простейшие дроби и их интегрирование.
8. Интегрирование правильных дробей.
9. Методы неопределенных коэффициентов. Метод частных значений.
10. Универсальная тригонометрическая подстановка.
11. Интегралы типа  $\int \sin^m x \cdot \cos^n x dx$ . Использование тригонометрических преобразований.
12. Квадратичные иррациональности. Дробно-линейная подстановка.
13. Тригонометрическая подстановка. Интегралы типа  $\int R(x; \sqrt{ax^2 + bx + c}) dx$ . Подстановки Эйлера.
14. Интегрирование дифференциального бинома.
15. Задачи, приводящие к понятию интеграла.
16. Определение определенного интеграла. Геометрический и физический смысл определенного интеграла.
17. Условия существования определенного интеграла.
18. Суммы Дарбу и их свойства.
19. Основные свойства определенного интеграла (с доказательствами).

20. Формула Ньютона – Лейбница и ее применение для вычисления определенного интеграла. Замена переменной в определенном интеграле.
21. Интегрирование по частям в определенном интеграле. Интегрирование четных и нечетных функций в симметричных пределах.
22. Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства.
23. Несобственный интеграл I рода (интеграл с бесконечным промежутком интегрирования). Признаки сходимости
24. Несобственный интеграл II рода (интеграл от разрывной функции). Признаки сходимости
25. Схемы применения определенного интеграла.
26. Вычисление площадей плоских фигур.
27. Вычисление длины дуги плоской кривой.
28. Вычисление объемов тел.
29. Вычисление площади поверхности вращения.
30. Работа переменной силы. Путь, пройденный телом.
31. Координаты центра тяжести. Статические моменты.
32. Приближенное вычисление определенного интеграла.
33. Двойной интеграл. Основные понятия.
34. Геометрический смысл двойного интеграла.
35. Физический смысл двойного интеграла
36. Основные свойства двойного интеграла.

### **Промежуточная аттестация №3**

1. Числовые ряды. Основные понятия.
2. Ряд геометрической прогрессии.
3. Необходимый признак сходимости числового ряда. Гармонический ряд.
4. Остаток ряда. Теоремы об остатке ряда.
5. Теоремы об арифметических операциях над сходящимися рядами.
6. Положительные ряды. Необходимый и достаточный признак сходимости положительного ряда.
7. Признаки сравнения рядов. Обобщенный гармонический ряд.
8. Признак Даламбера. Признак Раабе.
9. Радикальный признак Коши. Интегральный признак Коши.
10. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница.
11. Приближенное вычисление суммы знакочередующегося ряда.
12. Абсолютная и условная сходимости числовых рядов. Общий достаточный признак сходимости знакопеременных рядов. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
13. Необходимый и достаточный признак сходимости знакочередующегося ряда.
14. Функциональные ряды. Основные понятия.
15. Равномерная сходимость. Свойства равномерно сходящихся рядов.
16. Степенные ряды. Теорема Абеля.
17. Ряд Тейлора.
18. Задачи, приводящие к понятию дифференциального уравнения.
19. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

#### **Дифференциальные уравнения 1-го порядка.**

20. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
21. Дифференциальные уравнения с разделенными и разделяющимися переменными.
22. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка и уравнения, сводящиеся к однородным.
23. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
24. Метод И. Бернулли.
25. Метод Лагранжа.
26. Уравнение Я. Бернулли.
27. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
28. Уравнения Лагранжа и Клеро.
29. Дифференциальные уравнения высших порядков, основные понятия.
30. Дифференциальные уравнения второго порядка. Общее и частное решения. Задача Коши.
31. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.

32. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка.
33. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка. Определения и общие свойства.
34. Определитель Вронского.
35. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
36. Структура общего решения при различных значениях дискриминанта характеристического уравнения.
37. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка. Структура общего решения.
38. Метод вариации произвольных постоянных.
39. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Структура общего решения.
40. Интегрирование линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.

### Описание технологии проведения

Экзамен проводится в сроки, установленные расписанием учебно-экзаменационной сессии на соответствующий учебный семестр. Экзамен проводится в письменной форме по билетам (КИМ), утверждённым заведующим кафедрой в соответствии с локальными нормативными актами университета и Филиала. Перечень вопросов к экзамену предоставляется студентам в начале изучения дисциплины.

Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
<i>Студент свободно ориентируется в теоретическом материале; умеет изложить и корректно оценить различные подходы к излагаемому материалу, способен сформулировать и доказать собственную точку зрения; обнаруживает свободное владение понятийным аппаратом; демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности.</i>	Повышенный уровень	Отлично
<i>Студент хорошо ориентируется в теоретическом материале; имеет представление об основных подходах к излагаемому материалу; знает определения основных теоретических понятий излагаемой темы, в основном демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности.</i>	Базовый уровень	Хорошо
<i>Студент может ориентироваться в теоретическом материале; в целом имеет представление об основных понятиях излагаемой темы, частично демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности.</i>	Пороговый уровень	Удовлетворительно
<i>Студент не ориентируется в теоретическом материале; не сформировано представление об основных понятиях излагаемой темы, не демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности.</i>	–	Неудовлетворительно

По решению преподавателя студентам могут даваться другие или дополнительные зачетные задания, а также проводиться тестирование.

Полностью база тестовых заданий для проверки сформированности компетенций, а также критерии оценки представлены в Приложении 10 «Фонд оценочных средств» к описанию основной образовательной программы 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилами подготовки), профили Математика. Информатика и информационные технологии в образовании, размещенном на сайте БФ ВГУ <https://bsk.vsu.ru/sveden/education>.